
ЯМВЛИХ
SERIA
HELLENICA
СОБРАНИЕ ТВОРЕНИЙ
Том I

ЯМВЛИХ

СОБРАНИЕ ТВОРЕНИЙ

В ЧЕТЫРЕХ ТОМАХ



Санкт-Петербург
2020

ΤΟΜΟΣ Α'

Περὶ τῆς κοινῆς μαθηματικῆς ἐπιστήμης

Περὶ τῆς Νικομάχου ἀριθμητικῆς εἰσαγωγῆς



Ἐν Ἁγίᾳ Πετρουπόλει
2020

Российская академия наук
Институт всеобшей истории

ЯМВЛИХ
СОБРАНИЕ ТВОРЕНИЙ

Том I

ФИЛОСОФИЯ ЧИСЛА

Об общей математической науке

О Никомаховом «Введении в арифметику»



Издательский проект «Квадривиум»

Санкт-Петербург
2020

УДК 091
ББК 87
Я54

Перевод с древнегреческого *Л. И. Щеголевой*

Редактор *С. Д. Сапожникова*
Составитель *Т. Г. Сидаш*

Утверждено к печати Ученым советом
Института всеобщей истории Российской академии наук

Рецензенты
доктор философских наук, профессор *Е. В. Афонасин*
руководитель образовательного проекта GetAClass
А. И. Щетников

Я54 **Ямвлих. Собрание творений в 4 томах**. Т. 1. Философия числа: Об общей математической науке. О Никомаховом «Введении в арифметику» / Перевод с древнегреческого, примечания, вступительная статья Л. И. Щеголевой. — СПб.: Издательский проект «Квадривиум», 2020. — 336 с.

ISBN 978-5-7164-0989-7

Ямвлих Халкидский (ок. 250 — ок. 325) одними исследователями считается учеником Порфирия и третьим большим философом неоплатонической школы, другими — последователем александрийских неопифагорейцев и перипатетиков, имеющим лишь внешнее отношение к школе Плотина.

В начале четвертого века он обосновал при святилище Аполлона в Дафне близ Антиохии лучшую философскую школу своего времени. Его творчество решающим образом повлияло на мировоззрение императора Юлиана и легло в основание афинской школы неоплатонизма, завершившей традицию античного философствования.

Настоящее собрание представляет собой первую в отечественной практике попытку свести в одном издании все сохранившиеся творения мыслителя. В первый том вошли работы по философии математики, никогда прежде не переводившиеся на русский язык.

ОТ ИЗДАТЕЛЯ

Оставляя биографию философа и вопрос о его месте в традиции древней философии до больших статей, которые мы предполагаем поместить в последнем томе нашего собрания, скажем здесь лишь о сохранившихся и не сохранившихся трудах Ямвлиха в связи с планом настоящего издания.

От весьма значительной философской библиотеки, которую оставил по себе этот автор, до нас дошла только малая часть, бóльшая часть работ Ямвлиха известна нам лишь по названиям и упоминаниям другими авторами. Труды мыслителя обычно распределяют на три группы: Пифагорейская философия; Комментарии к древним авторам; и все остальные (богословские, метафизические, теургические, этические и т. д.) трактаты, о содержании которых мы можем в основном только догадываться. В этой третьей группе каждый исследователь проводит, как правило, собственные рубрикации, демонстрируя читателю свою эрудицию и остроумие. Для того, чтобы описать сохранившиеся и не сохранившиеся тексты, этого более чем достаточно.

Что касается первого раздела, то Ямвлиху приписывается создание «Свода пифагорейских учений» — своего рода «неопифагорейской эннеады», состоявшей из следующих работ:

(1) *О жизни Пифагора*[1], (2) *Увещание к философии*[2], (3) *О науке общей математики*, (4) *Введение в арифметику Никомаха*, (5) *Богоизречения арифметики*[3] — эти сочинения дошли до нас. Утрачены трактаты: (6) об арифметике в физике, (7) об арифметике в этике, (8) о геометрии, (9) о пифагорейской музыке[4].

Во втором разделе мы не имеем ни одного сколько-то полно сохранившегося произведения. Имеющиеся фрагменты тщательно собираются и издаются весь двадцатый век. Одним словом, мы знаем, что Ямвлих комментировал: пифагорейские *Золотые стихи*; аристотелевские: *Метафизику*, *О небе*, *О душе*, *Категории*, *Первую аналитику*, *Об истолковании*; платоновские: *Алкивиад I*, *Федон*, *Кратил*, *Софист*, *Федр*, *Филеб*, *Тимей*; с большой вероятностью можно говорить и о том, что им комментировались *Горгий*, *Теэтэт*, *Политик* и *Пир* — это следует из логики его педагогической системы, однако мы не располагаем свидетельствами древних писателей о существовании этих комментариев.

В третьем разделе сохранился (пусть и не полностью) трактат *О египетских мистериях*; в значительных выдерж-

---

[1] Встречающиеся варианты перевода: *О пифагорейской жизни*, *Жизнь Пифагора*, *О пифагоровой жизни*.

[2] Нередко называют: *Протрептик*.

[3] Часто называют: *Теологумены*, *Теологумены арифметики*. Относительно этой работы нет согласия: некоторые считают ее не принадлежащей Ямвлиху ввобще, некоторые считают, что она принадлежит ему отчасти. Впрочем, до сравнительно недавнего времени об этом не спорили, что, разумеется, не следует считать досадной случайностью, ибо работа эта отнюдь не чужда ни основной интенции ямвлиховского философствования, ни компиляторскому стилю его риторики. В каталоге, приводимом Л. И. Щеголевой, *Теологумены* (или их часть) под иным несколько именем значатся под № 7. Строго говоря, на данный момент преобладает мнение, согласно которому *Теологумены* не отождествляются напрямую с утраченным словом № 7 пифагорейского корпуса, однако считается, что это слово могло использоваться в *Теологуменах*.

[4] Подробнее об этом сказано в статье Л. И. Щеголевой к настоящему тому.

ках до нас дошло сочинение *О душе*, большие фрагменты *Писем* и меньшие — других несохранившихся работ. К числу последних относят труды: *Платоновская теология, Халдейская теология, О промысле и судьбе, О демиурге в «Тимее», О богах, Об изваяниях, О нисхождении души, О переселении душ, О добродетелях, О выборе наилучшей речи, О жизни Алипия.*

Таким образом, мы имеем возможность издать пять трактатов пифагорейской девятки, трактат *О египетских мистериях*, а также сохранившиеся части комментариев, *Писем* и *О душе*. Распределение этих работ по томам обусловлено нашим желанием расположить дошедший до нас материал в последовательности, способной дать современному читателю представление **о сохранившейся части** наследия Ямвлиха как о системе. В первую очередь мы столкнулись с тем, что название «пифагорейская философия» уместно как название рубрики при описании текстов, но оно ничего не называет, если мы берем его как термин, описывающий философское содержание дошедших до нас работ мыслителя. В самом деле, первый и главный трактат корпуса — *О жизни Пифагора* — представляет собой учение о боговоплощении и земной жизни Аполлона Гиперборейского; к нему примыкает как этический комментарий *Протрептик*. Работы *Об общей математике* и *Введение в арифметику Никомаха* являются ярчайшими во всей сохранившейся до наших дней античной традиции образцами философии числа, почти совершенно чистыми от любых не математических коннотаций и обертонов[5]. *Теологумены* — работа, посвященная

[5] Позволю себе выдержку из текста Л. И. Щеголевой, не вошедшего в книгу по техническим причинам: «В трактате *Об общей математической науке* излагается позднеантичная философия математики, основанная на математических теориях Платона и метафизике Аристотеля. Трактат *О Никомаховом "Введении в арифметику"* содержит систематическое учение о геометрической алгебре и теории пропорций в свете "неопифагорейских" воззрений на природу числа и отношений между числами. Оба трактата существенно расширяют корпус "вторичных

числу (а оно понимается строго в категории миротворящей энергии) воплощенному; это трактат по преимуществу богословский, хотя по существу связанный с разнообразным множеством уже производных, тварных вещей. Разумеется, что бы ни думал об этом сам Ямвлих, философия математики и евангелие господа нашего Пифагора — в одном томе оказаться никак не могут. Кроме того, мы имеем классификационный, составивший бы славу любому энтомологу текст *О египетских мистериях*, который является прикладной (к сфере теологии) математикой, а также собрание разнообразнейших по содержанию фрагментов из разных произведений мыслителя. Таким образом, в нашем распоряжении нет ни одного большого собственно метафизического текста, который позволил бы, опираясь на него, структурировать имеющийся у нас материал. Безусловно, мы можем реконструировать метафизику Ямвлиха, исходя из контекста его философствования, однако если мы положим в основание издания такую реконструкцию, то упустим имманентную **сохранившемуся** корпусу текстов логику. Этого мы и желаем избежать.

В том научном наследии Ямвлиха, которое мы к настоящему моменту имеем, центральное место занимает философия числа. Именно она и должна быть ключом для чтения любой метафизики мыслителя. Потому философию числа мы помещаем в первый том нашего собрания, а единственный сколько-то метафизический текст (*О египетских мистериях*) — во второй том.

Еще один системообразующий момент учения философа — это вера в богочеловечество Пифагора, в прямую божественность восходящих к нему символических, этических, теургических и всяких других наставлений. Три трактата, касающиеся жизни Пифагора и пифагорейского предания,

математических сочинений" в русских переводах и приближают его к необходимой полноте».

помещены нами в третий том. Это *О жизни Пифагора*, *Увещание к философии* и *Богоизречения арифметики* (последний, поскольку подлинность его оспраивается, мы публикуем в качестве Приложения).

Четвертый и последний том собрания естественным путем формируется из всего не вошедшего в первые три. Там же мы планируем поместить и статьи к изданию в целом.

Т. Г. Сидаш

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ТРАКТАТЫ ЯМВЛИХА: РУКОПИСНАЯ ТРАДИЦИЯ, ИЗДАНИЯ, О ПЕРЕВОДЕ

I

РУКОПИСНАЯ ТРАДИЦИЯ

Трактаты *Об общей математической науке* и *О Никомаховом «Введении в арифметику»* вместе с двумя другими трактатами — *О Пифагоровой жизни* и *«Протрептик»* (*Побуждение к философии*) входят в состав корпуса сочинений Ямвлиха о пифагорейской философии, который первоначально состоял из 9 произведений. В древнейшей сохранившейся рукописи корпус озаглавлен «Девять Слов Ямвлиха о пифагорейской школе» (Οἱ ἐννέα λόγοι Ἰαμβλίχου περὶ τῆς πυθαγορικῆς αἱρέσεως)[6].

[6] Флоренция, Biblioteca Medicea Laurenziana, Plut. 86.03, XIV в. F. 1.

Таблица 1

Первоначальный состав «пифагорейского корпуса» Ямвлиха

№	Название «слова»	Перевод	Сохранность
1	Περὶ τοῦ πυθαγορικοῦ βίου	*О Пифагоровой жизни*	Сохранилось полностью
2	Προτρεπτικὸς ἐπὶ φιλοσοφίαν	*Увещание к философии («Протрептик»)*	— » —
3	Περὶ τῆς κοινῆς μαθηματικῆς ἐπιστήμης	*Об общей математической науке*	— » —
4	Περὶ τῆς Νικομάχου ἀριθμητικῆς εἰσαγωγῆς	*О Никомаховом «Введении в арифметику»*	— » —
5	Περὶ τῆς ἐν φυσικοῖς ἀριθμητικῆς ἐπιστήμης	*Об арифметической науке в физике*	Сохранилось фрагментарно
6	Περὶ τῆς ἐν ἠθικοῖς ἀριθμητικῆς ἐπιστήμης	*Об арифметической науке в этике*	— » —
7	Περὶ τῆς ἐν θεολογικοῖς ἀριθμητικῆς ἐπιστήμης	*Об арифметической науке в теологии*	— » —
8	Περὶ γεωμετρίας τῆς περὶ Πυθαγορείοις	*О геометрии у пифагорейцев*	Утрачено
9	Περὶ μουσικῆς τῆς παρὰ Πυθαγορείοις	*О музыке у пифагорейцев*	— » —

Полностью сохранились только первые 4 «слова». «Слова» 5-е, 6-е и 7-е упомянуты в Предисловии к трактату *О Никомаховом «Введении в арифметику»* (см. ниже, с. 146). Их текст дошел через посредство цитат у знаменитого визан-

тийского историка, философа и математика Михаила Пселла (1018 – около 1078). Два последних «слова» известны только по названиям. Ямвлих неоднократно ссылается на них в том же трактате *О Никомаховом «Введении в арифметику»*, обещая подробнее рассмотреть все вопросы, касающиеся геометрии и музыки, в «специально посвященных» этим дисциплинам произведениях (см. ниже, с. 94, 222, 331). Ученые издавна предполагали, что было еще и заключительное, десятое «слово» – *Об астрономии*[7], которое упомянуто в том же трактате Ямвлиха (см. ниже, с. 331).

«Пифагорейский корпус» дошел до нас в 31 рукописи XIV–XVIII вв.

Таблица 2

Рукописи «пифагорейского корпуса»[8]

Датировка	Количество	№	Место хранения	Шифр
XIV в.	1	1	Флоренция	Plut. 86.03
XV в.	5	2 3 4 5 6	Флоренция Париж Венеция Лондон Турин	Plut. 86.29 Paris. gr. 2093 gr. Z. 243 (coll. 619) Add. ms. 21165 Biblioteca nazionale universitaria, C. IV. 20 (Pasini 146)
Ок. 1500 г.		7	Вена	suppl. gr. 123

[7] Giamblico Summa Pitagorica. Vita di Pitagora. Esortazione alla filosofía. Scienza matematica comune. Introduzione all'aritmetica Teologia dell'aritmetica di Nicomaco. Testo greco a fronte / Introduzione, traduzione, note e apparati di Francesco Romano. Milano, 2006. P. 16.

[8] Источник всех сведений о месте хранения, шифрах и датировке рукописей, об их составе, писцах и владельцах – электронный ресурс Pinakes: https://pinakes.irht.cnrs.fr/ (обращение от 27.02.2020).

Кон. XV – Нач. XVI в.	1	8	Париж	Paris. gr. 2482
XV–XVI в.	1	9	Рим	Biblioteca Angelica, 77
XVI в	18	10	Ватикан	Pal. gr. 094
		11	– " –	Vat. gr. 0322
		12	– " –	Vat. gr. 0324
		13	Эскориал	y. I. 11 (Andrés 304)
		14	– " –	Υ. I. 01 (Andrés 240)
		15	– " –	Φ. II. 04 (Andrés 201)
		16	Мюнхен	Cod. graec. 102
		17	– " –	Cod. graec. 392
		18	Париж	Paris. gr. 1981
		19	– " –	Paris. gr. 1982
		20	Безансон	Bibliothèque municipale, 405
		21	Рим	Biblioteca nazionale Vittorio Emanuele III, III B 30
		22	Мадрид	Biblioteca Nacional de España, 04724
		23	Оксфорд	Auct. T. 1. 20 (Misc. 198)
		24	Вена	Phil. gr. 011
		25	Лейден	Universiteitsbibliotheek, Vulc. 018
		26	Цайц	Stiftsbibliothek, 61
		27	Леуварден	Bibliotheek van Tresoar, 36 (Omont 28)
XVII в	3	28	Ватикан	Barb. gr. 193
		29	Ватикан	Barb. gr. 254
		30	Лейден	Universiteitsbibliotheek, Gro. 024 (Geel 99)
XVIII в.	1	31	Лейден	Universiteitsbibliotheek, Hem. 023 (Geel 101)

Три рукописи имеют точные даты: Ватикан, Vat. gr. 324, 1536 г.; Безансон, 405: 1548 г.; Мюнхен, Cod. graec. 102: 1549–1550 гг.

Все рукописи восходят к одному и тому же древнейшему кодексу XIV в.[9] По сравнению с ним во всех более поздних рукописях изменено заглавие всего корпуса, в котором, в соответствии с содержанием, перечислено уже только 4 «слова»: Ἰαμβλίχου χαλκιδέως· λόγοι περὶ τῆς πυθαγορικῆς αἱρέσεως: α^{ος}. περὶ τοῦ πυθαγόριου βίου: β^{ος}. προτρεπτικὸς εἰς φιλοσοφίαν: γ^{ος}. περὶ τῆς κοινῆς μαθηματικῆς ἐπιστήμης: δ^{ος}. περὶ τῆς Νικομάχου ἀριθμητικῆς εἰσαγωγῆς. ὃς περιέχει καὶ περὶ ἀριθμητικῆς ἐπιστήμης. καὶ περὶ γεωμετρίας. καὶ περὶ μουσικῆς, τῆς περὶ πυθαγορείοις[10] («Слова Ямвлиха Халкидянина о пифагорейской школе. 1-е. *О Пифагоровой жизни*; 2-е. *Побуждение к философии*; 3-е. *Об общей математической науке*; 4-е. *О Никомаховом “Введении в арифметику”*, которое содержит также [сведения] об арифметической науке, о геометрии и о музыке у пифагорейцев»).

Все четыре «слова» в основном переписывались вместе, в том же порядке, в каком они перечислены в заглавии. Как правило, каждое из них снабжалось подзаголовком: λόγος α', λόγος β', λόγος γ', λόγος δ' (*слово 1-е*, *слово 2-е*, *слово 3-е*, *слово 4-е*). В нескольких кодексах содержатся только три[11], два[12] или одно[13] из четырех «слов».

[9] Giamblico Summa Pitagorica. P. 15.

[10] Флоренция, Plut. 86.29. XV в. F. 1.

[11] Biblioteca Angelica, 77: *Протрептик, О Пифагоровой жизни, Об общей математической науке*; Vat. gr. 324: *О Пифагоровой жизни, Протрептик, Об общей математической науке*; Biblioteca nazionale Vittorio Emanuele III, III B 30: *О Пифагоровой жизни, Об общей математической науке, Протрептик*; Barb. gr. 193: *Протрептик, Об общей математической науке, О Никомаховом «Введении в арифметику»*; Gr o. 024 (Geel 99): *О Никомаховом «Введении в арифметику», Протрептик, Об общей математической науке.*

[12] Vulc. 018: *Об общей математической науке* и *О Никомаховом «Введении в арифметику»*.

[13] Paris. gr. 2482 и Paris. gr. 1982: *О Никомаховом «Введении в арифметику»*.

На полях древнейшего кодекса расположены пояснительные рисунки и глоссы-комментарии к тексту, которые воспроизводятся в последующих рукописях.

Трактаты «пифагорейского корпуса» переписывались как отдельно, так и вместе с сочинением Ямвлиха *О египетских мистериях*[14] и в «конвое» из произведений других античных и византийских авторов, а именно: *Прокл, или о счастье* Марина Неаполитанского, *Рассказы о диковинах* Аристотеля, *Характеры* Теофраста и *Персы* Эсхила[15]; *Золотые стихи пифагорейцев* Гиерокла, *О добродетелях и пороках* и *О мире* Аристотеля и *Начала* Евклида[16]; *Данные* Евклида с комментариями Марина Неаполитанского[17]; *Пословицы* Зенобия[18]; *О музыке* Аристида Квинтилиана и *О неделимых линиях* Аристотеля[19]; *О пренебрежении к смерти* Димитрия Кидония, *О составлении лекарств* Николая Мирепсоса, *О добродетелях* Георгия Гемиста Плифона[20].

Писцами и владельцами большинства рукописей были известные греческие и западноевропейские ученые-гуманисты: писатели, философы, теологи, а также крупные государственные и церковные деятели. Около 1464 г. выдающийся мыслитель эпохи Возрождения, глава флорентийской Платоновской академии Марсилио Фичино перевел на латинский язык все четыре трактата, используя флорентийскую рукопись XV в.[21] В первой четверти XVI в.

---

[14] Турин, C. IV. 20 (Pasini 146); Эскориал, у. I. 11 (Andrés 304); Biblioteca Nacional de España, 04724: «пифагореский корпус», *О мистериях*, *Золотые стихи Пифагора*, *Золотые стихи пифагорейцев* Гиерокла.

[15] Plut. 86.03.

[16] Мюнхен, Cod. graec. 102.

[17] Paris. gr. 1981.

[18] Tresoar, 36 (Omont 28).

[19] Вена, Phil. gr. 011, XVI в.

[20] Мюнхен, Cod. graec. 392, XVI в.

[21] Plut. 86.29. См. подробнее: *Robichaud D.J.-J.* Plato's Persona: Marsilio Ficino, Renaissance Humanism, and Platonic Traditions. Philadelphia, 2018. P. 162.

«пифагорейский корпус» был переписан известным греческим ученым и дипломатом Ианосом Ласкарисом (около 1445–1535)[22]. В 1548 и 1549–1550 гг. библиотекарь Неаполитанской библиотеки, составитель каталога рукописных и печатных книг, собиратель греческих рукописей Иоанн Мавроматис написал два манускрипта, один из которых был приобретен первым министром и ближайшим советником испанского короля Филиппа II Антуаном Перрено де Гранвелем (1517–1586)[23], а второй — представителем крупнейшего банкирского дома Германии Иоганном Якобом Фуггером (1516—1575 гг.)[24]. В середине XVI в. одну из парижских рукописей[25] изучал ученый-филолог и каллиграф, переводчик сочинений Плутарха на латинский язык Ангел Вергикиос, оставивший на ней свои замечания[26]. В 1570-х гг. писцом Мануилом Глинзунием, близким к венецианскому кружку ученых греков во главе с выдающимся греческим богословом Максимом Маргунием и Гавриилом Севиром, были написаны три рукописи[27]: одну из них приобрел для своей библиотеки известный испанский гуманист, историк, богослов и правовед архиепископ таррагонский Антоний Августин (1517–1586)[28], владельцем второго кодекса стал писатель и полемист, выпускник Нью-колледжа Оксфордского университета, преподаватель церковного права и

[22] Paris. gr. 1981.

[23] Безансон, 405.

[24] Мюнхен, Cod. graec. 102.

[25] Paris. gr. 1982.

[26] Критский грек Ангел Вергикиос († 1569) был писцом-каллиграфом при дворе французских королей Франциска I, Генриха II и Карла IX. Его исключительно красивый почерк был положен в основу типографского шрифта *Grecs du Roi* для издания греческих классиков и вошел в поговорку «писать, как Ангел»..

[27] Эскориал, Ф. II. 04 (Andrés 201); Мюнхен, Cod. graec. 392; Охсфорд, Auct. T. 1. 20 (Misc. 198). О писце: *Sicherl M.* Manuel Glynzunios als Schreiber griechischer Handschriften // Byzantinische Zeitschrift. 49. 1956. S. 34–54.

[28] Эскориал, Ф. II. 04 (Andrés 201).

член совета колледжа, доктор богословия Николас Сондерс (ок. 1530–1581)[29]. В конце XVI в. трактаты *Об общей математической науке* и *О Никомаховом «Введении в арифметику»* переписал профессор греческого языка университета Франекера (Нидерланды) Johannes Arcerius Theodoretus (1538-1604)[30], в 1598 г. впервые опубликовавший *О Пифагоровой жизни* и *Протрептик* с латинским переводом. Один из кодексов XVII в., содержащий все четыре «слова» «пифогорейского корпуса», написал профессор истории и математики университета Неймегена (Нидерланды) Samuel ten Nuyl (1635–1688)[31] — переводчик и первый издатель трактата *О Никомаховом «Введении* в *арифметику»*. Единственная рукопись XVIII в. написана выдающимся голландским филологом и гуманистом, профессором греческого языка в Лейденском университете Тибериусом Гемстергейсом (1685–1766)[32].

II

ИЗДАНИЯ ТЕКСТА

Оба сочинения выдержали к настоящему времени по 5 изданий. Трактат *Об общей математической науке* переведен на итальянский язык, трактат *О Никомаховом «Вве-*

---

[29] Оксфорд, Auct. T. 1. 20 (Misc. 198). О владельце: *Voght H., de.* Thomas Harding // The English Historical Review. 35. 1920. P. 241, note 3; *Cataldi Palau A.* A Catalogue of Greek Manuscripts from the Meerman Collection in the Bodleian Library. Oxford, 2011. P. 174. В последнем издании из-за опечатки неверно указана дата вступления владельца в Лувенский католический университет: «1664 г.» вместо «1564 г.».

[30] Vulc. 018.

[31] Gro. 024 (Geel 99).

[32] Hem. 023 (Geel 101).

дении в арифметику» — на латинский, итальянский и французский языки.

Об общей математической науке:

1. Венеция, 1781 г.

Anecdota graeca, e regia Parisiensi & e Veneta S. Marci bibliothecis deprompta / edidit Johannes Baptista Caspar d'Ansse de Villoison. Venetiis, 1781. T. 1. P. 188–225.

Греческий текст опубликован по пергаменному кодексу из библиотеки св. Марка[33] французским эллинистом Жаном-Батистом-Гаспаром д'Ансс де Виллуазоном (1750–1805), который работал в Венеции в 1778 г. над подготовкой издания *Илиады* Гомера.

2. Копенгаген, 1790 г.

Introductio in librum Iamblichi tertium de generali mathematatum scientia / Jac. Georg Friis. Hafniae, 1790.

Издание представляет собой библиографическую редкость, оно осталось для нас недоступным.

3. Лейпциг, 1891 г.

Iamblichi De communi mathematica scientia liber / edidit Nicolaus Festa. Lipsiae, 1891.

Электронный ресурс: http://stephanus.tlg.uci.edu/Iris/Cite?2023:003:152669.

Издание подготовил итальянский филолог-классик Никола Феста (1866–1940), специалист по палеографии, эпиграфике, греческой и византийской филологии, профессор греческой литературы в Римском университете. Греческий текст издан по древнейшему кодексу XIV в. При подготовке издания Н. Феста пользовался обоими предыдущими изданиями, которые признал неудовлетворительными из-за множества ошибок и неточностей, а также рядом рукописей, в том числе тремя лейденскими кодексами. Кроме текста (p. 3–99), опубликованы также глоссы флорентийской

---

[33] Gr. Z. 243 (coll. 619).

рукописи (р. 100–103). Издание снабжено именным указателем (р. 104–105) и указателем слов (р. 106–152). В издании сделаны необходимые эмендации, а также даны ссылки на параллельные места из Платона и других авторов.

4. Штутгарт, 1975 г.

Iamblichi De communi mathematica scientia liber / edidit Nicolaus Festa / editionem addendis et corrigendis adiunctis curavit Udalricus Klein. Stutgardiae, 1975.

Переиздание публикации 1891 г.

5. Милан, 2006 г.

Giamblico Summa Pitagorica. Vita di Pitagora. Esortazione alla filosofía. Scienza matematica comune. Introduzione all'aritmetica Teologia dell'aritmetica di Nicomaco. Testo greco a fronte / Introduzione, traduzione, note e apparati di Francesco Romano. Milano, 2006. P. 485–617 (текст), 618–634 (комментарий).

В издании опубликованы 4 трактата «пифагрейского корпуса» Ямвлиха и *Теологумены арифметики*, со Вступлением (р. 9–53), библиографией (р. 57–69), комментариями к каждому трактату и предметным и именным Указателем (р. 983–990). Греческий текст расположен параллельно с переводом на итальянский язык на развороте страниц.

О Никомаховом «Введении в арифметику».

1. Арнем, 1668 г.

Iamblichus Chalcidensis ex Coele-Syria in Nicomachi Geraseni Arithmeticam introductionem, et De fato. Nunc primum editus, in latinum sermonem conversus, notis perpetuis illustratus à Samuele Tennulio, Accedit Joachimi Camerarii Explicatio in duos libros Nicomachi, cum indice rerum & verborum locupletissimo. Arnhemiae 1668.

Издание подготовил профессор Samuel ten Nuyl (в латинизированной форме — Самуэль Теннулиус). Греческий текст издан по парижскому кодексу Paris. gr. 2093, XV в.[34]

[34] Кодекс написан писцом Михаилом Сулиардосом, который работал на Крите (с 1475 г.), во Флоренции (после 1486 г.) и на Пелопоннесе.

параллельно с латинским переводом, выполненным издателем, в два столбца на странице (р. 1–176 первой нумерации). В издании воспроизведены рисунки, расположенные на полях рукописи. В качестве приложения (р. 177–181 первой нумерации) помещен отрывок *О судьбе* (Περὶ εἱμαρμένης)[35], опубликованный по двум парижским рукописям[36]. После текста помещены комментарии и справочный аппарат: 1) комментарий немецкого ученого-гуманиста Иоахима Камерария (1500–1574) к ***Введению в арифметику*** Никомаха на латинском языке (р. 1–56 второй нумерации); 2) подробнейший математический, филологический, культурно-исторический и текстологический комментарий издателя к трактату Ямвлиха на латинском языке, содержащий множество схем и таблиц и большое количество цитат из произведений греческих и латинских авторов (р. 59–208 второй нумерации); 3) предметный, именной и географический указатель (р. 229–239 второй нумерации).

2. Лейпциг, 1894 г.

Iamblichi in Nicomachi arithmeticam introductionem liber / ad fidem codicis Florentini edidit Hermenegildus Pistelli. Lipsiae, 1894.

Электронный ресурс: http://stephanus.tlg.uci.edu/Iris/Cite?2023:004:0.

Издание подготовил итальянский филолог, палеограф, папиролог, профессор латинского и древнегреческого языка в университете Флоренции Эрменеджильдо Пистелли (1862–1927). Греческий текст издан по древнейшей флорентийской рукописи (р. 3–125). Кроме текста, опубликованы также схолии и рисунки кодекса (р. 126–132). Издание снабжено указателем имен (р. 133–134) и указателем слов (р. 135–195). Издатель внес в текст множество конъектур и

[35] Отрывок представляет собой два последних раздела (7-й и 8-й) 8-й главы трактата Ямвлиха *О египетских мистериях*. В рукописях переписывался отдельно.

[36] Paris. gr. 2049, XV в., f. 160v–162 и Paris. gr. 292, XVII в., f. 103v–104v.

эмендаций, проясняющих испорченные места в рукописи, и снабдил текст ссылками на *Введение в арифметику* Никомаха, *Изложение математических предметов, полезных при чтении Платона* Теона Смирнского, *Основы музыки* Боэция и *Теологумены арифметики*.

3. Штутгарт, 1975 г.

Iamblichi in Nicomachi arithmeticam introductionem liber / ad fidem codicis Florentini edidit Hermenegildus Pistelli / Editionem addendis et corrigendis adiunctis curavit Udalricus Klein. Stutgardiae, 1975.

Переиздание публикации 1894 г.

4. Милан, 2006 г.

Giamblico Summa Pitagorica. Vita di Pitagora. Esortazione alla filosofía. Scienza matematica comune. Introduzione all'aritmetica Teologia dell'aritmetica di Nicomaco. Testo greco a fronte / Introduzione, traduzione, note e apparati di Francesco Romano. Milano, 2006. P. 635–799 (текст), 800–837 (комментарий).

5. Пиза; Рим, 2014 г.

Jamblique, In Nicomachi Arithmeticam introduction / texte critique, traduction française et notes de commentaire par Nicolas Vinel. [Mathematica Graeca antiqua, 3]. Pisa; Roma 2014.

Критическое издание греческого текста с переводом на французский язык[37].

III

О ПЕРЕВОДЕ

Об общей математической науке

Философский трактат Ямвлиха опирается на длительную предшествующую традицию и рассчитан на подго-

---

[37] Издание не было просмотрено de visu.

товленного читателя, хорошо владеющего понятийным аппаратом и научной терминологией. При наличии такой подготовки математическая теория Ямвлиха воспринимается как стройная и логическая система, занимающая строго определенное место в общей теории познания, основанной на философской концепции Платона и трудах Аристотеля. Для того, чтобы поместить трактат *Об общей математической науке* в соответствующий контекст, мы снабдили его ссылками на параллельные места из произведений Платона, Аристотеля и других авторов, находящихся в русле той же традиции, в том числе живших после Ямвлиха (Прокл Диадох). Цитаты приводятся полностью, в русском переводе по опубликованным источникам, за исключением тех немногих случаев, когда имеющийся перевод недостаточно точен или слишком далек от оригинала: в этих случаях предлагается новый, более близкий к тексту перевод.

Дословное совпадение цитат из сочинений Платона и Аристотеля с текстом Ямвлиха не означает, что автор заимствовал то или иное место именно из их трудов. При том, что Ямвлих, несомненно, прекрасно знал учения обоих знаменитых философов, в качестве источника текста он использовал, скорее всего, позднейшие компиляции. Так, например, огромная и очень близкая к тексту цитата из *Государства* Платона, занимающая почти всю 6-ю главу трактата *Об общей математической науке* (см. с. 58–66 настоящего издания) приводится у Ямвлиха под именем Псевдо-Архита.

Камнем преткновения для переводчиков является недостаточность языковых средств и отсутствие устоявшейся терминологии. Это хорошо видно на примере существующих переводов таких философских терминов, как διάνοια, διανοητός и διανοητικός, занимающих центральное место в математической теории Ямвлиха. Все три слова имеют идентичную внутреннюю форму (δια- *приставка со значением сквозного движения или разделения* + νοός «ум»), раз-

личаясь только грамматической категорией. Сущ. διάνοια означает «мышление с помощью умозаключений», в современной терминологии — «дискурсивное, *или* аналитическое мышление» (в противоположность «интуитивному мышлению»); прилагательные διανοητός и διανοητικός характеризуют соответственно объект и субъект такого мышления.

Таблица 3

Переводы διάνοια, διανοητός и διανοητικός в сочинениях Платона, Аристотеля и Прокла[38]

	1	2	3
	διάνοια	διανοητός	διανοητικός
1	рассудок	постижимый для рассудка	**рассудок** (так!)
2		рассудочный	рассудочный
3	мысль	**мысленный**	**мысленный**
4		предмет мысли	
5	мышление	мыслимый	мыслительный
6	размышление	постигаемый размышлением	основанный на размышлении
7		предмет размышления	размышляющий
8	рассуждение	постигаемый в рассуждении	основанный на рассуждениях
9		(тот), что постигается через рассуждение	
10		разумный	разумный
11		умопостигаемый	умопостигаемый
12			(тот, что) основывается на разуме
13			умный

[38] Прилагательные даны в начальной форме (*им. п., ед. ч., м. р.*). Для поиска по греческому тексту использовался электронный ресурс TLG (разумеется, перед нами не стояла задача найти *все* переводные эквиваленты для данных слов).

Как можно видеть из таблицы, ни одно из понятий не имеет *точного* и *единственного* переводного аналога. Более того, средства языка не позволяют создать *систему* понятий, внутри которой лексемы коррелировали бы друг с другом как по значению, так и по форме, подобно греческим. Наиболее близким к внутренней форме сущ. διάνοια является, по-видимому, «раз-мышление»; впрочем, приставка *раз-* не передает основного в данном случае значения приставки δια- — «сквозь, через *что-л.*», передающей «движение» мысли в ходе дискурсивного мышления. Если взять за основу переводной эквивалент «размышление», то в этой системе прилагательные διανοητός и διανοητικός могут быть переданы только описательно: «постигаемый размышлением» и «основанный на размышлении». Эти конструкции очень утяжеляют текст, при том что философский дискурс и так сложен для восприятия. Попытки подобрать менее громоздкие переводные эквиваленты приводят, с одной стороны, к большой их вариативности[39], а с другой — к нежелательным совпадениям, когда слова, относящиеся к разным частям речи (в таблице столбцы 1 и 3, строка 1) или выражающие противоположные субъектно-объектные отношения (в таблице столбцы 2 и 3, строки 3, 10 и 11), переводятся одинаково.

«Размытость» терминологии обуславливается также иными причинами, в частности, тем, что не всегда возможно провести четкую границу между значениями многозначного слова (например, λόγος — «суждение, словесное определение, аргумент») или же передать оттенки значения синонимичных слов (например, σύνθεσις «соединение, сочетание, связь» и σύνταξις «сочетание, связь, система»). Сюда же относятся случаи необычного словоупотребления,

---

[39] В таблице мы видим 5 вариантов для сущ. διάνοια и по 11 — для каждого из прилагательных, т. е. всего 27 переводных эквивалентов для трех греческих лексем, при этом 8 из них — описательные выражения, состоящие более чем из одного слова.

которые можно проиллюстрировать употреблением слова τὰ μαθήματα — центрального понятия математической теории Ямвлиха. Согласно внутренней форме слова, μάθημα — нечто «изучаемое *или* изученное» (от гл. μανθάνω «учить, изучать что-л.»), отсюда μαθήματα *pl.* — «знания», «науки» и далее — «математические знания, математические науки». У Ямвлиха этот термин употребляется преимущественно в контекстуальном значении «предметы *или* объекты математических наук».

Иной случай — когда значение термина хорошо понятно и имеется подходящий переводной эквивалент, но в переводе теряются важные смысловые коннотации, связанные с «внутренней формой» слова. Приведем в пример слова διέξοδος «выход, проход; путь, орбита, движение, круговорот» и ἀνέλιξις «развертывание, кружение (в пляске)» в специальном значении логических операций, которые, именно в парном сочетании, по данным TLG, встречаются раньше всего у Ямвлиха, а после него — у неоплатоников Прокла, Сириана и Прискиана Лидийского. Их терминологическое значение определяется исходя из внутренней формы: ἀν-έλιξις *букв.* «разворачивание» — очевидно, «индукция»; стало быть, δι-έξ-οδος, согласно значению приставок, «путь через *что-либо* из *чего-либо*», остается понимать как «дедукцию». Такой перевод, правильно передавая смысл слов, полностью уничтожает стоящие за ними образы, при том что Ямвлих придает большое значение внутренней форме и этимологии слов, а также взаимосвязи их формы и значения.

Все эти трудности влекут за собой необходимость лингвистических комментариев, которые приводятся в подстрочных примечаниях. Переводные термины, как правило, поясняются соответствующим греческим словом в круглых скобках. Греческие аналоги приводятся также в случаях перестройки в переводе синтаксической конструкции оригинала.

О Никомаховом «Введении в арифметику»

Слово «арифметика» в заглавии трактата Ямвлиха не должно вводить в заблуждение: в сочинении речь идет о геометрической алгебре и теории пропорций. В Предисловии к этому трактату Ямвлих обещает «ничего не прибавлять и не убавлять» по сравнению с трудом Никомаха, который положен в его основу, однако это не более, чем риторический прием: значительные фрагменты *Введения в арифметику* были опущены автором, очень многое добавлено, структура всего сочинения (в том, что касается порядка частей) изменена. Кроме *Введения в арифметику,* Ямвлих использует в качестве источника *Изложение математических предметов* Теона Смирнского, а также другие сочинения; некоторые части его труда содержат уникальный материал и не соотносятся ни с каким источником (например, глава об «эпантеме Тимарида»). В переводе даны отсылки к соответствующим местам Арифметики Никомаха и других сочинений, с которыми соотносится трактат Ямвлиха, а также к параллельным местам у других авторов, в том числе и более поздних, позволяющим яснее понять текст Ямвлиха и соотнести его с существующей традицией. Помимо прочего, приводятся цитаты из трактатов о математике и музыке философа-неоплатоника Боэция, писавшего на латинском языке, который использовал в своих сочинениях данный труд Ямвлиха. Все цитаты, так же, как в предыдушем трактате, даны в переводе на русский язык по опубликованным изданиям и так же приводятся полностью, чтобы читателям не приходилось обкладываться горой специальной литературы.

В трактате *О Никомаховом «Введении в арифметику»* обращает на себя внимание большое количество «гапаксов» — слов, не встречающихся ни у каких других авторов, кроме Ямвлиха. Некоторые математические термины употребляются в необычном значении (например, «смешивать» в значении умножать). Еще одна особенность — употребление одних и тех же терминов в разном

значении в зависимости от контекста (например, δύναμις – квадрат и куб как степень числа). Поскольку произведение чисел в рамках «геометрической алгебры» рассматривается как геометрическая фигура на плоскости, возникает проблема перевода соответствующих терминов: например, при переводе слова τετράγωνος как «квадратное число» теряется значение «квадрат как геометрическая фигура», и наоборот.

Так же, как и в случае философской терминологии, о которой говорилось выше, в существующих переводах математических терминов наблюдается вариативность переводных эквивалентов для передачи одного и того же понятия. Например, в переводе *Начал* Евклида используются термины «первое число», «второе число», «неравностороннее число», «плоскостное число» и т. д., а в переводе *Введения в арифметику* Никомаха — термины «первичное число», «вторичное число», «гетеромекное число», «плоское число» и т. д.

Как и в предыдущем трактате, в тексте в круглых скобках даны греческие соответствия, а в подстрочных примечаниях — необходимые лингвистические пояснения.

Переводчики Аристотеля обращали внимание на трудности, связанные с исключительной лаконичностью его стиля[40]. То же самое в полной мере относится к математическому трактату Ямвлиха. Указанная «лаконичность» проистекает прежде всего из такой особенности греческого языка, которую невозможно воспроизвести в переводе, как использование артиклей. Суть состоит в том, что значи-

---

[40] «Следует отметить, что стиль “Аналитик” имеет особенности, ставящие переводчика перед большими трудностями. Аристотель излагает свои мысли исключительно лаконично: сплошь и рядом отсутствуют подлежащее, сказуемое и т. п. Тем не менее, редакция стремилась, насколько это было возможно, приблизить перевод к тексту греческого оригинала. Ради этого иногда приходилось поступаться стройностью фразы» (Аристотель. Аналитики первая и вторая / Перевод с греч. [проф. Б. А. Фохта]. Л., 1952. С. 6).

мые слова везде, где это возможно, заменяются артиклями в соответствующей грамматической форме, так что иногда чуть ли не вся фраза может состоять из артиклей. Кроме того, в конструкциях «существительное + прилагательное» существительное очень часто опускается: так, например, очень редко используется слово «число», поэтому при переводе таких относящихся к нему определений, как «треугольное» (τρίγωνος), «квадратное» (τετράγωνος) и т. д., не всегда можно определить, идет ли речь именно о числе или же соответствующих геометрических фигурах — «треульник», «квадрат» и т. д., которые называются тем же прилагательным в субстантивированной форме. Всегда опускаются повторы сказуемого.

Таким образом, в переводе приходится восполнять очень многие лакуны. Все необходимые восполнения приводятся в квадратных скобках.

Математическое содержание трактата нуждается в особых комментариях. Такой труд был выполнен первым издателем сочинения *О Никомаховом «Введении в арифметику»* Самуэлем Теннулиусом, очень доходчиво и подробно разъяснившим трудные и непонятные в силу отмеченной выше «лаконичности» места и составившим большое количество наглядных таблиц. Эти материалы были использованы наряду с другими при составлении комментариев к настоящему изданию. В тексте воспроизведены все пояснительные рисунки, находящиеся на полях рукописей, которые С. Теннулиус расположил в необходимых местах.

В рукописях содержится значительное количество испорченных мест и лакун, которые нуждаются в эмендациях. Эта работа была частично проделана уже в первом издании. В лейпцигском издании 1894 г., выполненном Э. Пистелли в знаменитой серии научных публикаций греческих и латинских авторов Bibliotheca Teubneriana, были исправлены ошибки первого издания и добавлены необходимые исправления и дополнения.

В настоящем издании случаи порчи текста отмечены в примечаниях, восполнения лакун по изданиям Н. Феста и Э. Пистелли воспроизведены в тексте в угловых скобках.

В примечаниях воспроизведены все ссылки на источники по изданиям Н. Феста и Э. Пистелли и дан перевод некоторых глосс, содержащих наиболее интересные дополнения к тексту.

Перевод выполнялся по изданиям: Iamblichi De communi mathematica scientia liber / edidit Nicolaus Festa. Lipsiae, 1891; Iamblichi in Nicomachi arithmeticam introductionem liber / ad fidem codicis Florentini edidit Hermenegildus Pistelli. Lipsiae, 1894.

СОКРАЩЕНИЯ НАЗВАНИЙ ИСТОЧНИКОВ

Авл Геллий — Авл Геллий. Аттические ночи. Книги I–X / Пер. с латинского под общ. ред. А. Я. Тыжова. СПб., 2007. С. 17–458.

Алкиной. *Сокращение учений Платона* — Алкиной. Учебник Платоновской философии / пер. Ю. А. Шичалина // Учебники Платоновской философии / Сост. Ю. А. Шичалин. Томск, 1995. С. 67–100.

Аристотель. *Метафизика* — Аристотель. Метафизика / Перевод А. В. Кубицкого под ред. М. И. Иткина // Аристотель. Соч. в 4-х томах. М., 1976. Т. 1. С. 65–364.

Аристотель. *Никомахова этика* — Аристотель. Никомахова этика / Перевод И. В. Брагинской // Там же. М., 1983. Т. 4. С. 53–293.

Аристотель. *О возникновении и уничтожении* — Аристотель. О возникновении и уничтожении / Перевод Т. А. Миллер // Там же. М., 1981. Т. 3. С. 381–440.

Аристотель. *О душе* — Аристотель. О душе / Перевод П. С. Попова под ред. М. И. Иткина // Там же. Т. 1. С. 371–448.

Аристотель. *О частях животных* — Аристотель. О частях животных / Перевод с греческого, вступительная статья и примечания В. П. Карпова. М.; Л., 1937.

Боэций. *Арифметика* — Боэций. Основы арифметики (фрагменты) // А. М. С. Боэций. Основы музыки / Подготовка текста, перевод и комментарий С. Н. Лебедева. М., 2012. С. 343–378. Приложение I.

Боэций. *Музыка* — Боэций. Основы музыки // Там же. С. 3–265.

Евклид — «Начала» Евклида. Книги I–VI / Перевод с греческого и комментарии Д. Д. Мордухай-Болтовского при редакционном участии М. Я. Выгодского и И. Н. Веселовского. М.; Л., 1950. С. 11–217; Книги VII–X / перевод с греческого и комментарии Д. Д. Мордухай-Болтовского при редакционном участии И. Н. Веселовского. М.; Л., 1949. С. 9–254.

Климент Александрийский. *Строматы* — Строматы. Творение учителя церкви Климента Александрийского / С первонач. текста перевод с примеч. Н. Корсунского. Ярославль, 1892.

Модерат — Модерат из Гадиры. Фрагменты / Перевод Е. В. Афонасина // *Афонасин Е. В., Афонасина А. С, Щетников А. И.* Пифагорейская традиция. СПб., 2014. С. 292–306.

Никомах. *Арифметика* — Никомах из Герасы. Введение в арифметику / пер. А. И. Щетникова // Там же. С. 321–397.

Никомах. *Гармоника* — Никомах из Герасы. Руководство по гармонике / пер. А. И. Щетникова // Там же. С. 400–417.

Платон. *Горгий* — Платон. Горгий / пер. С. П. Маркиша // Платон. Собрание соч. в 4-х томах / Общ. ред. А. Ф. Лосева, В. Ф. Асмуса, А. А. Тахо-Годи. М., 1990. Т. 1. С. 477–574.

Платон. *Государство* — Платон. Государство / Перевод А. Н. Егунова // Там же. М., 1994. Т. 3. С. 79–420.

Платон. *Государство* [пер. И. Н. Веселовского] — *Ван дер Варден Б. Л.* Пробуждающаяся наука. Математика древнего Египта, Вавилона и Греции / Перевод с голландского И. Н. Веселовского. М., 1959. С. 161.

Платон. *Кратил* — Платон. Кратил / пер. Т. В. Васильевой // Платон. Собрание соч. в 4-х томах. Т. 1. С. 613–681.

Платон. *Политик* — Платон. Политик / Перевод С. Я. Шейнман-Топштейн // Там же. М., 1994. Т. 4. С. 3–79.

Платон. *Послезаконие* — Платон. Послезаконие / Перевод А. Н. Егунова // Там же. С. 438–459.

Платон. *Софист* — Платон. Софист / Перевод С. А. Ананьина // Там же. М., 1993. Т. 2. С. 275–345.

Платон. *Тимей* — Платон. Тимей / Перевод С. С. Аверинцева // Там же. С. 421–500.

Платон. *Федр* — Платон. Федр / Перевод А. Н. Егунова // Там же. С. 135–191.

Платон. *Филеб* — Платон. Филеб / Перевод Н. В. Самсонова // Там же. М., 1994. Т. 3. С. 7–78.

Плутарх. *О рождении души по Тимею* — Плутарх. О рождении души по Тимею // Плутарх. Сочинения / Перевод Т. Г. Сидаша. СПб., 2008. С. 45–106.

Порфирий — Порфирий. Комментарий к «Гармонике» Птолемея // Клавдий Птолемей. Гармоника в трех книгах. Порфирий. Комментарий к «Гармонике» Птолемея / Изд. подг. В. Г. Цыпин. М., 2013. С. 7–286.

Прокл. *Комментарий к I книге «Начал» Евклида* — Прокл Диадох. Комментарий к первой книге «Начал» Евклида / перевод А. И. Щетникова. М., 2013.

Прокл. *Комментарий к «Пармениду» Платона* — Прокл. Комментарий к «Пармениду» Платона / Перевод с древнегреч., статья, примеч., указатели, список литературы Л. Ю. Лукомского. СПб., 2006.

Прокл. *Платоновская теология* — Прокл. Платоновская теология / Перевод с древнегреч., сост., статья, примечания, указатели, словарь Л. Ю. Лукомского. СПб., 2001.

Псевдо-Евклид — Евклидов корпус. Деление канона / Перевод А. И. Щетникова // ΜΟΥΣΙΚΗ ΤΕΧΝΗ. Очерки истории античной музыки // Изд. подг. Е. В. Афонасин, А. С. Афонасина, А. И. Щетников. СПб., 2013. С. 93–103.

Псевдо-Тимей — Тимей Локрский. О природе космоса и души / Перевод А. С. Афонасиной // *Афонасин Е. В.*,

Афонасина А. С, Щетников А. И. Пифагорейская традиция. С. 138–151.

Птолемей — Клавдий Птолемей. Гармоника в трех книгах. Порфирий. Комментарий к «Гармонике» Птолемея / Изд. подг. В. Г. Цыпин. М., 2013. С. 11–286.

Теологумены — Теологумены арифметики / Перевод В. В. Бибихина и А. И. Щетникова / Общая редакция и комментарии А. И. Щетникова // Там же. С. 641–697.

Теон — Теон Смирнский. Изложение математических предметов, полезных при чтении Платона / Перевод А. И. Щетникова // Там же. С. 423–533.

Ямвлих. *О Пифагоровой жизни* — Ямвлих. Жизнь Пифагора / Изд. подг. В. Б. Черниговский. Издание второе, переработанное и дополненное. М., 1998.

Heron — Heronis Alexandrini opera quae supersunt omnia. Vol. 4. Heronis Definitiones cum variis collectionibus. Heronis quae feruntur Geometrica / copiis Guilelmi Schmidt usus edidit J. L. Heiberg. Lipsiae, 1903. P. 2–168. — Электронный ресурс: http://stephanus.tlg.uci.edu/Iris/Cite?0559:002:47431 (обращение от 18.02.2020).

Pseudo-Galenus. *De ponderibus et mensuris* — Metrologicorum scriptorum reliquiae / Collegit, recensuit, partim nune primum edidit Fridericus Hultsch. Lipsia, 1864. Vol. 1: Quo scriptores graeci continentur. — Электронный ресурс: http://stephanus.tlg.uci.edu/Iris/Cite?0530:022:0 (обращение от 18.02.2020).

Scholia in Euclidis elementa — Scholia in Euclidis elementa (scholia vetera et recentiora) // Euclidis opera omnia / Ed. J. L. Heiberg, E. S. Stamatis. Leipzig, 1977. Vol. 5. 2. — Электронный ресурс: http://stephanus.tlg.uci.edu/Iris/Cite?5022:001:507227 (обращение от 18.02.2020).

The commentary of Pappus *on book X of Euclid's Elements* — The commentary of Pappus on book X of Euclid's Elements / Arabic text and translation by William Thomson / with introductory remarks, notes, and glossary of technical terms by Gustav Junge and William Thomson. Cambridge (Mass.), 1930.

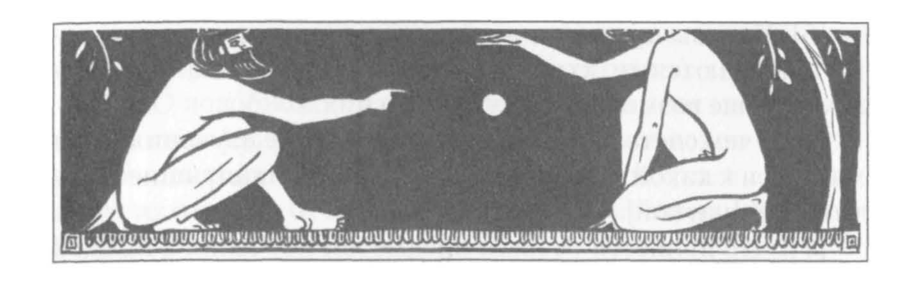
Theon — Theonis Smyrnaei philosophi Platonici expositio rerum mathematicarum ad legendum Platonem utilium / recensuit Eduardus Hiller. Lipsiae, 1878. P. 1–205. — Электронный ресурс: http://stephanus.tlg.uci.edu/Iris/Cite?1724:001:6858 (обращение от 18.02.2020).

СОКРАЩЕНИЯ ТЕРМИНОВ

гл. – глагол
ед. ч. – единственное число
им. п. – именительный падеж
м. р. – мужской род
прил. – прилагательное
прич. – причастие
сущ. – существительное
acc. – accusativus
nom. – nominativus
pl. – pluraris
TLG – Thesaurus Linguae Grecae

Том I

ФИЛОСОФИЯ ЧИСЛА



ОБ ОБЩЕЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ НАУКЕ



ОГЛАВЛЕНИЕ

[5]. Каковы предметы всей математики в целом, которыми занимаются те, кто стремится к знанию, и каким образом вообще возможно рассуждать о них.

[6]. В чем состоит наилучшее применение изучения математики и к какой цели должны приводить наилучшие занятия этой [наукой].

[7]. Что является особым предметом изучения в каждой математической науке, и как можно с помощью разделения (ἐκ διαιρέσεως) установить общее различие между [отдельными предметами], чтобы знать, что такое единица и множество в математике, каковы они, и как нужно их определять.

[8]. Каков способ суждения всех математических наук и как он обнаруживается с помощью разделения линии, о котором говорят пифагорейцы.

[9]. О тех, кто наделяет математические объекты определенной сущностью, и [о тех,] кому принадлежит первое мнение о том, что эта [сущность] возводится к душе; [здесь] излагаются наиболее важные причины такого предположения и основания для рассмотрения этих [вопросов] в целом.

[10]. Как из всех математических объектов составилась сущность души, и на основании какого разграничения можно отграничить от них [имеющееся] в ней смешение; и содержится ли в ней вся субстанция математических объектов, или же можно рассуждать о каком-то другом их начале.

[11]. В чем состоит занятие математическим исследованием, и как оно возникает; и [о том,] что название «математика» созвучно этому [занятию]. <5>

[12]. Каковы возможности математической науки, и какая в них имеется классификация (τάξεις), и на какие виды они разделяются, и сколькими способами постигаются.

[13]. Каковы элементы и роды математической науки, и каким образом одно и то же иногда считается элементами, а иногда — родами; чем они отличаются от [элементов и ро-

дов] в других науках и сущностях, как умопостигаемых, так и существующих в возникновении (ἐν γενέσει).

[14]. О подобном и неподобном в математике: каковы они и насколько [широко] распространяются, и в каком отношении они находятся к математической сущности, и в чем состоит их отличие от одноименных родов, которые относятся к умопостигаемому и чувственному.

[15]. Как вся математическая наука сама по себе и ее роды, элементы и начала распространяются на всю философию в целом и на [отдельные] части философии, и как [математика] участвует в последних, и в какой степени.

[16]. [О том], сколько благ [математическая наука] предоставляет искусствам (ταῖς τέχναις), всем в целом и отдельным их родам, а именно, теоретическим, творческим и практическим; и подытоживающее учение о них.

[17]. Каков порядок в обучении математике; имеет ли она один и тот же порядок и для изучения, и по природе; согласуется ли каждый из двух порядков с другим и они оба — между собой. <6>

[18]. Каковы особые способы преподавания математических наук пифагорейцами, и как они использовали их и для кого; и о том, что они всегда предлагали подходящий [способ преподавания] — как для [изучаемых] предметов, так и для учащихся.

[19]. Разделение всей математической науки на главные роды и виды согласно пифагорейцам, представляющее их общий обзор.

[20]. Что такое метод определения в математике (ἡ ὁριστικὴ τῆς μαθηματικῆς μέθοδος), и как он применяется, и в чем его польза для науки; и [о том,] что математика имеет конечную цель, и какова именно ее цель.

[21]. Какие основатели стояли у истоков математики по Пифагору, каковы отличительные особенности этой науки согласно его учению, и в каком порядке нужно располагать математические знания по [Пифагору] — общий обзор.

[22]. Каково особое изучение математической науки по Пифагору и скольким полезным вещам для души и для людей оно было посвящено; и как [пифагорейцы] занимались им в течение всей своей жизни.

[23]. О том, что пифагорейцы внесли значительный вклад в развитие математических наук, не просто так, но для необходимого использования в жизни; и подробное рассуждение о том, каковы причины для этого.

[24]. Каков был обычай у пифагорейцев в занятиях математикой, <7> и в чем состояли у них практические занятия и разработка научных знаний (ἐν ταῖς ἐπιστήμαις).

[25]. Кем были «математики» у пифагорейцев, и чем они отличались от «акусматиков»; в чем состояла их деятельность, и каков способ [их] суждений и доказательств.

[26]. Критика математических наук как якобы не имеющих никакой ценности, возражения [против этого] и подробное сравнение аргументов в пользу первого и второго [мнения].

[27]. Что должен требовать от математика действительно образованный человек, и как он должен оценивать его теорию (τὴν θεωρίαν), и согласно каким определениям понимать [ее] правильность.

[28]. Когда задача (τὸ πρόβλημα) и способ доказательств (ὁ τρόπος τῶν ἀποδείξεων) являются математическими, а [когда они относятся] к другой науке: научное разделение.

[29]. О математических умозаключениях (περὶ τῶν μαθηματικῶν συλλογισμῶν) и математических делениях и определениях: как их использует математическая наука — особенным образом или же заимствуя начала у диалектики.

[30]. О том, что математика вносит большой вклад во всю философию и во все ее части, помогая ей во всем, и в особенности — математика пифагорейцев, которая значительно отличается от прочей математики.

[31]. [О том,] что пифагорейцы, [с одной стороны], пользовались одними и теми же математическими дисциплина-

ми по-разному для [решения] многих различных вопросов, а [с другой], <8> использовали большинство математических наук для объяснения одной и той же вещи, и по каким причинам.

[32]. Как иногда мы применяем (ἐπιχειροῦμεν) математические методы к чувственным вещам, и сколькими способами это возможно сделать; и как в математике многое сводится к [чему-либо] другому, и по каким причинам.

[33]. Что есть «общее» во всей математической науке в целом, и что есть ее «частное» в соответствии с различиями, которые наблюдаются во многих видах [математических дисциплин]; и как это нужно разделять согласно науке о делении (διαιρετική)[1] — [сначала] делить один [вид] на два, а затем [делить каждый из их] на большее число видов.

[34]. Откуда получила название наука о математических предметах, и в чем ее своеобразие (ὁ χαρακτήρ); и на что нужно обращать внимание при определении вида математических знаний.

[35]. Краткое изложение общего трактата обо всех математических дисциплинах, указание порядка глав и одновременно с этим напоминание о правильном делении всего перечня глав. <9>

[1]

Задача настоящего исследования — представить общее учение (τὴν ... θεωρίαν)[2] о математических предметах (τῶν μαθημάτων)[3]: каково оно в целом и какова его единая при-

---

[1] «Наука о делении» — раздел диалектики.

[2] Θεωρία — «наблюдение, рассмотрение, учение, теория» (от гл. θεάομαι — «видеть, рассматривать, наблюдать, созерцать»).

[3] Термин τὰ μαθήματα (*pl.*) объединяет в себе понятия «совокупность объектов *или* предметов математики», «совокупность математических

чина и самая главная первенствующая сущность (οὐσίαν πρεσβυτάτην προηγουμένην). Затем, после [рассмотрения] единой [причины], мы рассмотрим два его начала, что они собой представляют, а после такой дихотомии попробуем вычислить с помощью некоей научной классификации (μετ' ... διαιρέσεως), разделяются ли [математические предметы] на какое-то определенное число родов[4]. И, наконец, после этого мы рассмотрим общие эйдосы (κοινὰ εἴδη)[5] всех математических предметов в целом (κατὰ κοινήν ... ἐπιβολήν),

---

знаний», а также «совокупность математических дисциплин» — арифметики, геометрии, «гармоники» (музыки) и «сферики» (астрономии).

[4] Здесь и далее Ямвлих опирается на учение Платона о диалектическом методе разделения и соединения, изложенное в диалоге *Филеб*: «...древние <...> передали нам сказание, гласившее, что все, о чем говорится как о вечно сущем, состоит из единства и множества и заключает в себе сросшиеся воедино предел и беспредельность. Если все это так устроено, то мы всякий раз должны вести исследование, полагая одну идею для всего, и эту идею мы там найдем. Когда же мы ее схватим, нужно смотреть, нет ли кроме одной еще двух, а может быть, трех, идей или какого-то их иного числа, и затем с каждым из этих единств поступать таким же образом до тех нор, пока первоначальное единство не предстанет взору не просто как единое, многое и беспредельное, но как количественно определенное. Идею же беспредельного можно прилагать ко множеству лишь после того, как будет охвачено взором все его число, заключенное между беспредельным и одним; только тогда каждому единству из всего [ряда] можно дозволить войти в беспредельное и раствориться в нем. <...> ...но теперешние мудрецы устанавливают единство как придется — то раньше, то позже, чем следует, и сразу после единства помещают беспредельное; промежуточное же от них ускользает. Вот какое существует у нас различие между диалектическим и эристическим способами рассуждений» (Платон. *Филеб*, 16c10–d7). Ср.: «Диалектика рассматривает то, чем является всякая вещь, сверху вниз — путем разделения и определения и снизу вверх — путем анализа; принадлежащие сущности свойства она рассматривает, идя от менее общего — путем индукции и от более общего — путем силлогизма. Поэтому части диалектики суть разделение, определение, анализ, а также индукция и силлогизм» (Алкиной. *Сокращение учений Платона*, III. 2).

[5] Слово εἶδος многозначно и включает в себя понятия «вид, разновидность, род (*в классификации*)», «внешний вид, форма», «эйдос» (в специальном значении).

еще не касаясь каждого предмета рассмотрения по отдельности (τῶν καθ' ἕκαστον θεωρημάτων)[6]. Мы представим сущность, которая имманентна (ἐνυπάρχει) каждому роду и виду математических предметов, и не преминем сказать, какова их доля в составе целого и как они сочетаются друг с другом, в чем состоит их родство и откуда оно происходит, посредством каких начал оно связывается и к каким причинам — более старшим, чем оно само, — возводится; и как преуспеть [в занятиях математикой], и в чем польза [этого] занятия, и к скольким благам оно ведет; и что оно заслуживает предпочтения как само по себе, так и ради тех наук, которым оно приносит пользу, <10> и что оно обращает мысль ко всякой философии и ко всякому знанию об [истинно] сущем (περὶ τῶν ὄντων) и умопостигаемом (νοητῶν). Вот те вопросы, которые нам предстоит рассмотреть в этой книге; начнем же с самого первого, вновь вернувшись к началу.

Итак, пусть будут даны для всех математических предметов в целом следующие основные положения (ἀξιώματα)[7]: они бестелесны и существуют сами по себе (καθ' ἑαυτὰ ὑφεστηκότα)[8], являясь средними (μέσα) между неделимыми сущностями и [сущностями] разделяемыми на тела, между эйдосами и логосами[9]; они занимают положение между неделимым и делимым, будучи более чистыми, чем делимые [вещи], и более разнообразными (ποικιλώτερα), чем неделимые; с одной стороны, они способны соединяться и разделяться, а с другой — нерожденно и вечно взирают на соединяемое и разделяемое; они стоят ниже умопостигаемых

---

[6] Θεώρημα (*от гл.* θεάομαι, однокоренное с θεωρία) — «объект наблюдения *или* рассмотрения», «воззрение, взгляд, теория», а также «(научное) положение, (математическая) теорема» или «область науки».

[7] Ἀξίωμα— положение, не требующее доказательств, аксиома.

[8] В отличие от телесных вещей, бестелесное не нуждается для своего существования в чем-то другом, кроме самого себя.

[9] «Логос» (λόγος «слово») — определение той или иной вещи в словах или суждение о той или иной вещи.

сущностей, но выше тех [сущностей], что [имеются] в природе; красотой, расположением и точностью они превосходят видимое, но уступают умопостигаемому, занимая точно так же среднее место по [своей] соразмерности (συμμετρίᾳ) и согласованности (ὁμολογίᾳ); они имеют способность направлять и приводить к неделимым эйдосам, поскольку родственны им, и тех, кто освоил [математические науки], уводят от тел и ведут к божественным сущностям, словно по некоей лестнице, ведущей ввысь.

Кроме того, нужно видеть, что вторая часть сущности бестелесных переходит к [математическим предметам] не от одного лишь <11> рода сущего, а от всех родов, какие только есть в истинно Сущем и в Уме: от всех этих [родов] к [находящимся] посередине природам математических предметов нисходит промежуточное положение между причинами и тем, что совершается в силу этих [причин], и связывает возникающее[10] с сущим (πρὸς τὰ ὄντα), и производит их общение между собой.

Итак, поскольку теория математики столь обширна и распространяется тем самым на все вещи, математическая наука (ἡ ... ἐπιστήμη)[11] представляет собой «среднее» знание (γνῶσις), в котором преобладает мыслительное начало в [его] синтезе (πλεονάζουσα τοῦ νοῦ τῇ συνθέσει)[12]; [это на-

[10] «Возникающее» — то, что подвержено рождению и гибели, материальное, в противоположность «идеальному», существующему вечно.

[11] ἐπιστήμη — «знание; достоверное знание; научное знание, наука» (от ἐπίσταμαι «знать, уметь»).

[12] Ср.: «...Платон разделял знания о бытии по их предметам на первые, средние и последние (Платон. *Государство*, 511 b–e; 533e–534c). И неделимое он считал всецело умопостигаемым, связанным с простым разделением умопостигаемых предметов и превосходящим все прочие познания своей нематериальностью, чистотой, однообразным постижением и прикосновением к сущему. А с делимыми, причастными низшей природе и всему ощущаемому, он связал мнение, имеющее дело со смутной истиной. Тогда как со средними, — а таковы математические виды, которые ниже неделимой природы, но выше делимой, — он соотносил размышление (διάνοια). Следуя за умом и высшим знанием, размышление

ука], в основе которой лежит размышление (διανοητική τις οὖσα)[13], объединяющая многое в едином, пользующаяся прежде всего некими «ходами» (διεξόδοις) и «разворачиваниями» [мысли] (ἀνελίξεσιν)[14], а также «средними» эйдосами и логосами[15], не всегда ограниченными пределом (οὐ

при этом совершеннее, точнее и чище мнения. Ведь оно последовательно расчленяет неделимость ума, разворачивая свернутость умственного замысла, а затем собирает разделенное обратно, возводя его к уму» (Прокл. *Комментарий к I книге «Начал» Евклида*, 3–4).

[13] Прил. διανοητική (от сущ. διάνοια «мысль, мышление, размышление») употреблено здесь в терминологическом значении, не имеющем русского аналога, и потому передающемся описательно, ср.: «...всякое знание, основанное на рассуждениях (πᾶσα ἐπιστήμη διανοητική) или каким-то образом причастное рассуждению (μετέχουσά ... διανοίας), имеет своим предметом более или менее точно определенные причины и начала. Но всякое такое знание имеет дело с одним определенным сущим и одним определенным родом, которым оно ограничивается, а не с сущим вообще и не поскольку оно сущее, и не дает никакого обоснования для сути предмета, а исходит из нее: в одном случае показывая ее с помощью чувственного восприятия, в другом — принимая ее как предпосылку, оно с большей или меньшей строгостью доказывает то, что само по себе присуще тому роду, с которым имеет дело. А потому ясно, что на основе такого рода наведения получается не доказательство сущности или сути предмета, а некоторый другой способ их показа; и точно так же такие знания ничего не говорят о том, существует ли или не существует тот род, с которым они имеют дело, ибо одна и та же деятельность рассуждения (τῆς ... διανοίας) должна выяснить, чтó есть предмет и есть ли он» (Аристотель. *Метафизика*, 1025b).

[14] Речь идет об индуктивном и дедуктивном методе доказательств в математике. По TLG, слова διέξοδος — *букв.* «выход, проход, движение, круговое движение», *перен.* «подробное повествование *или* описание» (δια- «через» + ἐκ- «из» + ὁδός «путь») и ἀνέλιξις — *букв.* «разворачивание» (ἀν-ελίσσω «разворачивать, развёртывать» от ἑλίσσω «скручивать, свивать, свёртывать») в терминологическом значении логических операций у авторов до Ямвлиха не встречаются; после Ямвлиха их используют в этом значении неоплатоники Сириан Александрийский, Прокл и Симпликий. Точный перевод этих слов невозможен.

[15] Ср.: «[Те, кто занимаются геометрией], пользуются видимыми эйдосами (τοῖς ὁρωμένοις εἴδεσι) и выстраивают суждения (τοὺς λόγους) о них, размышляя не о них, но о тех [эйдосах], которым они подобны (οἷς ... ἔοικε): они выстраивают суждения (τοὺς λόγους), относящиеся к

πάντῃ πεπερασμένοις), но устанавливающими предел для беспредельного и предоставляющими ясность в вещах не слишком хорошо известных.

[2]

Поскольку [математическая] наука именно такова, [как было описано выше,] то для ее постижения необходимо отдалиться от тел и от возникновения (γενέσεως)[16] и очиститься от представлений и ощущений, а также освоиться с тем, чтó бестелесно само по себе, и постоянно заниматься исследованием логосов; подобает же отделять их как от науки о существующем (τῆς τῶν ὄντων ἐπιστήμης)[17], так и от чистого умозрения (νοήσεως) о чистых логосах и нематериальных эйдосах[18] и от ограниченной пределом истины умопостигаемого (τῆς πεπερασμένης τῶν νοητῶν ἀληθείας): от [этих вещей], пожалуй, можно дополнительно позаим-

четырехугольнику как таковому (τοῦ τετραγώνου αὐτοῦ ἕνεκα) и к диаметру как таковому (διαμέτρου αὐτῆς), а не к тому [диаметру], который они чертят. Так же обстоит дело и в остальном, что касается тех самых [эйдосов], которые они изображают (πλάττουσι) и чертят, способных отбрасывать тень и отражаться в воде: пользуясь ими, в свою очередь, как отражениями, они стремятся увидеть то, что невозможно увидеть иначе как мысленно (τῇ διανοίᾳ)» (Платон. *Государство*, 510e–511a; перевод мой. — *Л. Щ.*).

[16] «Возникновение» (γένεσις) — то, что существует в природе, в отличие от умопостигаемых сущностей.

[17] Подразумевается онтология — раздел философии, изучающий проблемы бытия.

[18] Речь идет о различении «умозрения» (νόησις) и «мышления» (διάνοια) по Платону, ср.: «...поставь на высшее место умозрение (νόησιν), на второе [место] — рассуждение (διάνοιαν), на третье — веру и на последнее [место] — уподобление (εἰκασίαν), и расположи их пропорционально (ἀνὰ λόγον), полагая, что насколько [каждое из них] причастно к истине, настолько же оно причастно и к ясности (σαφηνείας)» (Платон. *Государство*, 511e; перевод мой. — *Л. Щ.*).

ствовать совершенство и чистоту [содержащегося] в них знания. Распространяется же [математическое знание] на все «средние» роды и виды существующего, какие только [есть], — как на те, что содержатся в определенных числах (ἐν ἀριθμοῖς ὡρισμένοις), так и на те, что по неким эйдетическим отличиям некоторым образом предшествуют [им][19]. Одни [из них] движутся вперед и восходят ввысь, другие же приближаются к более несовершенному <12> и низкому, а те, что находятся в середине между ними, связывают находящееся по краям. [Математические] роды и виды следует различать на основании всех вышеперечисленных [признаков], а также отделять те [из них], которые тождественны себе, от тех, которые соотнесены с другими. Следует принимать также их разделение на основании различий количества (κατὰ τὰς τοῦ ποσοῦ ... διαφορὰς) и различий между средними логосами и эйдосами, и одни из них полагать первыми, а другие — второстепенными, в соответствии с тем, какое место занимают [их] природы относительно друг друга. Можно также выводить различия между ними из познавательных способностей души, которые являются средними и основаны на размышлении (εἰσὶ ... διανοητικαί) — как,

---

[19] Речь идет о двух видах чисел: математических и эйдетических, ср.: «...разногласие во взглядах [прежних философов] на числа есть признак того, что недостоверность самих предметов приводит их в замешательство. А именно: те, кто помимо чувственно воспринимаемого признает только математические предметы, видя всю неудовлетворительность и произвольность учения об эйдосах, отказались от эйдетического числа и признали существующим математическое число . С другой стороны, те, кто хотел в одно и то же время признать эйдосы также числами, но не видел, как сможет математическое число в случае принятия таких начал существовать помимо эйдетического, на словах отождествляли число эйдетическое и число математическое на деле же математическое отвергли (они ведь выставляют свои особые, а не математические предпосылки). А тот, кто первый признал, что есть эйдосы, что эйдосы — это числа и что существуют математические предметы , с полным основанием различил их. Поэтому выходит, что все они в каком-то отношении говорят правильно, а в общем неправильно» (Аристотель. *Метафизика*, 1086a).

очевидно, поступает Архит в сочинении *Разделение линии познания* (Ἡ τῆς γνωριστικῆς γραμμῆς τομή)[20].

Таков первоначальный обзор, представляющий в кратком виде общее учение о математических предметах; отсюда мы вернемся к началу и постараемся подробно изложить каждый из вопросов, о которых мы сказали выше.

[3]

Итак, определим для всех математических предметов в целом, каковы начала математической сущности: поскольку всякая наука (πᾶσα ἐπιστήμη) возникает через посредство своих собственных начал, то знание (ἡ ... εἴδησις) математической сущности также будет наилучшим, если будет начинаться [именно] с этого.

По мнению пифагорейцев, очевидно, что началами всех математических наук и всякой математической сущности являются «ограниченное пределом» и «беспредельное» (τὸ πεπερασμένον καὶ ἄπειρον). Однако [они считают], что каждый из этих двух логосов не является ни единственным, ни одним и тем же применительно ко всякой сущности. В отношении <13> умопостигаемых эйдосов и нематериальных логосов такие начала — полностью умопостигаемые, нематериальные и сами по себе неделимые; а если речь идет о «множестве» и «величине» математических предметов, то [эти начала] будут причинами разделения и расстояния (διαστάσεως)[21], и будут причастны к разделенной приро-

[20] О разделении линии см. ниже (с. 74), где данное сочинение Архита упоминается под названием *Об уме и чувстве.*

[21] Διά-στασις — «разделение; расстояние, удаленность; расхождение; протяжение; (пространственное) измерение; промежуток, интервал» (δια- *приставка со значением разделения* + στάσις «расстановка, устанавливание; стояние на месте; место стояния; положение, состояние»).

де, и приобретут собственные роды, относящиеся ко всем математическим предметам, и станут составной частью сочетания [различных элементов] (συνθέσεως), — и судить о них будет иное мышление (κριθήσονται διανοήσει ἑτέρᾳ), нежели способность судить о простых, неделимых и «умных» (νοερὰς) сущностях[22]. Возможно, некоторые присвоят этим началам математических предметов движение — как те, кто помещает эти начала в душе и в жизнях и в способностях души; лучше, однако, душу относить к иному роду сущности, а математические начала и математическую сущность полагать неподвижными: ибо их эйдосы всегда пребывают неизменными (ἕστηκε), и мы рассматриваем их как остающиеся одними и теми же и тождественными себе[23]. Так что

[22] Ср.: «Чтобы найти начала математического бытия в целом, мы рассмотрим начала, распространяющиеся на всё сущее и всё из себя порождающие: я говорю о пределе и беспредельном. Ведь это — два первых начала после неописуемой и всецело непостижимой причинности единого, и они служат основой всего, в том числе и математической природы. <...> *Ведь роды умопостигаемого по присущей им простоте первыми* причастны пределу и беспредельному. Своим единством, тождеством и постоянством существования они исходят из предела, а в разделении на множество, плодотворном изобилии, божественной инаковости и продвижении они пользуются беспредельным» (Прокл. *Комментарий к I книге «Начал» Евклида*, 5–6).

[23] «Оставаться вечно неизменными и тождественными самим себе подобает лишь божественнейшим существам, природа же тела к этому разряду не принадлежит» (Платон. *Политик*, 269d5–6); «Думаешь ли ты, что без покоя могли бы существовать тождественное, само себе равное и находящееся в одном и том же отношении?» (Платон. *Софист*, 249 b–c); ср.: «...[Сократ] упомянул, что они [эйдосы] пребывают и что им уподобляются все остальные вещи, ибо устойчивость и вечное нахождение в одном и том же положении являются собственными признаками вечно сущих и действующих эйдосов. В самом деле, элейский гость говорит, что вечно находиться в одном и том же положении и оставаться тождественным способно лишь наиболее божественное среди всего; пребывание же, разумеется, и есть не что иное, как нахождение в одном и том же положении и бытие тождественным. Такое же определение дает и в *Софисте*. Стало быть, если Сократ утверждает, что эйдосы пребывают и, как было написано в *Софисте*, пребывающее находится в одном и том же положении и остается тождественным, а находящееся в одном и том

эти начала представляют собой нечто среднее между «беспредельным» (τοῦ ... ἀπείρου) и «пределом», поскольку идея «предела» всегда господствует над [идеей] «беспредельного» и ограничивает последнюю в себе самой; потому [математические предметы] всегда движутся к беспредельному, но в то же время ограничены тем, что ставит им предел (ὑπὸ τοῦ περαίνοντος). И эти начала отличаются от находящихся в уме [логосов] тем, что они сами из себя предоставляют причину разделения, множества, величины и соединения; а от логосов природы и души они отграничиваются тем, что они неподвижны, и тем, что они тождественны себе [и] отделены от материи, поскольку «средние» бестелесные [предметы] расположены посередине, — а те соприкасаются и с материей.

Итак, в том, что [математические начала] отличаются от <14> других причин, всякий может убедиться из сказанного. А их общность, которая распространяется на все [математические предметы], следует выводить как из [их] «среднего» положения, так и из [их] природы, уступающей неделимым и умопостигаемым эйдосам, но превосходящей [эйдосы,] разделенные между телами. И если взять логосы, то в логосах [их] следует рассматривать исходя из этой общности. Что же касается неопределенности (τὴν ἀοριστίαν), то она, как следует полагать, также распространяется на все [математические предметы] в целом. Если же [математические начала] представляются некими «вместилищами» (ὑποδοχαὶ) математических эйдосов, то необходимо допустить, что они общие для всего многообразного состава, который наблюдается в математических предметах: ведь [только] так можно воспринять их общность, которую труд-

---

же положении и остающееся тождественным, согласно *Политику*, является наиболее божественным среди всего, то очевидно, что эйдосы-то как раз и будут этим наиболее божественным, причем окажутся они отнюдь не мыслями души, а чем-то обособленным от всех вещей» (Прокл. *Комментарий к «Пармениду» Платона*, 907–908).

но постигнуть разумом, с тем чтобы охватить одной мыслью (ἑνὶ λογισμῷ), поскольку она содержится в большом количестве различных [вещей] и ее с трудом можно заметить, пожалуй, лишь вышеуказанным способом[24].

Пусть так будет определено «общее» [в математических предметах].

[4]

Если необходимо определить собственные начала каждого из математических родов — что́ это за [начала], каковы они, какой особенностью обладают сами по себе и чем отличаются друг от друга и от всех прочих начал всего существующего, — то настало время рассказать и об этом. Лучше всего — поскольку [математическим родам] присущ определенный порядок, и одни из них находятся на первом месте не только по порядку, но и по природе, так как [сами] уничтожают [другие], но не уничтожаются [ими] и привносят [другие], но не привносятся [вместе с ними][25], <15> а вторые и в том и в другом случае уступают [первым] по старшинству (πρεσβείᾳ) и простоте, — нам подобает в силу этих [причин] также последовать их природному порядку и сказать прежде всего о первых [началах], [а] затем в свою очередь [и] об остальных.

Итак, для математических чисел в основу следует положить два самых первых и высших начала: [с одной стороны], Единое (τὸ ἕν), которое никоим образом не следует

[24] Т. е. предположив общие начала для всех математических предметов.

[25] Ср.: «Поэтому с уничтожением арифметики уничтожается геометрия, но сама она не уничтожается вместе с последней, и хотя арифметика привносится вместе с геометрией, но сама она ее не привносит» (Никомах. *Введение в арифметику*, I. 4, 5); Ямвлих. *О Никомаховом «Введении в арифметику»*, 10 (см. ниже, с. 153).

называть «сущим» (ὄν), ибо оно, [во-первых,] является простым, а [во-вторых], [хотя] оно и есть начало сущего, но это начало еще не таково, каково то [сущее], чьим началом оно является, а с другой — «иное» начало, [а именно, начало] множества, способное самостоятельно предоставлять разделение и в связи с этим во всех отношениях подобное некоему жидкому и текучему (εὐπλαδεῖ) веществу, — и мы могли бы доказать [это], по мере наших возможностей изложив надлежащим образом. Из [этих начал] — Единого и начала множества — состоит первый род [математических предметов][26], так как числа с некоей достоверной необходимостью составляются из того и другого. И тот, кто внимательно рассмотрит каждое отдельное число, должен будет сказать, что всякое деление и величину, если говорить в целом, каждому числу предоставляет эта природа[27]; а то, что каждое из них обладает качеством и к тому же является определенным и единственным, есть следствие того, что [на него] налагает печать недифференцированное (ἀδιάφορον) и неделимое начало. То, что является самостоятельной причиной как величины (μεγέθους), так и разделения (διαιρέσεως), а кроме того и увеличения (αὔξης), по-видимому, не подобает считать дурным или безобразным: ведь в других [вещах] мы обычно не считаем такой род причастным к чему-то дурному, — а в иных случаях мы, пожалуй, могли бы, не погрешив против истины, назвать «великое» (τὸ μέγα) в сочетании с определенным качеством причиной «великолепного» и «благородного» (μεγαλοπρεποῦς καὶ ἐλευθερίου); <16> так что [начало множества] ни в коей мере не следует называть дурным. В самом деле, если природу Единого хвалят как за самодостаточность (δι' αὐτάρκειαν), так и за то, что она является причиной чего-то доброго в числах, то как же можно назвать разумным утверждение, будто бы дурное или безо-

[26] Т. е. числа.

[27] Т. е. начало (или принцип) множества.

бразное может по природе вместить в себя (δεκτικὸν... εἶναι) такую вещь?[28] В этом случае дурное или безобразное вообще не заслуживало бы порицания — ведь то, что вмещает в себя нечто достойное похвалы, и само должно называться достойным похвалы. Итак, будем понимать начало [множества] именно таким образом. Единое же не подобает называть ни добром, ни благом, поскольку оно выше и доброго, и благого: ведь [только] с продвижением природы вперед, дальше от того, что находится в начале, сперва появилось доброе, а затем, с увеличением расстояния между элементами — благое.

Итак, первое вместилище и величина, как бы мы его ни называли[29], запечатлело эйдос чисел — как и подобает, неопределенный в отношении множества и некоторым образом определенный в отношении вида, унаследовав [его] из области Единого. Если положить в основу всех [вещей] одну беспредельную материю и [одно] вместилище, то [отсюда], как представляется, следует вывод: если оно действительно всегда одно и то же, поскольку ему присуща идея «единого», то нелогично [было бы], если бы, в свою очередь, [из него] не образовывались бы одни и те же роды [математических предметов]. Таким образом, получится, что все роды без исключения — это числа: ведь мы не сможем подобрать подходящего различия, [чтобы объяснить,] почему же в этом случае [сначала] возникла природа чисел, а после этого — [природа] линий, плоскостей и тел, и [почему их] род — не всегда один и тот же, хотя и [образуется] из одних и тех же элементов, сочетающихся друг с другом одинаковым способом. <17> Если же предположить, что у всякого множества и величины одна первопричина, которая, однако, содержит в себе самой множество различий и благодаря этому порождает самые различные роды в соответствии со всякой

[28] Под «такой вещью» подразумевается «единое».

[29] Речь идет о начале Единого.

природой, [и] хотя ей присуще всегда одно и то же Единое, из-за плотности (διὰ τὴν παχύτητα) материи оно никогда не обнаруживает свою природу в точности, как [не проявляется] форма в каких-то случайных кусках дерева, то этот вывод, пожалуй, не выглядел бы нелогичным; с другой стороны, можно совершенно справедливо не согласиться с тем, что первый элемент (τὸ δὲ πρῶτον στοιχεῖον)[30] разделяется на такое количество разновидностей, особенно если со всех сторон обсуждать такие примеры: ведь [это] — простейший во всех отношениях элемент.

Итак, если мы предположим, что причина величины — какая-то иная, то [следует] считать, что, как в числах [причиной является] единица в соответствии с Единым (κατὰ τὸ ἕν), так в линиях (ἐν γραμμαῖς) — точка; здесь прежде всего обнаружатся положение и протяжение [геометрических] мест (τόπων) в линиях, на плоскостях и в телах (περί ... στερεὰ), а также соответствующее этим [трем измерениям] место (τόπον)[31], наряду с тем, что отличие вместилища придает определенное своеобразие [происходящему] от него роду. К тому же вряд ли ошибется тот, кто будет утверждать, что из этой причины проистекает непрерывность, бóльшая общая загрязненность и бóльшая грубость [геометрических предметов] в сравнении с числами. И на этом можно было бы завершить второй род [математических предметов]: к нему я отношу линии, тела и ширину плоскостей[32].

Итак, первой является материя чисел, а второй — [материя] линий, плоскостей и тел. Подобным же образом и для других математических предметов, сколько бы их и какого рода ни обнаружил разум, нужно изначально предполагать подходящие им вместилища. <18>

[30] Στοιχεῖον — «первоначало, элемент, начало, основа, принцип».

[31] Речь идет о прямых и окружностях, которые проводятся с помощью линейки и циркуля на плоскости, а также о конических сечениях.

[32] Т. е. три измерения.

Стало быть, мы принимаем такое [положение]. Что же касается элементов, из которых [происходят] числа, то они еще не являются ни прекрасными, ни благими: ведь число получает субстанциональное существование (ὑφίσταται) из соединения Единого с материей, [которая есть] причина множества, и в [числах] впервые возникает «существующее» (τὸ ὂν) и красота, затем, когда из элементов линий возникает геометрическая сущность, в ней точно так же [возникает] «существующее» и «прекрасное», и в них нет ничего безобразного или дурного; наконец, в четвертых и пятых соединениях из последних элементов рождается зло — не в качестве основного действия, а в результате того, что [от них] отпадает и теряет [свое] преимущество нечто, данное им от природы[33].

Итак, из этого ясно, в чем состоит отличие математических начал от прочих: они превосходят [начала] последних [вещей] (τῶν ... τελευταίων), поскольку они бестелесны, а те являются в каком-то смысле телесными; [начала] того, что наблюдается в жизни — поскольку они неподвижны, а те характеризуются движением; [начала] умопостигаемого — поскольку они предоставляют начало соединения и разделения, а те изначально являются неделимыми.

Итак, пусть в нашем общем рассуждении о математических началах [в целом] и в специальном [рассуждении] о каждом из них в отдельности будет дано такое определение [математических начал]; и пусть так будет определено, чем они отличаются от прочих [начал].

---

[33] Согласно воззрению неоплатоников, порок обладает не основной и сущностной, но побочной и второстепенной субстанцией (παρυπόστασις), поскольку составляет отпадение от доброго и естественного, что составляет основную сущность вещей.

[5]

Предметами (*τά ... ὑποκείμενα*)[34] математической теории (τῇ ... θεωρίᾳ), которые относятся ко всей этой науке в целом, являются общие положения (θεωρήματα), которые могут применяться и к числам, и к величинам[35], <19> а также и к [музыкальной] гармонии, и к астрономии, и ко всему прочему.

Таковы [теоремы] о пропорциях (τῶν ἀναλογιῶν) и о сложении и разделении в общем; и те, где речь идет о равенстве и неравенстве (περὶ τὸ ἴσον καὶ ἄνισον), каковым бы и какого рода оно ни было; и те, где рассматривается умножение и деление, или избыток и недостаток (τὸ ὑπερέχον καὶ ἐλλεῖπον), или определенное и неопределенное в общем, или тождественное себе (τὸ καθ' αὑτὸ) и соотнесенное (τὸ πρός τι), или [те теоремы,] которые рассматривают, в той мере, насколько они научны, количество в общем, не присоединяющее [к себе] дополнительно такой вид количества, как порядковое место и красота в математических видах, и не определяющее при этом такую красоту, потому что она уже касается отдельных наук, а также все [теоремы], которые исследуют постоянное и неизменное в математической науке, [то есть] то, что не изменяется в разных условиях, не утрачивает свою сущность, не понимается то так, то иначе, — [все] это включается мышлением (τῷ λογισμῷ) в общие предметы математической науки. Впрочем, следует полагать, что эти общие [теоремы] не возникают после

---

[34] ὑποκείμενα (*pl.*) — прич. от гл. ὑπό-κειμαι «лежать *или* находиться внизу, снизу; лежать в основании; быть фундаментом *или* основанием *чего-либо*; лежать в основе, быть принципом *чего-либо*; быть предметом, темой; быть положенным *или* установленным, быть принятым за правило *или* за основу».

[35] «Числа» и «величины» являются предметами исследования соответственно арифметики и геометрии.

частных[36], а существуют прежде [них]; также [не следует полагать,] что их сущность содержится в отдельных [науках] и [существует] вместе с ними — но [следует считать], что они изначально получили более важную, чем те, и первенственствующую сущность, которая не проникает в [отдельные дисциплины], но поставлена выше специальных знаний <20> каждой науки. Именно поэтому их знание (γνῶσις) является общим и первенствующим, более совершенным, чем [знание] отдельных [наук]; оно представляет общий обзор (σύνοψίν ... κοινὴν) всего, выстраивая все математические теоремы от единого и к единому, показывая (ἐπιβλέπουσα) их родство (συγγένεια) и взаимное подобие (ὁμοιότης), сопоставляя несходство и различие в них; сводит воедино их первые роды и виды, сколько их есть, и устанавливает различия [между ними]; рассматривает общие постулаты (ὁμολογήματα)[37] и первые гипотезы (ὑποθέσεις), определения (ὁρισμοὺς) и положения (θέσεις)[38], разделения и соединения, сочетания и деления, гиперболы, эллипсы и параболы[39] и любые роды математических сущностей, если

[36] Т. е. после практического применения и рассмотрения частных математических наук.

[37] ὁμολόγημα — «признанное положение, принятое допущение» (от гл. ὁμο-λογέω «соглашаться; признавать, принимать, допускать; приходить к соглашению, договариваться, уславливаться).

[38] Речь может идти о «тезисе» как о предположении, требующем доказательства, либо о «положении» геометрических фигур, ср.: «...соприкасание» в собственном смысле слова говорится о вещах, которые имеют какое-то положение. А положение имеется у тех, которые занимают какое-то место. Ведь и математическим предметам следует в такой же мере приписать место и касание, хотя бы каждый из них существовáл отдельно или иным образом. Итак, если, как уже определено раньше, соприкасаться означает иметь края вместе, то соприкасающиеся предметы — это такие, которые имеют определенные размеры и положение и у которых края находятся вместе» (Аристотель. *О возникновении и уничтожении*, 322b–323a).

[39] «Гипербола», «эллипс» и «парабола» (букв.: «избыток», «недостаток» и «приложение») — три главных типа конических сечений (термины были введены Аполлонием Пергским в труде Конические сечения); не

говорить в общем, а не отдельно о каждой [из них]; различает в них возможное и невозможное, необходимое и не необходимое, истинное и ложное, тщательно исследуя, сколько в них есть различий и в чем они состоят.

Вот такие определения пусть будут даны пока что для общих предметов математической науки и для общего способа ее рассмотрения.

[6][40]

«Относительно всех подобных наук следует полагать, что всякий, кто воспринимает их [должным] образом, получает бо́льшую пользу, если понимает каждую из них верно; если же нет — лучше всегда призывать бога. Способ же [понимания] следующий, — ведь необходимо объяснить это в данном случае. Тому, кто учится подобающим образом, должно стать ясно, что всякая <21> [геометрическая] фигура, [всякое] сочетание чисел (ἀριθμοῦ ... σύστημα) и вся система (σύστασιν) [музыкальной] гармонии и круговращения звезд находятся в едином соотношении со всем. И это станет ясно, если то, о чем мы говорим, изучать с правильной точки зрения. Ибо для мыслящих людей откроется единая природная связь между всеми этими вещами. Если же браться за дело каким-то иным образом, то следует, как мы и говорим, призывать удачу: ведь без этого никакие природные задатки не принесут [человеку] преуспевания в государстве (ἐν πόλεσιν). [Именно] таков [правильный] способ, таково воспитание, такова наука, тру́дна она или легка; [именно] в этом направлении нужно двигаться. Не-

исключено также, что речь идет о приложении площадей: точном, с недостатком и с избытком (см.: Евклид, VI, предл. 27–29)

[40] В основу этой главы положена VI книга *Государства*, а также *Послезаконие* Платона.

допустимо и пренебрегать богами — ведь, [как] стало ясно, сказания о них всех, излагаемые [надлежащим] образом, приносят благо. Того же, кто воспринял все это [именно] таким образом, я называю воистину мудрейшим: ибо никто никогда не сможет похвалиться, что с легкостью воспринял природу, самую прекрасную и наиболее божественную из всех, какую только бог позволил постичь людям, без всего того, о чем было только что сказано»[41]. Кроме того, в каждое математическое знание нужно ввести [понятия] «относящееся к единичному» (τὸ καθ' ἓν) и «относящееся к виду» (τὸ ... κατ' εἴδη)[42], для того чтобы обнаружить все видимое мироустройство, которое установил самый божественный из всех Логос[43].

«Это [мироустройство] сначала привело блаженного человека в восхищение — а затем [человек] возжелал узнать [о нем] все, что только возможно для смертной природы, полагая, что таким образом он <22> проживет самую прекрасную и счастливейшую жизнь, а после смерти достигнет мест, подобающих добродетели, и, будучи посвящен в истинные и настоящие таинства, став причастным — как единственный — к единственному пониманию, проведет оставшееся время в созерцании самого прекрасного, что

---

[41] Платон. *Послезаконие*, 991e–992a.

[42] «Вдобавок при любом общении надо путем вопросов сравнивать единичное (τὸ καθ' ἓν) с видовым (τῷ κατ' εἴδη), изобличая каждый раз того, кто плохо ответил. Это действительно во всех отношениях наилучший и самый первый у людей способ исследования; прочие же способы недостоверны: несмотря на свою привлекательность, с ними однá морока» (Там же, 991c).

[43] Имеется в виду платоновский Разум-Творец вселенной. Ср.: «Так вот, пусть именно в таком порядке совершается усвоение этих [математических. — *Л. Щ.*] наук. Завершением их должно служить рассмотрение божественного происхождения и прекраснейшей и божественной природы зримых вещей. Бог дал созерцать ее людям, но без только что разобранных наук никто этого не может, хотя бы кто и похвалялся тем, что он легко все схватывает» (Там же, 991b–c).

доступно зрению»[44]. Во время же обучения следует сводить не связанные между собой науки в общий обзор их родства между собой и [их родства] с природой сущего: ведь только такое образование будет прочным для тех, кто его получит[45].

Нужно суметь пренебречь [своим] зрением и прочими чувствами и действительно направляться к самому́ сущему. В учении нужно проявлять постоянство и [иметь] способности [к наукам], а также обладать всеми прочими [качествами], которые подобают самому благородному характеру; так что если мы приведем к столь великому учению и упражнению людей, здоровых телом и духом, и будем [их] обучать, то и сама справедливость нас не упрекнет, и мы спасем и город, и государственное устройство, — а если приведем других, то сделаем все наоборот и подвергнем любовь к знаниям еще большей насмешке[46].

Если же сказать всю правду как она есть, то в этих науках очищается и вновь воспламеняется некий орган души каждого [человека], который губят и ослепляют другие занятия, — и лучше спасти его, чем десять тысяч глаз, ибо только ему видна истина. Те, кто придерживается того же мнения, <23> найдут эти [слова] несомненно хорошо сказанными; те же, кто этого совершенно не понял, совершенно справедливо сочтут, что мы не сказали ничего [дельного], — ведь

[44] Там же, 986c–d.

[45] Ср.: «По истечении этого срока юноши, отобранные из числа двадцатилетних, будут пользоваться бо́льшим почетом сравнительно с остальными, а наукам, порознь преподававшимся им, когда они были детьми, должен быть сделан общий обзор, чтобы показать их сродство между собою и с природой бытия. — Знание будет прочным, только когда оно приобретено подобным путем» (Платон. *Государство*, 537c–d).

[46] «Если мы подберем людей здравых телом и духом и воспитаем их на возвышенных знаниях и усиленных упражнениях, то самой справедливости не в чем будет нас упрекнуть, и мы сохраним в целости и государство, и его строй; а если мы возьмем неподходящих для этого людей, то всё у нас выйдет наоборот и еще больше насмешек обрушится на философию» (Там же, 536b).

они не видят [никакой] иной пользы, заслуживающей внимания, кроме своей собственной[47]. Это, как представляется, будет не вращением остракона, но круговращением души, возвращением от некоего ночного дня ко [дню] истинному — [дню] сущего, о котором мы скажем, что он-то и есть истинная любовь к знаниям[48].

Итак, нужно рассмотреть, какое из знаний имеет такую способность и какое знание влечет душу от возникающего к сущему[49].

«Так вот, я утверждаю, что [данные] в ощущениях [вещи] в одних случаях не побуждают мышление к [их] рассмотрению, поскольку [сами] в достаточной степени оцениваются с помощью чувства, а в других, безусловно, направляют [мышление] к исследованию, поскольку чувство не предоставляет чего-либо разумного. И по моему мнению, не побуждает [к исследованию] то, что не вызывает одновременно [с одним другое,] противоположное ощущение, а побуждает

---

[47] «Между тем вот что очень важно, хотя поверить этому трудно: в науках очищается и вновь оживает некое орудие души каждого человека, которое другие занятия губят и делают слепым, а между тем сохранить его в целости более ценно, чем иметь тысячу глаз, — ведь только при его помощи можно увидеть истину. Кто с этим согласен, тот решит, что ты говоришь удивительно хорошо, а кто этого никак не ощущает, тот, естественно, будет думать, будто ты несешь вздор, от которого, по их мнению, нет никакой пользы и нет в нем ничего заслуживающего упоминания» (Там же, 527d–e).

[48] «Но ведь это не то же самое, что перевернуть черепок; тут надо душу повернуть от некоего сумеречного дня к истинному дню бытия: такое восхождение мы, верно, назовем стремлением к мудрости» (Там же, 521c–d). Речь идет о роли случая, на котором была основана популярная в античности игре во вращение остракона (черепка). Обычно такой остракон, одна сторона которого была выкрашена в белый цвет, а другая — в черный, что означало соответственно день и ночь, вращался между двумя группами детей, и в зависимости от того, какой цвет выпадал сверху, одна группа гонялась за другой. Выражение стало поговоркой, которая отражала неуверенное и переменчивое состояние.

[49] «Не следует ли нам рассмотреть, какого рода познание обладает этой возможностью?» (Там же, 521d).

[к исследованию] то, что [его] вызывает, — поскольку ощущение не обнаруживает [что-то] одно более, чем [другое], противоположное [первому], в зависимости от того, направлено оно [на предмет] с близкого расстояния или издалека.

Изложим яснее то, о чем я здесь говорю. Скажем, пусть будут три пальца — мизинец, безымянный и средний. Представь, что когда я [о них] говорю, они видны с близкого расстояния. А теперь подумай о них следующее: каждый из них так или иначе в представлении одинаково является пальцем, и в этом отношении безразлично, виден ли он в середине или с краю, белый он или <24> черный, толстый или тонкий, и все в этом же роде: ведь во всех этих [случаях] душа многих [людей] не имеет нужды вопрошать мышление, что такое вообще палец, потому что само зрение нигде не обнаруживало, что палец — это [нечто] противоположное, а не палец. Стало быть, справедливо, что ничто подобное не может служить побудительной причиной [к размышлению].

Что же [далее]? Разве зрение недостаточно [хорошо] видит их размер, и [разве] для него не безразлично, в середине находится тот или иной из них или с краю? Так же и осязание [разве] не [ощущает] толщину, тонкость и твердость? И остальные чувства [разве] не будут в достаточной степени обнаруживать подобное? Или каждое из них действует таким образом: сначала чувство, предназначенное для [восприятия] твердого, принудительно направляется на мягкое и возвещает душе, что ощущает твердое и мягкое как одно и то же? Так что в подобных [случаях] душа неизбежно недоумевает, чтó же в конце концов это ощущение обозначает как твердое, — поскольку то же самое оно называет мягким; и [ощущение] легкого и тяжелого — что [есть] легкое и тяжелое, если [ощущение] указывает, что тяжелое — это легкое, а легкое — это тяжелое? Ведь эти истолкования нелепы для души и нуждаются в исследовании; стало быть, в подобных [случаях] душа вполне обоснованно, призывая на помощь рассуждение и умозрение (λογισμόν ... καὶ νόησιν), сначала

пытается рассмотреть, идет ли речь об одной или двух [вещах] в каждом из получаемых сообщений. И если их оказывается две, то каждая из двух оказывается и иной, и одной из двух; следовательно, если [каждая] — одна из двух, а всего их — две, <25> [душа] будет мыслить [их как] две отдельные [вещи]: [в противном случае] она представляла бы не две отдельные [вещи], а одну. И зрение, как мы утверждаем, воспринимало большое и малое, но не раздельно, а в некотором отношении слитно; для ясности в этом мышление опять же вынуждено видеть большое и малое — в противоположность [зрению] — не слитными, а разграниченными.

Итак, примерно в этом месте нам впервые приходит в голову задать вопрос: что же такое, в конце концов, большое и малое? И именно таким образом мы назвали одно умопостигаемым, а другое — видимым. Об этом я и пытался говорить выше, — что одно побуждает к размышлению, а другое — нет, давая следующее определение: то, что воздействует на ощущение вместе со своей противоположностью, — побуждает к размышлению, а то, что не [воздействует таким образом], не возбуждает мышление.

Что же [из этого] следует? Из вышесказанного можно легко умозаключить, к какой [именно] из двух [категорий] относятся число, единица и прочие математические понятия. Ведь если [бы] единицу или любое другое математическое понятие можно [было] достаточно [хорошо] видеть или воспринимать любым иным чувством, то оно не обладало бы свойством привлекать к сущности, о чем мы говорили на примере пальца; если же вместе с ним постоянно можно видеть нечто противоположное, так что единица видна ничуть не лучше, чем [ее] противоположность, то [здесь] уже будет необходима способность суждения (τοῦ ἐπικρινοῦντος), и в этом [случае] душа будет вынуждена испытывать сомнения и, размышляя в себе самой, проводить исследование и ставить вопрос, чтó же такое есть единица сама по себе, и таким образом изучение единицы будет вести и направлять

к созерцанию сущего. Однако при зрительном восприятии [единицы] не в меньшей степени происходит следующее: мы видим одно и то же одновременно и как единицу, и как [нечто] беспредельное по множеству.

Стало быть, если [это происходит] с единицей, то же самое случается и с каждым числом. Однако <26> всякое искусство счета (λογιστική) и арифметика имеют дело с числом, и это, как представляется, ведет к истине; итак, совершенно [несомненно], что [число] относится к тем знаниям, которые мы ищем. И [все] прочие [математические предметы] также будут полезны для науки, благодаря тому, что они достигают сущности и освобождаются от того, что рождается [и гибнет], побуждают к размышлению и [заставляют] отказаться от ощущений и призывают к созерцанию природы [истинно] сущего (τῶν ὄντων), и саму душу с легкостью заставляют обратиться от того, что рождается [и гибнет], к истине и сущности.

Заниматься математикой нужно и для познания: ведь таким образом душа восходит куда-то высоко ввысь и вынуждает рассуждать о сам́ом сущем тех, кто никогда не согласится вести диалог о видимых или осязаемых телах — ведь они говорят лишь о том, о чем можно только размышлять и что невозможно изучать как-либо иначе. Так что математика, пожалуй, необходима, — ведь она, [как представляется,] вынуждает душу использовать мышление для [достижения] сам́ой истины; кроме того, она делает [людей] более способными, чем сами они [были изначально], и к тому же представляет большую трудность для тех, кто ее изучает и занимается [ею].

Нужно, впрочем, также рассмотреть, не ведет ли она каким-либо образом к тому, чтобы позволить [нам] с большей легкостью созерцать идею блага.

[Как] мы утверждаем, к этому ведет все, что вынуждает душу обратиться к тому месту, где пребывает самое блаженное из [всего] сущего (τὸ εὐδαιμονέστατον τοῦ ὄντος),

что́ ей следует увидеть во что бы то ни стало. Итак, если [наука] заставляет созерцать сущность, то она [нам] подходит; а если то, что рождается [и гибнет], — то не подходит. И то, чем [люди] <27> занимаются ради познания, достойно почитания в качестве наук, направленных на познание вечно существующего, — а не того, что в определенное время рождается и [затем] гибнет. Следовательно, они влекут душу к истине и воздействуют на сознание философа, обращая ввысь то, что ныне у нас находится внизу; ибо только с их помощью можно видеть истину. Стало быть, нужно постоянно и усердно стремиться к ним, чтобы было ясно, в чем [именно] они состоят. Ведь, помимо всего прочего, они и доставляют чрезвычайное удовольствие, и заставляют душу смотреть ввысь. Таковы те науки, которые имеют дело с [истинно] сущим и невидимым и которые можно постичь [только] разумом и мыслью, но не зрением. И [физические] явления нужно использовать [только] в качестве примеров, но не рассматривать их всерьез, пытаясь с их помощью постичь истину относительно равенства, удвоения или какой-либо иной [математической] соизмеримости. Ведь нелепо было бы полагать, что эти [явления] всегда происходят одинаково и что обладающие телами и видимые [предметы] никогда ни в чем не изменяются, и стремиться любым способом постичь истину о них. Но более всего следует опасаться, чтобы те, кого мы будем обучать, не пытались узнать из этих [наук] что-либо несовершенное и не достигающее всегда той цели, которой должны достигать все [науки]: ведь [только] так [науки] могут принести пользу в стремлении к добру и благу, — в противном случае их изучение будет бесполезным. По моему́ мнению, если изучение всех этих наук позволит понять общность и родство их между собой и определить, в чем они близки друг другу, то посвященный им труд достигнет поставленной нами цели и будет предпринят не напрасно; <28> если же нет, то он окажется бесполезным.

Все эти занятия искусствами, которые мы рассмотрели, — это освобождение от оков и поворот от теней к [мысленным] образам (ἐπὶ τὰ εἴδωλα) и к свету, и возвращение от подземного и чувственного [мира] к солнцу и благу; [и если] и там еще невозможно [будет] смотреть на животных и растения и [на] солнечный свет, т. е. на чистые эйдосы и роды, [то можно смотреть] на божественные отражения в воде и [на] тени сущего, — но не [на] тени [мысленных] образов, затененные с помощью иного по сравнению с солнцем света [так, что их трудно] различать; они дают эту возможность и возвышают самое лучшее, [что есть] в душе, к созерцанию самого превосходного в [истинно] сущем, — так же как самое ясное [ощущение] в теле [направлено] к самому яркому в телообразном и невидимом месте»[50].

Вот в чем состоит наилучшее применение математики и ее главнейшая цель.

[7]

Поскольку следует определить, чтó является особым предметом изучения для каждой математической науки, сначала разделим математические знания, о которых идет речь, на виды. Ведь таким образом мы с большой легостью изучим «единое» (τὸ ἓν) и «множество» (τὸ πλῆθος) в математической науке — каковы они и по каким видовым признакам различаются. Начнем же со следующего.

Всякая природа непрерывного и разделенного (τοῦ συνεχοῦς καὶ ... τοῦ διῃρημένου) включается в представление <29> о существующем, т. е. [в представление] обо всем мироздании, двояким образом: [природа] разделенного — через «приложение» и «совокупность» (κατὰ παράθεσίν τε καὶ

[50] Там же, 523b–532c.

σωρείαν), а [природа] непрерывного — через «соединение» и «взаимосвязанность» (κατὰ ἕνωσίν τε καὶ ἀλληλουχίαν). Пусть непрерывное и соединенное в терминологическом смысле называется «величиной» (μέγεθος), а прилежащее [друг к другу] и разделенное — «множеством» (πλῆθος). И в соответствии с сущностью величины мироздание будет мыслиться и называться единым, твердым и сферическим, простирающимся в единстве с самим собой, взаимосвязанным (ἀλληλουχούμενος); а в соответствии с идеей и понятием множества оно будет пониматься как устроение (ἥ ... σύνταξις), упорядоченность и соразмерность (ἁρμονία) Вселенной, заключающая в себе сочетание (τὴν σύστασιν) такого множества элементов и сфер, звезд и [разнообразных] родов животных и растений, противоположностей и подобий. Рассечение соединенного совершается от целого до беспредельного, а [его] увеличение — до определенного [предела]; увеличение же множества совершается, обратно пропорционально, до беспредельного, рассечение же [его], наоборот, до определенного [предела]. И первое, и второе[51] в [нашем] представлении по природе, несомненно, беспредельно и в связи с этим не поддается научному определению (ἐπιστήμαις ἀπεριορίστων): ибо, по Филолаю, «не будет вообще ничего познаваемого, если всё беспредельно». А поскольку научное знание — в соответствии со своей природой — должно наблюдать [всё] существующее, с такой точностью сотворенное божественным <30> промыслом, то некоторые науки, обрезав и ограничив свое содержимое, назвали часть множества «количеством» (ποσόν), которое уже известно, а часть величины точно так же — «размером» (πηλίκον)[52], и оба этих рода отнесли к [разным] научным

[51] «Соединенное» и «множество».

[52] «Но поскольку всякое множество и всякая величина по своей природе обязательно беспредельны (ведь множество начинает расти от определенного корня, но его рост никогда не завершается; и величина начинает делиться от определенного целого, но ее рассечение никогда не может

дисциплинам в соответствии со знаниями о них: количество — к арифметике, а размер — к геометрии.

Поскольку ни [количество], ни [размер] не были однородными, оба они подверглись еще более частному делению. Из количества одно было тождественным себе, не имеющим какой-либо связи с иным [количеством] — например, «чётное», «нечётное», «совершенное», «недостаточное» и тому подобное; а другое находилось в определенном отношении к иному [количеству]: последнее называется особым термином «соотнесенное количество» (πρός τι ποσὸν) — например, «равное», «неравное», «кратное», «сверхчастное», «сверхмногочастное»[53] и т. п. Точно так же и размер: он существует и мыслится либо как пребывающий на одном месте, либо как движущийся и перемещающийся [с места на место]. Поэтому к двум упомянутым дисциплинам присоединились две других и вместе с [двумя] первыми обратились к наблюдению, соответственно, каждого из двух предметов научного познания. К арифметике, которой досталось специальное изучение количества как такового, присоединилась музыка (ἡ μουσική) с систематическим учением о соотнесенном количестве, ибо от ее теории о гармоническом и созвучиях требуется не что иное, как подробное описание связи и отношения звуков между собой и количества избытков и недостатков (ὑπεροχῶν τε καὶ ἐλλείψεων); геометрия же, чьим предметом исследования является неподвижный и пребывающий в покое размер, <31> получила в помощницы сфе-

завершиться), и поскольку знание всегда является знанием определенных сущих и никогда — беспредельных, тем самым очевидно, что ни о величине как таковой, ни о множестве как таковом знание установлено быть не может (ведь оба они сами по себе неограниченны, множество в отношении увеличения и величина в отношении уменьшения). И чтобы установить такое знание по отношению к ним обоим, следует свести множество к некоторому количеству и величину к некоторому размеру» (Никомах. *Введение в Арифметику*, I. 2, 5).

[53] О видах соотнесенного количества см. ниже, с. 195.

рику[54], содержащую знания о том, что касается подвижного размера — т. е. самого совершенного и обладающего способностью к упорядоченному и равномерному движению[55].

Поскольку предметы [математических наук] родственны между собой, то правильно будет считать родственными и [сами] эти науки, так что не выглядит неразумным [следующее] высказывание Архита: «Ведь эти математические науки, похоже, родственны [друг другу]». [Правильно будет] полагать, что [математические науки] соединены друг с другом наподобие звеньев [одной] цепи: как говорит божественнейший Платон, тому, кто изучает их надлежащим образом, подобает открывать для себя единое родство этих наук, собирающее [их] в одну общность. И [человека], который охватил их все предложенным путем, [Платон] называет поистине мудрейшим. Подкрепляя [свои слова] шуткой, он убеждает тех, кто стремится к занятиям философией, что [математические] науки — [самые] желанные и предпочтительные из всех, [независимо от того,] трудны они или легки[56]. И [это] весьма разумно: ведь, в самом деле, познание непрерывного и разделенного происходит только через их посредство, а непрерывное и разделенное — [это то,] из чего [состоит] мир и всё, что в [мире]. <32> Точное постижение количества есть мудрость, а стремление к мудрости — философия; а философия среди всех искусств и предметов научного познания (τεχνῶν τε καὶ ἐπιστητῶν)

---

[54] Сферика (ἡ σφαιρική) — четвертая из математических наук (см. ниже, с. 152, примеч. 17).

[55] Ср.: «Пифагорейцы считают, что математическая наука в целом делится на четыре части: сначала на количество (ποσόν) и величину (πηλίκος), а потом — ещё раз пополам: количество рассматривается само по себе и по отношению к другому, а величина — в покое или в движении. И арифметика рассматривает количество [36] само по себе, музыка — в отношении к другому, геометрия — величину неподвижную, а сферика — величину самодвижущуюся» (Прокл. *Комментарий к I книге «Начал» Евкдида*, 35–36).

[56] См.: Платон. *Послезаконие*, 991e–992b.

одна предоставляет человеку подобающую и свойственную [ему] по природе цель (τέλος) и ведет [его] к счастью, которое из всех живых существ приличествует только [человеку] и к которому [человек] стремится по [своей] природе как к самой подходящей для себя цели[57].

[8][58]

После этого следует сказать и о способе суждения (περὶ τοῦ κριτηρίου)[59] всех математических наук — чтó он собой представляет и какие содержит в себе различия действий (τῶν ἐνεργειῶν). Изложим учение о нем полностью, начав с самого первого разделения.

Всё умопостигаемое разделяется на два [вида]: то, что называется умопостигаемым (νοητὰ) и познаваемым (ἐπιστητά) в собственном смыле слова, и то, что постигается мышлением (διανοητά)[60]; и умопостигаемое является пер-

[57] Фрагмент текста «Всякая природа непрерывного... подходящей для себя цели» почти дословно совпадает с фрагментом из сочинения Ямвлиха *О Никомаховом «Введении в арифметику»* (см. в настоящем издании ниже, с. 150–153).

[58] Эта глава основана на теории Платона о чувственном и умопостигаемом (см.: Платон. *Государство*, 509d–511e); ср.: Прокл. *Платоновская теология*, 10–12.

[59] Κριτήριον — «способность различения, средство суждения, мерило, критерий» (от *гл.* κρίνω: «отделять, разделять; различать; выбирать, избирать; приходить к заключению, делать вывод; судить, полагать, считать; испытывать, проверять; определять»).

[60] По данным TLG, прил. διανοητός (от сущ. διάνοια «мысль, мышление, размышление», в русском переводе *Государства* — «рассудок») у Платона не встречается; противопоставление διανοητός («постигаемый с помощью мышления») и νοητός («постигаемый с помощью разума, умопостигаемый») восходит к Аристотелю: «все, что постигается через рассуждение (τὸ διανοητὸν) и умом (νοητὸν)» (Аристотель. *Метафизика*, 1012a).

вым, а познаваемое с помощью мышления — вторым и более низким. С другой стороны, от них отличается сущность чувственных [вещей] (τῶν αἰσθητῶν), одни из которых являются собственно чувственными (αἰσθητά), или «мнимыми» (δοξαστά), а другие — воспринимаемыми через образы (εἰκαστά)[61]. «Мнимые» и собственно чувственные — [это] тела по отдельности, как, например, камни, брёвна, четыре элемента; они занимают первое место среди чувственных [предметов], а после них [следуют] другие, незначительные и не схожие [с ними], которые сопутствуют первым. Это — тени: ведь тени — это то, что следует за телами, и если у них нет другого приставленного [к ним] тела, то они не будут видны. Итак, тени, — [как] и то, что [можно видеть] <33> в воде и в зеркалах, — это отражения, существующие в других [телах], а не сами по себе; они не видны без [чего-либо] другого, но принадлежат другим телам; когда последние исчезают, [тени] не видны[62]. Поэтому по [своему] роду они относятся к чувственным [предметам], ибо воспринимаются чувством, но в то же время являются в большей степени воспринимаемыми через образы и принимаемыми на веру (πιστευτὰ), нежели субстанциальными, называясь так из-за веры (κατὰ ... πίστιν) — [веры] не в то, что можно доказать, а в то, что,

---

[61] Ср.: «Он [Платон. — *Л. Щ.*] разделяет умопостигаемые сущие от ощущаемых, и затем делит умопостигаемое на умопостигаемое (νοητά) и разумное (διανοητά), и ощущаемое — на ощущаемое (αισθητά) и уподобляемое (είκαστά). Знание умопостигаемого, первейшего из четырех родов, он определил как мысль (νόησις), разумного — как размышление (διάνοια), ощущаемого — как веру (πίστις), уподобляемого — как уподобление (εικασία)» (Прокл. *Платоновская теология*, 10).

[62] «Для сравнения возьми линию, разделенную на два неравных отрезка. Каждый такой отрезок, т. е. область зримого и область умопостигаемого, раздели опять таким же путем, причем область зримого ты разделишь по признаку большей или меньшей отчетливости. Тогда один из получившихся там отрезков будет содержать образы. Я называю так прежде всего тени, затем отражения в воде и в плотных, гладких и глянцевитых предметах — одним словом, все подобное этому» (Платон. *Государство*, 509d–e).

напротив, принимается как обычай от веры [в] изрекающих [это]. Ведь способность [чувственно] воспринимать тени заключена не в них самих, а в телах, к которым они относятся и в которых они, [как] представляется, покоятся. Стало быть, такая вера (πίστις) содержит в себе [нечто] ненадежное: ведь если эти [отражения] будут отдалены от зеркала ли, от воды или от [земной] поверхности, то они вовсе не будут существовать. Стало быть, тени находятся еще ниже даже по сравнению с мнимыми телами, которые обладают существованием [только] в представлении (ἐν τῷ δοκεῖν), — ибо сами по себе не обладают свойствами твердого тела (τὸ στερέμνιον), но опираются на иной [предмет]. С ними сходно и то, что́ постигается мышлением (διανοητά), которое относится к познаваемому и умопостигаемому так же, как воспринимаемое через образы (εἰκαστὰ) — к чувственнному (αἰσθητά) и мнимому (δοξαστά): ведь к идеям ум может словно бы прикоснуться, поскольку они есть действительно сущее, в то время как воспринимаемое мышлением (διανοητά), — а это геометрические [фигуры] — можно видеть с помощью мысли (ὑπὸ τῆς διανοίας), причем мысль не приближается к ним непосредственно, как бы соприкасаясь [с ними], но приближение происходит скорее посредством рассуждения (διὰ λόγου), и они словно бы нисходят от идей как бы к их отображениям (ἐπὶ εἰκάσματα) и умопостигаемым образам (εἴδωλα νοητά); <34> и то, что воспринимается через образы и [существует] в тенях, находится на более низком уровне по сравнению с воспринимаемым чувствами, поскольку последнее доступно ощущениям само по себе [и] непосредственно, тогда как первое можно наблюдать [только] в другом, и в присутствии другого, и через другое. Ведь тень не существует сама по себе, но [видна] либо на поверхности [земли], которая сама по себе воспринимается чувствами, либо в зеркале, либо в воде, которая была сама по себе чувственно воспринимаемой. Так и математические предметы, похоже, представляются в идеях и в них имеют

[свою] опору: ведь не следует думать, что они [произошли] от чувственно воспринимаемого путем изъятия, — [нет,] они, сойдя вниз от идей, имеют [в себе некое] их подобие (τὸ εἰδωλικὸν), поскольку получили также величину и способность являться в [пространственном] измерении, — ибо то, что́ в образах чувственно воспринимаемого является призрачным и лишенным опоры в самом себе, в умопостигаемом обладает величиной и протяжённостью; но поскольку [чувственно воспринимаемое] стремится к тому, что́ не имеет объема и не делимо на части, то оно, как представляется, имеет основу в неделимости идей, так же как тени — в поверхности чувственно воспринимаемых тел. Так что как воспринимаемое с помощью мышления (τὰ διανοητὰ) отделено от умопостигаемого (τῶν νοητῶν), так и мышление (ἡ διάνοια) — от умозрения (τῆς νοήσεως). Потому и Бротин в труде *Об уме и мышлении* (Περί νοῦ και διανοίας), отделяя [эти понятия] друг от друга, говорит следующее: «Мышление (ἁ ... διάνοια) выше ума (τῶ νῶ), и воспринимаемое с помощью мышления (τὸ διανοατὸν) выше постигаемого умом (τῶ νοατῶ): ведь ум есть простое, не составное и первое мыслящее и мыслимое — именно таков эйдос, поскольку он не делится на части, является простым по составу и первым <35> из всех, — а мышление многосоставно и делится на части и является вторым мыслящим, поскольку получило в помощь [научное] знание и рассуждение (λόγον); таково же и воспринимаемое мышлением — а это то, что познается с помощью науки, и то, что может быть доказано, и вообще [все], что постигается умом с помощью размышления»[63]. Итак, здесь он говорит, что мышление и постигаемое мышлением выше [ума и умопостигаемого] не способностью (τῇ δυνάμει), а множеством (τῷ πλήθει) — а эти [последние]

[63] Ямвлих цитирует сочинение, относящееся к «пифагорейским псевдоэпиграфам» — корпусу текстов на дорическом диалекте, составленных в эллинистический период (II в. до н. э. — I в. н. э.), которое надписано именем философа-пифогорейца VI в. до н. э. Бротина.

противоположны друг другу, — и отделяет их от ума и умопостигаемого не только этим, но и тем, что первые являются простыми и не составными, а вторые — многообразными и составными, а также тем, что одни мыслят и мыслятся первичным образом, а другие — вторичным, заимствуя от тех их действие (τὴν τούτων ἐνέργειαν), и первые находятся среди эйдосов, тогда как вторые многообразно действуют в умозаключениях (ἐν λόγοις); первые неделимы, тогда как вторые делимы; первые сильнее доказательного рассуждения (ἀποδεικτικοῦ συλλογισμοῦ), а вторые делают определенные выводы о сущем (περὶ τῶν ὄντων), и первые есть сущее сами по себе, а вторые охватывают общее и одновременно показывают [в нем] частное, и первые имеют дело с нематериальными и чистыми энергиями, а вторые содержат [в себе] смешанное умозрение, поскольку воспринимают познаваемые ими [предметы] умом посредством рассуждения (διὰ τοῦ λόγου) или же умом совместно с рассуждением (μετὰ τοῦ λόγου). Из этого следует, что [вещи], подвергающиеся суждению, и средства суждения (τὰ κριτήρια) в них отличаются друг от друга, так же как постигаемое мышлением отличается от постигаемого умом и мышление — от ума.

Еще яснее средства суждения о сущем различает Архит в [труде] *Об уме* <36> *и чувстве* (Περὶ νοῦ καὶ αἰσθήσεως). Он представляет самый подходящий для математики способ суждения следующим образом.

«В нас самих в душе имеется четыре [вида] знания — ум (νόος), [научное] знание (ἐπιστάμα), мнение (δόξα) и ощущение (αἴσθησις), два из которых есть начала рассуждения (τοῦ λόγου), — а именно, ум и ощущение, а два других — его завершения, а именно [научное] знание и мнение; подобное же всегда познает подобное. Стало быть, ясно, что ум в нас познает умопостигаемое, [научное] знание — то, что доступно [научному] познанию (τῶν ἐπιστατῶν), мнение — мнимое, ощущение — чувственное. Потому-то мышление долж-

но переходить от чувственного к мнимому, от мнимого — к тому, что постигается наукой, и от этого — к умопостигаемому; и [если] это сделано последовательно, с помощью этого можно видеть истину.

Определив это, следует подумать о дальнейшем. Как линия, разделенная на две [равные] части, каждая из которых, в свою очередь, аналогично разделена [на две равные части], — пусть так же будет отделено и умопостигаемое от видимого, и каждое из них, в свою очередь, пусть будет разделено подобным же образом, так чтобы они различались [между собой] ясностью и неясностью. И таким способом в чувственно воспринимаемом одна часть представляет собой отражения (τά τε εἴδωλα), которые [видны] в воде и в зеркалах, а другая часть — растения и животных, óбразами (εἰκόνες) которых они [являются][64]; а в умопостигаемом <37> аналогом образов (τὸ μὲν ἀνάλογον ἔχον ὡς αἱ εἰκόνες) являются роды математических предметов: те, кто занимается геометрией, принимают за основу избыток [и недостаток], четное [и нечетное], [геометрические] фигуры и три вида углов и с помощью этого исследуют остальное, обходя молчанием [эти] вещи, как будто знают, [чтó это такое], и не отчитываясь ни себе, ни другим, [почему они так делают]; но они, как кажется, пользуются чувственными [вещами], а исследуют не их, и не ради них занимаются расчетами, но ради диаметра и четырехугольника самих по себе[65].

[64] Ср.: Платон. *Государство*, 509d–510a.

[65] «...те, кто занимается геометрией, счетом и тому подобным, предполагают в любом своем исследовании, будто им известно, что такое чет и нечет, фигуры, три вида углов и прочее в том же роде. Это они принимают за исходные положения и не считают нужным отдавать в них отчет ни себе, ни другим, словно это всякому и без того ясно. Исходя из этих положений, они разбирают уже все остальное и последовательно доводят до конца то, что было предметом их рассмотрения. <...> Но ведь когда они вдобавок пользуются чертежами и делают отсюда выводы, их мысль обращена не на чертеж, а на те фигуры, подобием которых он служит. Выводы свои они делают только для четырехугольника самого по

А вторая часть умопостигаемого — та, которой занимается диалектика: она признает предположения (τὰς ὑποθέσιας) именно предположениями, [т. е.] началами и подступами[66], чтобы достичь [уже] не предположительного начала всего[67] и затем, придерживаясь [того, что в нем содержится][68], прийти к завершению, не пользуясь ничем чувственным, но только идеями (εἰδέεσσιν) самими по себе[69]. Между этими четырьмя частями[70] хорошо будет распределить [четы-

себе и его диагонали, а не для той диагонали, которую они начертили» (Платон. *Государство*, 510c–d).

[66] В тексте, по-видимому, лакуна. Конъектура издателя: *αὐτὰ γὰρ τῷ ὄντι τὰς ὑποθέσιας [ἀλλ'] ὑποθέσιας, ἀλλ' ἀρχάς τε καὶ ἐπιβάσιας ποιεῖται*. Ср. в *Государстве* Платона: τὰς ὑποθέσεις ποιούμενος οὐκ ἀρχὰς ἀλλὰ τῷ ὄντι ὑποθέσεις, οἷον ἐπιβάσεις τε καὶ ὁρμάς — «Свои гипотезы он не выдает за нечто изначальное, напротив, они для него только гипотезы как таковые, т. е. некие подступы и устремления...» (Платон. *Государство*, 511b)).

[67] Безусловное начало, или Идея Блага, характеризуется так потому, что сама составляет высшее начало и не черпает предпосылок своего существования или его значимости из более низших понятий. Ср.: «Безусловное начало всего сущего имеет у Платона разные названия, как то: единое, всегда себе равное (ταὐτὸν), истинно сущее (ὄντως ὄν), идея, ум, добро, Бог. Все условное истинно существует только в той мере, в какой оно участвует в этом безусловном» (*Неволин К. А.* Энциклопедия законоведения. СПб, 1857. Т. 1. С. 148).

[68] Вставка сделана с учетом параллельного места у Платона: *πάλιν αὖ ἐχόμενος τῶν ἐκείνης ἐχομένων...* (*Государство*, 511b).

[69] «...вторым разделом умопостигаемого я называю то, чего наш разум достигает с помощью диалектической способности. Свои предположения он не выдает за нечто изначальное, напротив, они для него только предположения, как таковые, т. е. некие подступы и устремления к началу всего, которое уже не предположительно. Достигнув его и придерживаясь всего, с чем оно связано, он приходит затем к заключению, вовсе не пользуясь ничем чувственным, но лишь самими идеями в их взаимном отношении, и его выводы относятся только к ним» (Платон. *Государство*, 511b–c).

[70] Речь идет о делении линии на две части, которым соответствуют умопостигаемое и чувственное, и о дальнейшем делении каждого из получившихся отрезков на две части: умопостигаемого — на математику и диалектику (т. е. философию), а чувственного — на предметы и их отражения.

ре] восприятия души (τὰ πάθεα τᾶς ψυχᾶς) и назвать то, что [находится] на высшей [ступени], умозрением (νόασιν), то, что на второй — мышлением (διάνοιαν), то, что на третьей — верой (πίστιν), а то, что на четвертой — уподоблением (εἰκασίαν)»[71].

Как я полагаю, из этого ясно, <38> что есть четыре разновидности (διαφοραὶ) сущего, как и четыре начала суждения (τῆς κρίσεως) [о нем], и что рассуждение (ὁ λόγος)[72], находясь на среднем месте, соприкасается с двумя крайними — умопостигаемым и чувственным, занимая положение цели для ума и ощущения как собственных начал и ими [же] завершаясь. Существует и следущая общая аксиома о всякой способности познания: подобное познается подобным. Следовательно, оба [первых вида сущего] можно познать с помощью обоих [первых видов душевного восприятия], и [два] других [вида сущего] — с помощью [двух] других [видов душевного восприятия]; и в них возможно произвести такую же классификацию в общем и в частном и [установить] порядок перехода от одних к другим, а именно — от низших к высшим. [Архит] указал, что все нужно возводить к уму и [приводить] в систему. То, что после этого он рассекает линию, при том, что она едина — [это] для того, чтобы мы воспринимали способность к познанию (τὸ γνωριστικὸν) как [нечто] единое; он разделяет ее на две равные части соответственно [двум] первым разновидностям (κατὰ τὰς πρώτας διαφορὰς) сущего и суждениям о них, разделенным надвое. Он полагает их равными вследствие причастности к логосам и эйдосам (κατὰ τὴν τῶν λόγων μετουσίαν καὶ τῶν εἰδῶν) —

[71] «В соответствии с четырьмя отрезками возьми теперь четыре восприятия (παθήματα), которые возникают в душе, на высшее [место] поставь умозрение (νόησιν), на второе [место] — мышление (διάνοιαν), на третье — веру (πίστιν) и на последнее [место] — уподобление (εἰκασίαν)...» (Платон. *Государство*, 511e; перевод мой. — *Л. Щ.*). Здесь заканчивается большая цитата из Псевдо-Архита, основанная на VI книге *Государства* Платона.

[72] Здесь термин λόγος употребляется как синоним διάνοια.

поскольку причастное [к чему-либо] подобно тому, к чему оно причастно, и поскольку соответствие [того, что причастно, тому, к чему оно причастно] (ἡ ἀναλογία) в обеих [частях] в некотором смысле одно и то же. Каждую из двух частей он разделяет, в свою очередь, аналогичным образом, по причине того, что способность к познанию в целом однородна в отношении себя самой, и отличительными признаками делает ясность и неясность и полную или неполную ограниченность, и показывает различия между ними — [а именно], чем отличаются вторые от первых и в чем они им уступают. Сначала он разделяет [на две части] чувственное, поскольку оно более известно, и <39> отделяет от него субстанцию (ὑπόστασιν), видимую в образах (κατ' εἰκόνα) чувственного, [т. е.] отражения (τὰ εἴδωλα) в воде и в зеркалах, словно разделив некую единую природу. Он разграничивает [с образами] вторую часть — истинную, отражением которой являются [образы], [а именно,] растения и животные. Ведь благодаря им происходит уподобление образов (εἰκασία ... τῶν εἰδώλων), поскольку ощущение отражается от них, возвращаясь назад, и таким образом узнает их <вторично>, как и [сами] они существуют вторичным образом (ὑφίσταται κατὰ δεύτερον τρόπον); а на чувственные [предметы] оно устремляется прямо, поскольку их существование первично (ὑφίσταται πρώτως) и они содержат материальную субстанцию (τὴν ἔνυλον ὑπόστασιν) в самих себе. Итак, по аналогии с этим можно исследовать и вторую часть. Ведь математические роды — аналог образов (ταῖς ... εἰκόσι ... ἐστὶν ἀνάλογον), и их познание (αἱ γνώσεις) имеет некоторое сходство с уподоблением (ταῖς εἰκασίαις) образов [уподобляемому]: [математики] берут действие (τὴν ἐνέργειαν) из умозрения (ἀπό ... τῶν νοήσεων) и переходят от умопостигаемого к математическим предметам, словно к образам, и используют гипотезы (ὑποθέσεσί), но не знают причины. И в этом состоит средство суждения (τὸ κριτήριον) у математиков, которое дает возможность наперед судить о другом

предмете, но не об умопостигаемом, и воспринимает то, что познается мышлением (τοῦ διανοητοῦ), другим знанием, но не умозрением (τῇ νοήσει): ведь последнее является средством суждения в диалектике, и с его помощью она рассматривает сущее (τὰ ὄντα), и эйдосы, и всё, что не нуждается в обоснованиях, и она способна дать объяснение для всего [этого], не используя ничего чувственного, но только умопостигаемые эйдосы[73]. Итак, поскольку существует четыре [вида] возможностей выносить суждения [о чем-либо], они рассматриваются в [определенном] порядке, <40> и [их] действия (ἐνέργειαι) разделены [на четыре части]: на самой вершине находится умозрение (νόησις), на втором месте — мышление (διάνοια), на третьем — вера (πίστις) и на четвертом — уподобление (εἰκασία)[74].

Отсюда благодаря классификации хорошо понятно, что́ представляет собой способ суждения в математических науках.

[9]

Если же нам, наконец, необходимо охватить эйдос математики с помощью определений (ὡρισμένως) — что это такое и каково его субстанциональное существование (πῶς ὑφέστηκεν), рассмотрим первое мнение тех, кто относит [математику] к душе: на это можно определенным образом опереться в размышлении. Неразумно будет полагать, вслед

[73] «Общая цель всей философии, по учению Платона, есть, чтобы, начав с предположения, с низшего понятия, и действуя одними понятиями, без помощи фигур чувственных, напоследок взойти к началу, не требующему никаких более предположений, и отсюда потом низойти в непрерывной последовательности, также действуя одними понятиями, до самых крайних последствий» (*Неволин К. А.* Энциклопедия законоведения. С. 148).

[74] Платон. *Государство*, 511e.

за таким теоретическим подходом (κατὰ τὴν ... ἐπιβολὴν τῆς θεωρίας), что единственным родом всего, существующего в математике является душа: ведь таким образом знание о математической сущности окажется разделенным на части. Поэтому относительно [души] не следует утверждать, что [она есть только] «идея» всевозможно протяженного (τοῦ πάντῃ διαστατοῦ), или же [только] самоподвижное число (ἀριθμὸν αὐτοκίνητον), или гармония, существующая в логосах (ἐν λόγοις ὑφεστῶσαν), или же что-то иное подобное по отдельности[75], но подобает сочетать все [это] вместе: ведь душа является и «идеей» числа (ἰδέας ... ἀριθμίου), и существует в соответствии с числами (κατ' ἀριθμοὺς ... ὑφεστώσης), в которых содержится гармония; следует относить к ней все соразмерности (πάσας τε συμμετρίας) вместе, какие только существуют в математике, и помещать в ней все пропорции (τάς ... ἀναλογίας)[76]. Именно поэтому [душа] сосуществует вместе (ὁμοῦ ... συνυπάρχει) с геометрической, арифметической и музыкальной пропорциями, и отсюда следует, что она же находится в пропорциональных отношениях (λόγοις τοῖς κατ' ἀναλογίαν), <41> и имеет определен-

---

[75] Ср.: «[Последователи Посидония] утверждают, что душа есть идея всевозможно протяженного и что она была устроена согласно числу, охватывающему гармонию; ибо [они говорят, что] математические предметы расположены между первичными умопостигаемыми и чувственными [сущностями], а подобно им и душе, обладающей вечностью умопостигаемого и страдательностью чувственного, следует находиться в середине» (Плутарх. *О рождении души по Тимею*, 1023b–c).

[76] Ср.: «Платон составил душу из всех математических видов, разделив её по числу и сочетав пропорциями и гармоническими отношениями, поместил в ней первознанные начала фигур, прямую и окружность, и мысленно привёл в движение её круги. Все математические виды первично существуют в душе; и до чисел — самоподвижное, до видимых фигур — фигуры зодиака, до гармоничного — гармонические отношения, до движущихся по кругам тел — созданные прежде невидимые круги; и полнота всего — это душа» (Прокл. *Комментарий к I книге «Начал» Евклида*, 16–17).

ное родство с началами сущего, и связана со всем сущим, и способна уподобляться всему.

Вот каковы причины такого предположения. Они станут основаниями для учения о математике и вместе с тем о душе, если мы заметим, что все ограниченное и определенное (πεπερασμένον ... καὶ ὡρισμένον) приходит к ней от чисел, единый же логос (ὁ ... ἑνιαῖος λόγος) — от природы Единого; возможность, ведущая к величине и увеличению и обладающая таким изобилием, что подает его всему «среднему», появляется от геометрической сущности, а возможность гармонического движения, порядок и соразмерность несоизмеримого и правильные пропорции (εὐμετρία) в согласующихся (συμφώνοις) числах, или в [числах], заключающих в себе согласное звучание, происходит от гармонии по сущности. Потому душа слышит стройное звучание и радуется согласованным [звукам]: ведь она и сама есть гармония, поскольку обладает сущностью из чисел и прочих математических мер (μέτρων) подобного рода, которые имеют родство как с умопостигаемыми эйдосами, так и с чувственными сущностями и материальными видами. Настоящее мнение (δόξα) дает теоретическое основание (θεωρίας ἀφορμήν) для всего этого, поскольку математическое мнение, положенное таким образом в основу, способно предложить все такого рода соображения (νοήματα).

Подводя итог всему мнению, мы полагаем, что душа пребывает в общих логосах (ἐν λόγοις κοινοῖς) всех математических наук; она обладает способностью как судить о них (τὸ κριτικὸν), так и порождать и создавать сами бестелесные меры, с которыми можно соотнести (προσαρμόζειν) <42> порождение и произведение материальных видов посредством образов; она движется от неизвестного к очевидному, соединяя внешнее с внутренним. В соответствии со всем вышесказанным, если выразиться кратко, логос души охватывает сам по себе всю полноту (συμπλήρωσιν) математических предметов.

[10]

Необходимо рассмотреть, является ли [душа] смешением всего, что есть в математике, или же она сама дает существование всему (πάντα ὑφίστησιν) согласно одному предшествующему логосу. Итак, если она представляет собой смесь из всего, то ей предшествуют составные части, из соединения которых она составлена, и [в таком случае] она уже не будет являться началом математической сущности, а [будет являться началом сущности], которая рождается из существующих в разных местах (σποράδην ὑφεστηκότων) математических предметов, стекающихся воедино; в придачу к остальным нелепостям, [это предположение] связывает с душой некое соединение [частей] (σύνθεσιν) и позднейшую субстанцию [ὑστερογενῆ ὑπόστασιν], составляемую из чего-то первоначального. Если же [душа] является первопричиной математической сущности и производит ее из себя самой, то она будет старше [этой сущности]: она предшествует ей в качестве причины и превосходит [ее], как иная (ὡς ἑτέρα)[77]. Это также противоречит настоящему мнению, потому что таким образом душа оказалась бы более ценной, чем то, что существует в математике. Лучше утверждать, что она и не предшествует математическим предметам, и не следует за ними, но одновременно устремляется к ним (συντρέχει ... πρὸς αὐτὰ) и существует вместе [с ними] (συνυφέστηκεν), заключая в себе несоединимо и нераздельно смешение во всем и из всего, пребывая вместе с ними единообразно и являясь сопричастной им всем в единстве, <43> объединив в себе способность охватывать все и равным же образом предоставив самое себя всем математическим предметам.

[77] Ср.: «И ее миропорядок — иной, рождающий себя из себя и порождаемый собственным началом, полнящий себя жизнью и полнимый демиургом, нетелесно и непротяжённо, так что выводя наружу свои логосы, он тут же обнаруживает все науки и добродетели» (Там же, 17).

Если это верно и [душа] объемлет в себе все полностью и без исключения, не оставляя ничего вне себя самой — ибо она совершенна, и ничто из сущего не может остаться без ее власти, — то таким образом у одного и того же начала будет одна сущность, охватывающая все. Тем не менее, будут существовать отличия в различных способностях, жизнях и действиях души и во множестве ее сущностей, которое заключается в едином (ἐν ἑνὶ). Таково разумное определение относительно этих предметов, которое можно принять как предпосылку.

Итак, о сущности математического исследования нами сказано достаточно.

[11]

Дело этой науки не является ни [чем-то] определенным, ни [всегда] одним и тем же и неизменным, как [труд] ума, и вообще не имеет познания в самом себе, — что́ является прирожденным [свойством] ума; оно побуждается к знаниям снаружи и, получая от других [людей] начало воспоминания, после этого продвигает его далее (προβάλλει) [уже] от самого себя; оно не пребывает постоянно в [каком-либо] одном действии, [как] труд ума, но скорее в движении идет вперед от самого себя и к самому себе. Но оно не наполнено самим собой, как умозрение (τὸ νοερόν), а в поиске и в обретении всегда движется вперед от некоей пустоты (ἀπό ... κενώσεως) знания к его полноте. Подобным же образом оно разделено между пределом и беспредельным; поэтому оно всегда идет вперед <44> от беспредельного к определенности (ἐπὶ τὸ ὁρίζεσθαι) и переходит к постижению математических эйдосов. Благодаря всему этому и возникает эта наука: ей предшествует первоначальное обучение, начало которого преподает учитель, затем следует открытие,

связанное с началами, которые закладываются учителем, — ибо благодаря этому душа вспоминает истинные эйдосы в математике и предлагает подходящие для них определения (τοὺς ... λόγους)[78]. Впрочем, иногда из обоих [действий] возникает одно общее действие; поэтому Архит говорит в [труде] *О математиках* (Περὶ μαθηματικῶν): «Пройдя обучение у [кого-либо] другого или сделав открытие сам, ты должен приобрести знание того, чего [ранее] не знал. Ведь обучение ты проходишь у [кого-то] другого, и [это] — чужое, тогда как открытие делаешь сам, и [оно] — твое собственное. Для того, кто не занимается исследованием, открытие трудно и редко, для того же, кто [им] занимается — доступно и легко; но для несведущего [человека] исследование невозможно». Здесь [Архит] поставил обучение на первое место как начало науки такого рода и указал на ее особенность — что она преподается [кем-либо] другим; затем он добавил: «сделав открытие сам», — ибо несмотря на то, что [открытие] по значению [τῇ δυνάμει] стоит на первом месте, в человеческом устройстве для нас оно второе [по порядку], поскольку всякий рожденный должен вначале получать воспоминания от других [людей]. Итак, нужно воспринимать (ὑπολαμβάνειν) эти способы получения научного знания как два [способа], <45> и нужно объединять (περιλαμβάνειν) их в мышлении (τῷ λογισμῷ) в один: ведь после того как мы усвоим мате-

[78] Ср: «И хотя математика начинается с внешнего припоминания, но завершается она внутренними логосами; и хотя она пробуждается позднейшим, она добирается до исходной сущности видов. Её деятельность, в отличие от мышления, не является неподвижной; однако, в отличие от ощущения, её движение не связано с переменой места или качества, но является жизненным, освобождающим и проходящим миропорядок бестелесных логосов, — то следуя от начал к результатам, то идя обратным путем, переходя в познании то от заранее известного к искомому, то от искомого к заранее известному. А потому она не основывается во всяком поиске на собственной полноте, в отличие от ума, однако и не завершается другим, как ощущение, — но отыскивает искомое и от незавершенного восходит к завершенности» (Прокл. *Комментарий к I книге «Начал» Евклида*, 18–19)

матические знания как [происходящие] от [кого-то] другого и как чужие [для нас], мы затем исследуем их далее [уже] сами от себя как свои собственные. В этом легко убедиться на примере открытий: ведь мы открываем [новые знания] и, открыв, узнаем их, как будто бы они [уже] находятся в нас самих. То же явствует и из исследований. Поскольку невозможно исследовать [что-либо], не зная [того, что исследуешь], то [отсюда следует, что] было время, когда мы знали [математику], но не теперь — ведь ныне мы ее не знаем; следовательно, мы знали ее ранее. И поэтому для того, кто занимается исследованием, математические предметы доступны и легки для открытия, а для того, кто не занимается [этим] — трудны и редки: ведь они каким-то образом [уже] находятся в душах, и когда-то ранее были среди них, внутри знания в действии[79]. Так что занятия математикой — это путь от исследования к открытию и от изучения — к исследованию и открытию. Поэтому она и получила это название — «математика» (μαθηματική). Ибо эта наука взяла имя от того [занятия], от которого она получает начало в первую очередь и без которого невозможно ее возникновение — я имею в виду обучение (μανθάνειν).

Таким образом, и это мы уточнили в связи с ней.

[12]

Хотя можно перечислить много других возможностей математической науки, все же в первую очередь следует рассмотреть объединяющие [возможности], [которые ведут] от множества к тождественной себе и объединенной

[79] Ср.: «Знание в действии тождественно своему предмету, знание в возможности у отдельного человека — но не знание вообще — по времени раньше. Ведь все возникающее возникает из сущего в действительности» (Аристотель. *О душе*, 431a).

причине, и <46> разделяющие, [которые ведут] от единого к множеству. Ведь они, будучи составлены из предела и беспредельного и из единого и множества, находятся посередине между делимым и неделимым и по самому определению [своей] сущности участвуют как в соединении, так и в разделении, как в индукции (ἀναπλώσεώς), так и в дедукции (συνειλήσεως), как в возврате к определенному, так и в удалении от него[80]. Подобное же действие размышления (τῆς θεωρίας ἐνέργεια) есть и в диалектике, которая занимается прежде всего сущим, однако между ним и [действием математики] существует немалое отличие: [действие диалектики] рассматривает сущее вообще и [именно] его соединяет или разделяет, а [действие математики] исследует математическое [сущее] и над ним производит те двоякие действия рассуждения (τοῦ λόγου), [о которых было сказано выше]. Существуют и другие возможности [математических знаний], наблюдающие общее во многом, рассматривающие в разных математических науках некие общие эйдосы и общие логосы, а также общие меры (μέτρα), с помощью которых определяются различия (τὰ διαφέροντα), как, например, рассмотрение (αἱ ... θεωρίαι) равенства и неравенства или соизмеримого (τοῦ συμμέτρου) и несоизмеримого, — ведь эти возможности рассматривают общие основания (τὰ κοινῶς ... ὑφεστηκότα) во многих [вещах]. Им противопоставлены [возможности], рассматривающие осо-

---

[80] Ср.: «Ее возможности двояки, и одни ведут от начал к множеству и порождают многообразные пути теории, другие же возводят многие пути мысли к подходящим предположениям. Будучи подчиненными началам единого и многого, предела и беспредельного, предметы ее рассмотрения занимают среднее положение между неделимыми видами и всем делимым. <...> ...познавательные способности этой науки в целом оказались двоякими, причем одни устремляют нас к единству и свертывают множество, а другие членят простое на разнообразное, более общее — на более частное, и начальные логосы — на вторичные и на много шагов удаленные от начал» (Прокл. *Комментарий к I книге «Начал» Евклида*, 19).

бую сущность каждой [вещи]: например, чисел — в том отношении, в каком они являются числами, и величин — в том отношении, в каком они существуют как величины, и тем же образом применительно к прочему. К таким [возможностям] относятся и те, которые замечают соразмерность (τὴν ἀναλογίαν), существующую повсюду: начиная с самого начала, с самого первого (ἀπὸ τῶν πρωτίστων), и заканчивая последним, проходя [при этом] через среднее, они повсюду наблюдают те же самые или другие отношения в различных [вещах] и делают их ясными повсюду. <47> Более того, нужно также придавать определенное значение и тем [возможностям], которые рассматривают красоту и соразмерность математических сущностей, а также их согласованность и соизмеримость: ведь последние по своей природе обладают строгим порядком, завершённостью и всеми благами, подобающими математическим эйдосам. Многие считают, что эти возможности неподвижны и что они действуют в отношении неподвижных познаваемых (τὰ γνωστὰ) [предметов], но это не кажется правильным: существуют некоторые математические дисциплины, которые изучают число движения и меры, как сами по себе, так и с точки зрения их расположения и соразмерности (συμμετρίας) относительно друг друга, и бестелесные круговращения души, с которыми сосуществуют вращения неба, — какова их соразмерность и какими числами [она выражается], и благодаря чему они хорошо соответствуют друг к другу, и рассматривают все, подобное [этому]; к ним относятся астрономия и гармоника (ἁρμονική). Так что, поскольку математические возможности распространяются также и на теоретические [науки] (ἐπὶ τὰς ... θεωρητικάς) о движении, следует относить к [математике] и [эти науки]. От них нужно отличать «неподвижные» науки о недвижимых эйдосах и логосах и делать умозаключения о том порядке, в каком их возможности находятся по отношению друг к другу: многие из этих возможностей свойственны по природе математике.

Порядок их следует определять как на основании сущности познаваемых [вещей], которые являются предметом исследования, — какие из них занимают главенствующее положение, а какие подчинены им, — так и исходя из значимости [их] красоты: чтó из [познаваемого] созерцает самую значительную и высшую красоту, а чтó — более низкую и несовершенную. Классификацию же их следует проводить на основании способа действия и разнообразия <48> познания и на основании различий сопряженного с ними сущего, с которым они соединяют изучение. А то, сколькими способами нужно их исследовать, [устанавливается] исходя из разнообразия предметов изучения: ведь [именно] благодаря этому [разнообразию] с очевидностью обнаруживается, что эти возможности как сами получили существование (ὑφεστῶσαι) многими способами, так и действия производят многообразно.

Вот такие определения можно дать в начале в самых общих чертах. А [все остальное,] что подобает [сказать], пусть ожидает целого труда об этих [предметах]: ведь их лучше всего представить [именно] таким образом.

[13]

В связи с тем, что всякая теория (θεωρία) и всякая наука (ἐπιστήμη) наследуют неизменность от первых элементов (ἐκ τῶν ... στοιχείων), — поскольку те определены границами и никогда не изменяются, — и достигают с помощью разложения на элементы наиболее совершенного понимания, а каждая [из наук] к тому же находит в своих родах наиболее подходящий ей способ суждений (τῶν λόγων) и доказательств (τῶν ἀποδείξεων)[81], то относительно математики

[81] Λόγος — «положение, суждение, формулировка» (в логике), «определение» (в философии); ἀπόδειξις — в логике Аристотеля «демонстра-

также необходимо предварительно выделить ее элементы, наиболее общие для всей системы математических знаний, и осуществить поиск [тех] родов, которые наиболее [ей] присущи, и в особенности [тех], которые распространяются на все [математические знания] в целом. После того как мы рассмотрим это, мы, в свою очередь, посмотрим, будут ли элементы и роды [математики] разными [понятиями], или же одни и те же [понятия] можно рассматривать в одних случаях как роды, а в других — как элементы, и в чем разница между родами и элементами в математике и в других науках и сущностях — как умопостигаемых, так и тех, которые существуют в возникновении (ὅσα φέρεται ἐν τῇ γενέσει). А что элементы и роды математики всегда определены и постоянны, <49> с одной стороны, согласно признают лучшие из философов, а с другой — ясно подтверждают сами математические доказательства (αἱ ἀποδείξεις), всегда одни и те же и неизменные. И легко заметить, что рассуждение (ὁ ... λόγος) о них согласуется с первыми началами математической сущности: ведь и в этом отношении единое и множество, предел и беспредельность, тождественное и отличное являются элементами и родами науки и познаваемых ею вещей. Так что всякий раз, когда мы рассматриваем их как причины и созидательные [начала] (ποιητικὰ) всей математической сущности и учения о ней, — [все] вышеперечисленные причины (αἱ ... αἰτίαι)[82] следует понимать как начала (ἀρχαὶ); когда же мы рассматриваем их как пребывающие имманентно и составляющие сущность и логос знания, их следует понимать как элементы (στοιχεῖα); а всякий раз, когда мы замечаем, что они являются общими для всех математических наук, представляя связь сущности отдельных [частей] и не в меньшей степени обладая собственной субстанцией, тогда уже мы рассматриваем их как роды (γένη).

ция», или дедуктивное доказательство силлогизма.

[82] Т. е. единое и множество, предел и беспредельность, тождественное и отличное.

Итак, одни и те же [вещи] в одних случаях являются первопричинами (ἀρχηγὰ) как математического учения, так и предметов, познаваемых им в качестве сущего (ὡς ὄντων), в других понимаются как элементы, а в третьих, напротив, — как роды: не потому, что они различаются между собой в [мысленном] представлении [о них], только на словах, и не потому, что они взаимно изменяются и из одних получаются другие в зависимости от тех или иных отношений, но потому, что они сами по себе продвигаются вперед (προόδους ποιεῖται) и производят внутри себя многочисленные различия. В самом деле, в соответствии с разницей причины они не различаются: ведь для бестелесного не одно и то же — быть тождественным себе или же являться частью [чего-либо] другого, но то, что [само] является порождающей причиной для чего-либо, и то, что каким бы то ни было образом <50> составляет часть сущности, не являются [вещами] одного порядка. И не бывает так, чтобы то, что образует [некое] сочетание вместе с другими [частями], когда-либо присоединяло к [этому] сочетанию собственную сущность, — оно оставляет ее в стороне и вплетает другую [сущность] в соединение тех сущностей, в бытие которых оно вносит свой вклад. На том же самом основании и причина, подающая бытие, не существует вместе с тем, что создается ею, но является более важной сравнительно с ним по самому́ логосу сущности: она содержит в себе отделяемую субстанцию, благодаря которой подает тем [вещам], которые она разрывает, иную субстанцию после себя самой.

Итак, мы дали разумные определения беспредельного и предела в началах, в элементах и в родах [математики]. Ведь они отличаются от умопостигаемых начал, элементов и родов, уступая их совершенству, чистоте, простоте, самой широкой области распространения и определенности (τῷ ... ὡρίσθαι), а кроме того, [их] красоте и всему благому (τοῖς ἀγαθοῖς); в свою очередь, те превосходят возникающее порядком, соразмерностью, недвижимой и постоянной

природой, чистой причастностью к эйдосам, бестелесной и нематериальной природой, и, кратко говоря, всем лучшим. Стала быть, из этого вытекает, что они являются средними между теми и другими и занимают место между [умопостигаемым и возникающим], будучи способны сообщаться и с теми и с другими, и переходят и к тем и к другим одинаковым образом.

Всякий, кто прочитает об этом то, что было изложено выше, не погрешит против должного.

[14]

Относительно подобного и неподобного, пожалуй, все согласятся, что оно чрезвычайно важно в математических науках и в <51> математической сущности и имеет здесь большие возможности: ведь невозможно понять ни одну теорему (θεώρημα) с помощью математики без того, чтобы преобразовать ее [в геометрическую форму], определив некую подходящую для нее [геометрическую] фигуру (σχῆμα), и [затем] установить для нее отношение (τὸν περὶ αὐτοῦ λόγον) с помощью другой фигуры и преобразовать одно через другое с помощью единого отношения подобия. Так вот, заслуживает рассмотрения то, каковы эти общие свойства подобного и неподобного, и насколько [далеко] они распространяются в математических науках, и какое положение занимают в них, и в чем их отличие от подобного и неподобного в умопостигаемом и чувственном, которые носят то же название. Следует заметить именно то, что в математической сущности подобное и неподобное называются [так] не на основании [их] качества и не из-за такой фигуры, которая возникает вслед за чем-либо как одно через другое: ведь вещи такого рода обычно происходят в составных [телах] и имеют отношение к [сложному] составу

(περὶ σύνθεσιν), где субстанциальное — это одно, а акцидентальное в субстанциальном — другое, [и акцидентальное] производит особые свойства и внешние очертания в отношении субстанциальной природы, — а то подобное и неподобное, которые мы исследуем ныне, выше всякого состава (συνθέσεως). И на основании отношения такого рода не может рассматриваться то, что имеет субстанцию в самом бытии: не следует думать, что субстанции того, что существует само по себе, находятся в зависимости от чего-то [другого].

Итак, будем понимать подобное и неподобное, о которых мы ныне говорим, как относящиеся к сущности, а под сущностью [будем понимать] не любую [сущность], а [только] математическую. Таким образом, пусть [подобное и неподобное] будут некоторыми видами математической сущности. Ведь не следует измышлять, противопоставляя по сущности качество и количество, что одна наука <52> занимается рассмотрением сущности, а другая — [рассмотрением] количества, и определять вторую как математику, но [следует] рассматривать и собственную математическую сущность, и эти виды, — сколько их и что они собой представляют, — таким образом, каковы они по природе; и то количество, которое исследует [математика], — это не [количество], [существующее] в телах, и не умозрительный пример, но математическая величина; точно так же и подобное и неподобное, [рассматриваются] ли они как общие роды или эйдосы, относящиеся к сущности [математики], или же как общие порождающие способности эйдосов, [существующих] в каждой из математических наук, [математика,] как правило, рассматривает в соответствии с самим логосом [их] существования (τὸν τοῦ εἶναι λόγον). И если речь идет об общей математической сущности, то [эти понятия] распространяются на всё ее «сущее» (τὸ ὅλον αὐτῆς ὄν), а если об отдельных видах математических наук — то на их отдельные субстанции; таким образом, рассматривать ли их предметы (περιγραφάς) с точки зрения большего или меньшего

количества или же с точки зрения большей или меньшей величины, подобное и неподобное распространяется на все [математические предметы], касаясь как «большего», так и «меньшего». Ведь совершенно невозможно, чтобы множество ли, или разделение, или единство, или тождество, или различие получили субстанцию (ὑποστῆναι) в истинно математических [предметах] (ἐν τοῖς ὄντως μαθηματικοῖς), если [им] не будет предшествовать подобие или неподобие по сущности. Итак, не следует удивляться, что [подобие и неподобие] распространяются и на один род, и на «большее», и на «меньшее», и на «все», но скорее следует размышлять о том, что они существуют в них сходным образом сообразно с особенностью каждого из них. И нужно, с одной стороны, рассматривать это — я имею в виду «единичность» (τὸ ἓν), «множественность» (τὰ πολλὰ) и «среднее количество» (τὰ μεταξὺ τούτων) подобного и неподобного, — а с другой, наблюдать, каков подобающий им порядок и каково их распределение между отдельными математическими науками, к которому обычно причастно каждое из них. <53>

Итак, если дело обстоит таким образом, то математическая наука, пожалуй, — самая главная из всех: ведь она отыскивает одну и ту же причину подобия и неподобия одинаково и в высшем, и в низшем, а для [предметов] одного порядка производит должное разграничение. При этом, в отличие от многих учений, она исследует, по обычаю бестелесных, в различном — подобное, а в одинаковом — неподобное. И точно так же исследует взаимно противоположное в том и другом, как бы наблюдая неподобное в подобном.

А как возникает каждое из них, мы сможем понять наилучшим образом, если отметим здесь особенность сущности, о которой идет речь. Не будем представлять себе, что они возникают так же, как материальные эйдосы отображаются в материи — ведь они по природе сопряжены с математической сущностью и неотделимы от нее, поскольку в ней имеют [свое] бытие, — или же [что они возникают] так же,

как [нечто] прирожденное в телах, как, например, теплота в огне: ведь [врожденные свойства], несмотря на то, что они, несомненно, имеют ту же субстанцию, что и их носители, все же рассматриваются как нечто отличное от составной [сущности], поскольку то, что состоит из частей — это одно, а части, из которых оно состоит — другое. А у того, что является предсуществующим по сущности в математическом сущем (ἐν τοῖς μαθηματικοῖς οὖσιν), наблюдается некая простая сущность, полностью несоставная сама по себе: ведь чем более бестелесна [сущность] и [чем более] отделена она от составных [тел] и имеющих протяженность величин, тем более простую и тождественную себе субстанцию и [тем] более чистое и беспримесное подобное и неподобное она содержит. Точно так же и общее в них — чистое и беспримесное. Поскольку мы признаем это, следует понять и то, <54> что математическое подобие и неподобие следует предполагать отличным как от подобия и неподобия в умопостигаемом, так и [от этих понятий] в чувственном. Мы будем отличать [математические предметы] от [умопостигаемого и чувственного], во-первых, таким образом, каким мы различаем три сущности — ведь ясно, что если они разделяются на три части, то три [содержащихся] в них вида так же буду разделяться натрое, — а во-вторых, в силу того, что они определяются своим срединным положением, в то время как [умопостигаемое и чувственное] находятся по краям [от них] и определяют начало и конец видов, относящихся к своей сущности; кроме того, [умопостигаемое] следует считать первоначальным, [чувственное] — рождающимся в результате действия, а [математические предметы] — возникающими посередине между причинами, находящимися на первом месте, и тем, что возникает в последнюю очередь.

Приняв эти предварительные [положения], мы сможем с их помощью без труда исследовать по порядку особенности подобного и неподобного в каждой из математических наук, когда будем говорить о них в специальном труде; ныне

же достаточно того общего [взгляда], который был изложен нами выше. Итак, вот из каких родов, начал и элементов состоит математическая наука, и вот каково их количество; и поскольку она [именно] такова, как мы описали выше, то она охватывает отнюдь не маленькую [область] и отнюдь не малое количество вещей в жизни и способствует величайшим и прекраснейшим благам, божественным и человеческим.

[15]

Прежде всего попытаемся сказать, что математическая наука, как вся в целом, так и ее роды, элементы и начала, охватывает всю философию и всё ее учение о существующем и возникающем, и все <55> роды и виды математики, сколько их есть, распространяются на всю философию. Поэтому люди повсюду используют математические понятия, когда строят какую-либо философскую теорию. Ведь поскольку [математические предметы] бестелесны, и находятся посередине [между умопостигаемым и чувственным], и способны соответствовать и уподобляться всему сущему, они оказывают нам большую помощь во всех философских науках.

Они способствуют приготовлению и пригодности к занятиям теологией и предоставляют подобие ему, обучение и очищение, — что, во-первых, освобождает умные органы от оков и очищает [их] и соединяет с сущим, во-вторых, благодаря красоте и порядку [предметов], которые рассматриваются в математических науках, в какой-то мере приближает к умопостигаемому, в-третьих, через рассмотрение неизменного и недвижимого[83] уподобляется тождественному себе и неизменному умопостигаемому и определенному,

[83] Имеются в виду математические сущности.

и, наконец, приучает мышление спокойно устремляться к свету сущего, и уводит [его] от тел, и вселяет [в него] веру в сущность бестелесных, и придает [ему] научную достоверность и основательность. Все это предоставляет важные средства для понимания сущего и умопостигаемого.

В самом деле, [математика] оказывает немалую помощь физике (τῷ γε φυσικῷ), поскольку демонстрирует соразмерность (συμμετρίαν) [всех вещей], которые [существуют] в природе, [их] величайшую упорядоченность и пропорциональность, которые распространяются на всё, [что есть] в природе, и исследует красоту и природные эйдосы <56> и соответствующие им логосы (τοὺς περὶ αὐτῶν λόγους), элементы и простейшие [тела] и их формы, и важнейшие роды и виды; всем этим пользуются те, кто по-настоящему занимается изучением природы от ее первых начал[84].

Политической [философии] (τῷ ... πολιτικῷ) она помогает тем, что объясняет установленный ход действий, и приводит в движение незыблемые воззрения, и придает всему беспристрастие и подобающее согласие.

Нравственной [философии] (τῷ ... ἠθικῷ) [математика] помогает благодаря тому, что содержит определения добродетелей и математические примеры, выражающие эйдосы, — такие как «дружба», или «благоденствие», или какие-нибудь другие величайшие блага. [Она] предлагает математические примеры для всего, что [есть] в жизни, — например, благоплодия (εὐγονίας), бесплодия, плодородия, неплодородия и тому подобного. Поэтому повсюду следует пользоваться математическими понятиями, словно составляя очерк философии этими примерами. Ведь мы не ис-

[84] Ср.: «Очень важна также связь с физической теорией, поскольку она обнаруживает благоустройство отношений, составляющее вселенную, и связует пропорциями всё в космосе, как где-то говорит Тимей, и приводит враждующее — к дружбе и приветливости, и различное — к сочувствию, и являет простые и первозданные начала и всё, связанное с соизмеримостью и равенством» (Прокл. *Комментарий к I книге «Начал» Евклида*, 22).

пользуем повсюду одни и те же примеры, но предлагаем для каждого [случая] свои примеры, в соответствии с тем или иным родом науки.

Итак, сущность математической науки в целом, как сама по себе, так и содержащиеся [в ней] роды и элементы и все начала, сколько их есть, охватывает всю философию. Можно распространять математические логосы на всю [философию] в целом, а можно распространять их и на отдельные части философии, когда возникает необходимость использовать [то или иное] положение. [Математика] присоединяется к ним, поскольку обладает некоторой схожестью с ними, и вносит в них свой вклад (συντέλειαν), который ведет к ним и служит проводником [на этом пути].

Таким же образом она возвышает и ведет к неизменно пребывающим и определенным эйдосам — не тем, которые являются то сущими, то не сущими, а тем, которые всегда находятся в одном и том же положении, <57> уступая им в совершенстве, чистоте и в бестелесной, скажем так, тонкости, и уподобляется им как превосходящим [ее саму]; а материальные виды возникающего она представляет как примеры в виде математических эйдосов и таким образом служит к пользе и тем, и другим.

Так что вот какой вклад вносит [математика] во всю философию в целом и в отдельные ее части.

[16]

Если говорить в общем, [математика] предоставляет всем искусствам научные способы различения (ἐπιστημονικὴν ἐντίθησι διάγνωσιν), поскольку показывает их начала, и завершения, и разграничения, подробно объясняет их меры и определения, отделяет в них правильное от ошибочного и выделяет соответствующие тому и другому элементы

(στοιχεῖα), и познает их цель, и придает [им] точность, и изобретает их. Ведь поскольку в этой науке сущность рассматривается отдельно от материи, и так же и логосы, которые она использует, отделены от материальных [тел], и их порядок не нарушается со стороны последних, в силу этого она справедливо является более важной причиной и более важной руководящей силой, чем искусства, которые имеют дело с материей, — для того, чтобы изобретать их, и определять, и различать. Теоретические искусства она очищает и делает совершенными, к творческим она применима в качестве образца, а практические — ободряет и побуждает своими неподвижными эйдосами; и во всех них в целом она приспосабливает к материальным видам отделенные [от материи] логосы[85]. Поскольку [математика] является для всех [искусств] чем-то вроде архитектора [для строителей], она таким образом следует во главе их, и <58> служит им на пользу, и, усилив их математическим рассуждением (τῷ μαθηματικῷ λόγῳ), делает ценными и полезными, и с помощью математического доказательства (ἀποδείξει) укрепляет их положения (τοὺς λόγους) и делает их безошибочными.

Стало быть, ясно, что математическая теория распространяется и на всякую деятельность и знание в искусствах [и ремеслах].

[85] Ср.: «А сколь велика польза, приносимая математикой всем остальным наукам и искусствам, мы поймем, поразмыслив над тем, что теоретическим искусствам, каковы риторика и другие искусства, обретающие свою силу в слове, она придает совершенство, порядок, и — в подражание себе самой — полноту целого, состоящую в наличии первого, среднего и последнего; творческим искусствам она дает образец, обнаруживая в себе отношения и меры для созидаемого ими; а для искусств практических она определяет их деятельность и движение посредством своих устойчивых и неподвижных видов» (Прокл. *Комментарий к I книге «Начал» Евклида*, 24–25).

[17]

То, что [в математике] существует двоякий порядок, и один является свойственным ей по природе, а другой [предназначается] для изучения, легко можно увидеть из следующего [рассуждения]. Если то, что установлено математической наукой, присутствует во всем остальном, и [везде] одно с необходимостью вытекает из другого (ἀκολουθεῖν τόδε τῷδε), то само математическое учение, конечно же, содержит в себе порядок, который намного превосходит [все прочие], и надлежащим образом ведет к совершенному. Порядок, [присущий] математическим знаниям по природе, на первое место помещает самое простое — например, арифметику [ставит] перед геометрией; иногда [самое простое] находится впереди и при обучении — когда от первых начал изучение переходит к сложным [предметам] (γίγνηται τῶν συνθέτων ἡ μάθησις); тем не менее, иногда и для нас[86] сложное в обучении предшествуют более простому, когда первое является более известным: так, например, все небо в целом и движение вокруг него сферы вообще, несомненно, более хорошо известно, чем [движение] сферы, которая вращает само [небо]. Так что если объяснять неясное через ясное (διὰ τῶν φανερῶν τὰ ἀφανῆ), то такой способ [объяснения] не будет неприемлемым. Поскольку существует такое разделение, то следует пользоваться и теми, и другими способами: первыми — как более научными, а вторыми — как более <59> известными. И когда необходимо из двух способов использовать только один, следует выбирать тот из них, который будет более подходящим для изучаемого предмета и будет лучше способствовать [его пониманию]; а когда можно пользоваться и тем, и другим [одновременно], нужно вести к знанию с помощью обоих [способов]. В связи с этим во многих математических исследованиях одни и те же задачи могут быть доказаны как посредством

[86] Т. е. для математиков.

анализа, так и [посредством] синтеза. В том, в чем оба способа научного знания согласуются друг с другом, следует пользоваться и тем, и другим. Нужно учитывать также способности каждого [человека]: например, тот, кто одарен от природы острым умом, может без труда переходить от единичного ко множественному и воспринимать множество [предметов], имеющих ту и или иную внутреннюю связь друг с другом, как нечто целое и все вместе. Необходимо принимать во внимание и то, какова цель обращения [конкретного человека] к обучению математике: состоит ли она в том, чтобы изучить теоремы [математической] науки, или же [обучающийся] возводит их к философии и рассчитывает, что они будут вести его к созерцанию умопостигаемого; для такого [ученика] порядок будет другим, порой выходящим за рамки природной последовательности математических знаний. В свою очередь, [если рассматривать] каждую математическую теорему по отдельности, [то] те из них, которые представляются очевидными сами по себе и более несовершенными, демонстрируются в первую очередь: например, «в прямоугольным треугольнике квадрат гипотенузы равен [сумме квадратов] катетов (ταῖς περιεχούσαις)», — тогда как более совершенные и нуждающиеся в дополнительном доказательстве преподаются позже, как, например, те [теоремы] о прямоугольном треугольнике, которые <60> относятся к движению звезд и к [их] объединению в зодиакальном круге и к движению солнца и луны. Точно так же и [теоремы] о [музыкальной] гармонии: [теоремы] о простой [гармонии] изучаются раньше, а о [гармонии] космоса — позже.

Эти предварительные [замечания] были сделаны нами с той целью, чтобы мы, применяя определенный метод в расположении математических занятий, думали бы о двух [вещах]: о природе [изучаемых] предметов и о возможностях обучающихся, и использовали бы и тот, и другой [метод] подходящим образом, а в случаях, когда первое и второе со-

гласуется друг с другом, применяли оба [метода] с равным успехом.

[18]

Если говорить о специальных методах пифагорейского обучения математике, то они отличались удивительной точностью и намного превосходили искусство преподавания тех, кто посвятил себя математическим наукам. Итак, опишем это [обучение] в общем виде, насколько возможно сказать о нем простым языком.

Прежде всего, следует признать, что [пифагорейцы] создавали первую систему математических теорем (τῶν μαθηματικῶν θεωρημάτων), двигаясь от самого начала, от первых начал, выстраивая логические умозаключения (τῆς διανοίας τὰς ἐπιχειρήσεις) словно от самóй их[87] первой сущности и возводя к этой [сущности] всё окончательное математическое учение в целом. Далее, [как] из это следует, они заботились о том, чтобы показать первые открытия теорем и не пользоваться [при этом] чем-то уже существующим, но во всех случаях рассматривать, каким образом может получить существование (πῶς ἂν εἰς ὑπόστασιν ἔλθοι) то, что доказывается в математических науках. У них был и другой способ — <61> математической символики (ὁ διὰ συμβόλων): например, пятерка — [символ] справедливости, ибо она обозначает все виды справедливого. Этот вид [обучения] был полезен для них во всей философии, поскольку они многому обучали также с помощью символов, и они считали, что этот метод является подобающим для богов и подходящим для природы. Тем не менее, то, что они обучали также первым началам и математическим открытиям,

[87] Математических теорем.

ясно как из других математических наук, так и из арифметических методов. Ведь они подробно объясняют, как впервые рождается каждый род и вид чисел и как мы открываем его, — а научное знание об этом может существовать только в том случае, если кто-либо получает его, двигаясь с самого начала. Наконец, [и] к истинно сущему и ко всем богам, и к свойствам и способностями души, и к небесным явлениям и круговращению звезд, и ко всем [существующим] в возникновении (τοῖς ἐν τῇ γενέσει) элементам тел и составляемым из них [телам], и к материи и тому, что рождается из нее, они всегда применяли математические теоремы, как все вместе, так и по отдельности, заимствуя из них подходящие подобия (τὰ οἰκεῖα μιμήματα) для каждой существующей [вещи] (πρὸς ἕκαστον τῶν ὄντων). Возведение математических предметов к сущему они производили либо на основании общности их логосов (τῶν αὐτῶν λόγων), либо на основании некоторого смутного отражения (κατὰ ἔμφασίν τινα ἀμυδράν), либо по причине сходства — как близкого, так и дальнего, либо по некоему уподоблению образов (κατὰ εἰδώλων τινὰ ἀπεικασίαν), либо на основании того, что в первообразе [содержится] причина, предшествующая [отражению], либо как-то иначе. Они сопрягают математические предметы с вещами также другими многообразными способами, поскольку как <62> вещи способны уподобляться математическим предметам, так и математические предметы [способны] уподобляться вещам, имеющим [материальную] природу, так что и то, и другое взаимно уподобляется друг другу. Они не стремились к какой-то сложности рассуждения (ποικιλίᾳ τοῦ λόγου) и изобилию методов, как к тому, что относится больше к логике (λογικωτέρᾳ οὔσῃ) и далеко отстоит от истины вещей, но главным образом любили решение задач (τῶν προβλημάτων) самих по себе как способствующее научному знанию о сущем и [его][88] нахо-

[88] Сущего.

ждению. И более всего они были сильны в нахождении истины и в приложении [ее] к вещам, а не в проницательности и остроте суждений о [тех или иных] задачах. Вот почему они не гордились обилием математических доказательств (ἐπιχειρημάτων)[89], но явно предпочитали то, что способствует открытию вещей.

Итак, эти и подобные методы использовались для преподавания математики [пифагорейцами]. Они также применяли их в научных целях, когда размышляли с помощью теоретической философии об [истинно] сущем (τῶν ὄντων) и [о] добре (τοῦ καλοῦ), выбирая из них[90] то, что полезно для них самих и для их учеников, а также и для всей науки о сущем в целом, поскольку полагали, что следует всегда высоко ценить и почитать то, что ограничено, и то, что можно свести к самому краткому [выражению]. Далее, во время преподавания они, в соответствии с [научным] методом, были нацелены на познание вещей, [а именно], каков их порядок и [какова] взаимосвязь между ними, — в такой последовательности они определяли среди них первый и второй предмет (τὸ ... θεώρημα) [научного исследования], — а в соответствии с [учебным] [методом], заботились и об учениках и старались понять, <63> насколько они способны и каким образом оказать им помощь: что следует преподавать начинающим, а что — продвинувшимся вперед, какие знания являются эзотерическим (ἐσωτερικὰ), а какие — внешними, что́ позволительно разглашать (ποῖα μὲν ῥητὰ), а что́ следует оставить неизречённым (ἄρρητα), и кому [из учеников] [эти знания] преподаются вместе с наукой о вещах, а кому — исключительно посредством математики как таковой. А о точности во всем этом они заботились не просто так, но ради того, чтобы занятия математикой были связаны с Единым (ἑνὸς) — Прекрасным и Благим, и относились

---

[89] ἐπιχείρημα — в логике Аристотеля диалектическое доказательство.

[90] Методов.

к одному — к знанию о Сущем (τοῦ ὄντος) и к уподоблению Благому. И действительно, таким образом не только преподавались математические науки сами по себе, но к ним присоединялась также соответствующая жизнь и с их помощью предлагалось восхождение к наиболее чтимому (ἐπὶ τὰ τιμιώτατα), как надлежит. Вот почему следует стремиться к пифагорейской школе математики (τὴν Πυθαγορικὴν ἐν τοῖς μαθήμασι διατριβήν) как исключительной и наиболее выдающейся среди всех математических искусств.

[19]

В силу того, что мы должны рассматривать [в математике] не только все ее благо в целом (τὸ ὅλον αὐτῆς ἀγαθὸν), но и ее роды и виды, — сколько их всего и какие [из них] следует предпочитать, — изложим учение о них целиком, чтобы мы могли охватить как все математические знания в общем, так и каждую [дисциплину] в отдельности.

Первый предмет [как] всего математического [вида], [так] и каждого отдельного [вида математических наук], каким бы [этот вид] ни был — теологический, поскольку он соотносится посредством подходящего уподобления с сущностью и возможностью (τῇ ... δυνάμει), порядком и энергиями (ἐνεργείαις) богов, чтó среди [пифагорейцев] (παρὰ τοῖς ἀνδράσιν) считается наиболее заслуживающим усилий (σπουδῆς); например, [если речь идет] о числах[91], они обычно обдумывают, каким богам родственны и соприродны (συγγενεῖς ... καὶ ὁμοφυεῖς) те или иные числа, — и так же они обычно мыслят и в других математических дисциплинах[92]. После этого математические на-

[91] Приводится пример, связанный с арифметикой.

[92] Речь идет о геометрии, музыке и «сферике».

уки у них имеют дело (ἐνεργεῖν ἐπιχειρεῖ) <64> с истинно сущим «умным» (περὶ τὸ νοερὸν ὄντως ὂν), а также с «умным» кругом (κύκλον τε νοερὸν) и с эйдетическим числом (ἀριθμὸν εἰδητικόν); и многие другие математические предметы подобного рода рассматриваются в точном соответствии с наиболее чистой сущностью. Затем они подводят итоги математического учения о самоподвижной сущности (περὶ τὴν αὐτοκίνητον οὐσίαν) и о вечных логосах, определяя то же самое самоподвижное число и открывая посредством определенных математических соразмерностей (κατά τινας συμμετρίας) некие меры логосов.

Математическая наука, как считается, обладает возможностями и в том, что касается неба и всего круговращения небесных [тел], как неподвижных, так и блуждающих (τῶν πλανωμένων)[93], поскольку она исследует не только разнообразные, но и единообразные движения сфер. В самом деле, [эта наука] подробно изучает как материальные логосы, так и материальные эйдосы — как последние получили субстанцию и как они были изначально произведены: ведь именно в этом заключается мысленное отделение внешнего вида и форм (τὴν μορφὴν καὶ τὰ σχήματα) от тел в математике. Кроме того, [математика] предпринимает попытки размышлять о природе того, что [существует] в возникновении, рассматривая простые элементы и логосы, относящиеся к телам. Итак, пифагорейское учение использует все эти составные части [своего] метода как для каждой отдельной [математической дисциплины], так и для всей математики в целом, и с их помощью создает порядок и очищение (ἀποκάθαρσις). Ведь как в математике следующее узнается из предыдущего, так и в области способностей души с помощью [математических знаний] происходит восхождение к более совершенной жизни и действиям (πρὸς τὰς τελειοτέρας ζωὰς καὶ ἐνεργείας).

[93] Т. е. сферы неподвижных звезд и семи планетарных сфер.

В самом деле, [пифагорейцы] не оставляют без внимания и не пропускают ничего из «среднего»[94], чтó составляет науку такого рода, так же как и не пренебрегают исследованием высшего. Они изучают по порядку всё <65> без исключения, и таким образом эта наука преподает разделение [на роды и виды] (τὴν διαίρεσιν), которое открыла наука о разделении понятий (ἡ διαιρετικὴ ἐπιστήμη)[95], в том, что касается самых главных и первейших родов. А на основании этого [разделения] можно открыть и классификацию (μεριστὰς τομὰς) математических наук, о которой мы вспомним позже, в специальном труде об этом.

[20]

С этой способностью математики[96] соотносится другая, [а именно], [способность] к определению (ἡ ὁριστική)[97]: ведь математика использует определения и формулирует их с точностью. Способ же общего составления определений заключается в следующем.

После того как [способность] математики к классификации разделит математические предметы на роды и виды, способность к определению сводит воедино различия, [возникшие] в результате разделения, и собирает из [них] всех одно общее определение (λόγον). Она делает то же самое и посредством анализа: после того как анализ возведет мысль (τὴν νόησιν) к более простым и более общим [понятиям], и разделит роды, и [выделит] различия, которые свойственны каждому из них по природе, тогда связующий

[94] Имеются в виду математические объекты.

[95] Раздел диалектики.

[96] Имеется в виду способность к разделению, о которой шла речь в предыдущей главе.

[97] Часть диалектики.

[их] воедино синтез (ἡ συναγωγὸς σύνθεσις), сводя воедино различающиеся [между собой] и простые [понятия] (τὰ διαφέροντα καὶ τὰ ἁπλᾶ), определяет каждый из математических предметов. И таким образом математическая наука получает собственное определяющее суждение (τὸν ὁριστικὸν λόγον) из себя самой и обладает возможностью находить его посредством теоретического размышления (θεωρητικῶς). Следовательно, поскольку разделение делает единое многим, а способность к определению — многое единым, математика должна рассматривать единое с помощью и того, и другого, — ибо [именно] с [единого] она начинает свой путь и к нему [же] восходит. Так что именно оно и будет конечной целью, которую, пожалуй, можно назвать эйдосом, — Единое для всего множества [математических] теорем (ἐπὶ πᾶσι ... θεωρήμασιν): оно же является Добром и Благом (καλόν ... καὶ ἀγαθόν), с которым стремится соединиться разделенное. <66>

Поэтому мы, — все те, кто следует в математике взглядам пифагорейцев, — всегда оставляем без внимания неопределенное и единичное (τὸ ἄπειρον καὶ καθ' ἕκαστον)[98] в математических дисциплинах и стремимся восходить к общему и определенному, до тех пор пока не возведем всю теорию математического учения в целом к единству всех математических предметов.

Вот какова цель, к которой должны стремиться все, кто действительно желает созерцать все математические эйдосы в целом.

[21]

Поскольку мы сосредотачиваем свои усилия главным образом на пифагорейской математике, а ее невозможно

[98] Τὸ καθ' ἕκαστον — «частное», «единичное» или «отдельное».

изложить полностью, не рассмотрев ее первые начала, — в связи с этим необходимо сказать в настоящем исследовании также и о тех, кто явился для Пифагора родоначальником этого учения: таким образом настоящий обзор, пожалуй, станет наиболее совершенным, поскольку будет подкреплен с самого начала, от первых причин.

Так вот, говорят, что Фалес, который впервые сделал немало открытий в геометрии, передал [их] Пифагору: так что все математические исследования Фалеса, которые мы получили, было бы справедливо возводить к пифагорейской математике. После Фалеса [Пифагор] долгое время жил среди египтян и получил от них немало благого (ἀγαθά) для математической науки: вот почему мы, пожалуй, не поступим неподобающим образом, если будем принимать во внимание, что многое [получено] также от египтян. А поскольку позже он общался также с ассирийцами и теми, кого они называют халдеями — ибо так у них называются математики, — <67> нам необходимо взять многое для математического метода и у них.

И это еще не все. Поскольку Пифагор, получив математические знания от варваров, добавил к ним многое от себя, нужно присоединить [ко всему остальному] и такие начала, а также добавить [к этому] своеобразие его [собственной] математики. Ведь он рассмотрел множество математических положений с философской точки зрения и, хотя они и были переданы [ему] от других, приспособил их к своим собственным представлениям, и придал им надлежащий порядок, и провел подобающие исследования; так что они всегда предоставляют одинаковую согласованность во всем и нигде не нарушают соответствия. Следовательно, именно этих начал необходимо придерживаться, исследуя пифагорейскую математику.

В качестве общих первоначал (στοιχεῖα κοινὰ) мы возьмем ее исключительные особенности (ἐξαίρετα), чтобы с их помощью понять символическое и необычное употребле-

ние математических терминов[99]: ведь [Пифагор], размышляя о сущем и истинном, таким образом и математическим [понятиям] нарекал имена в соответствии с [их] природой. От них он положил начало учению, которое было способно указывать путь слушателям, если кто-то из них обладал достаточной опытностью для того, чтобы понимать имена.

Чистотой, тонкостью и точностью доказательств [Пифагор] превосходит все теории подобного рода, принадлежащие другим [математикам]; также он рассуждает очень понятно и начинает с известного; а самым прекрасным в <его теории> является сущее (τὸ ὂν), которое возвышает и [само] восходит к первым причинам, и обучает ради [познания] вещей, и ясно познает <68> [все], что существует (τῶν ὄντων), а в некоторых случаях соединяет математические положения с теологическими.

Вот какие первоначала можно, пожалуй, представить здесь в качестве общих отличительных особенностей этой науки.

[22]

А о том, как следует стремиться к ее постижению, нужно сказать в совокупности, следуя преданиям самих [тех] мужей. Но поскольку в большинстве своем [эти предания] были для [пифагорейцев] действующими и сохранялись в памяти незаписанными, а ныне [память о них] уже утрачена и о них нелегко ни что-то сказать, ни обнаружить их в письменных сочинениях или услышать от других, то нужно поступать следующим образом: отталкиваясь от чуть заметных проблесков, постоянно создавать из [этих проблесков] единое целое (σωματοποιεῖν ἀεὶ τὰ τοιαῦτα),

[99] Возможно, имеются в виду «общие первоначала», или элементы слов, из которых состоят другие имена и слова (см: Платон. *Кратил*, 422а).

и приумножать их, и возводить к подобающим началам, и восполнять недостающее, а также по мере возможности размышлять о мнении тех [мужей], — что́ бы они сказали, если бы было возможно обучаться у кого-либо из них. И уже из последовательности того, что́ было передано нам неоспоримо, мы имеем возможность обнаружить дальнейшие учения подобающим образом. Ведь именно эти способы исследования позволят нам достичь подлинно пифагорейской математической науки или же приблизиться к ней настолько близко, насколько это [вообще] возможно. А с ней, полагаю, согласуется и ее [практическое] применение, которым с усердием занимался ее основоположник: ведь оно было во всех отношениях своеобразным и особенным по сравнению с другими практиками (παρὰ τὰς ἄλλας ἀσκήσεις), поскольку посвящало внимание душе и очищению душевного ока, а также открывало первые эйдосы и причины математической сущности (τῆς μαθηματικῆς οὐσίας) и применяло [их] к природе самого существующего (αὐτῶν τῶν ὄντων), в то же время соизмеряя [их] <69> с умопостигаемыми эйдосами и подробно объясняя как их родство с Благом (πρὸς τὸ ἀγαθὸν), так и родственность математических наук между собой.

Так вот, поскольку [практические] занятия математикой были именно таковы, они упорно и непрестанно исследовали относящиеся к ним научные положения (τὰ ... θεωρήματα). [Это занятие] содействовало душе в чистоте познания и в тонкости мышления, в точности определения (τοῦ λόγου) и в соприкосновении с сущностями, которые бестелесны сами по себе, а также в соразмерности, слаженности и круговом движении (πρὸς ... περιαγωγὴν) к Сущему (ἐπὶ τὸ ὄν); человеку же оно предоставляет упорядоченность в жизни и отсутствие страстей, красоту в нравах и открытия других вещей, приносящих пользу человеческой жизни.

[Пифагорейцы] занимались [математикой] в течение всей своей жизни, применяя (συνυφαίνοντες) получаемую

от нее пользу в [своих] действиях и в нравах души, в сооружении городов и в управлении домашним хозяйством, в искусствах и ремеслах (τεχνικαῖς τε ἐργασίαις), в вооружениях и в мирном устроении (πολεμικαῖς ἢ εἰρηνικαῖς παρασκευαῖς), и вообще использовали математику во всех областях жизни — пригодным образом для дел (τοῖς πράγμασι), с пользой для тех, кто [ими] занимается, надлежащим образом и для первых, и для вторых и соразмерно в отношении всего остального. Стало быть, те, кто идет по их стопам, должны заниматься математикой не просто так: ведь [та математика], которая получила распространение в настоящее время, чрезмерно следует за чувством и представлением (φαντασίᾳ), и чужда истине, и более родственна возникновению (γενέσει).

Если же мы предпочитаем заниматься математикой по-пифагорейски, подобает с усердием искать ее боговдохновенный путь, возвышающий, и очищающий, и ведущий к совершенству. <70>

[23]

О том, что Пифагор не случайно облек философское учение о математических предметах в форму свободного образования, и что благодаря большому количеству доказываемых [теорем] и точности доказательств он внес большой вклад в развитие [математических знаний], и что он занимался [математикой] более, чем это необходимо для потребностей жизни, легко узнать из следующего.

Если мы получили некое семя и начало такого знания, благодаря которому, ранее узнав род [этой] науки по имени, мы точно заключили, каков он по природе, то это [знание] возникло в нас не из [какого-то] другого источника, но именно из [математики]. Кроме того, и возможность

(ἡ δύναμις) [математической] науки стала ясной благодаря ее собственным суждениям (διὰ τῶν ... λόγων) в доказательствах (ἐν ταῖς ... ἀποδείξεσιν)[100], относящихся к [математическим предметам]. Более того, когда мы впустую доверялись многим явлениям, [именно] понимание [математических предметов] исправило нас, сделав ясным, каково истинное [суждение] о них.

Мы становимся более всего причастными к свободному созерцанию, которое подобает философам, в первую очередь через приобщение к [математическим знаниям]: ведь [они являют собой] то, что по природе подходит для каждого [человека], а главная цель деятельности свободного человека в течение [его] жизни имеет отношение [только] к нему самому и ни к чему другому вне [его]. <Эта> [цель] представлена в науках, о которых было сказано выше, поскольку они являются первыми теоретическими [дисциплинами] и их изучение находится на первом месте в соответствии с возрастом [учащихся][101] и не требует предварительной подготовки (ἐπαγωγῆς), состоящей обычно в восхождении от частного [к общему][102].

Философ — если будет правильно (οἰκείως) присвоить ему [это] имя по причине [его] страсти (ἀπὸ τοῦ πάθους)[103], подобно тому, как другие родственные стремления получили свое название по причине любви [тех, кто занимается каким-либо делом], <71> к тому или иному роду [занятий], — как представляется, имеет стремление к некоей науке пото-

---

[100] Речь идет о дедуктивных доказательствах.

[101] Математические знания занимали важное место в системе воспитания.

[102] «Предварительная подготовка» (ἐπαγωγή: «индукция») — процедура обучения, при которой на основании повторяющегося опытного осмысления частных случаев делается общий вывод. Поэтому она является результатом опыта и обыкновения — в отличие от теоретического знания, которое достигается путем внутреннего мышления.

[103] Обыгрывается внутренняя форма слова φιλόσοφος (φιλέω «любить» + σοφία «мудрость»).

му, что она ценна сама по себе, а не из-за чего-либо другого, вытекающего из нее. Ведь те люди, которые, с одной стороны, желает развивать [математические науки], а с другой, заявляют, что мы должны изучать их потому, что занятия ими полезны для других учений (πρὸς ἑτέρας θεωρίας), как кажется, не уделяют им подобающего места. Ибо то, ради чего они советуют заниматься [математикой], по своей природе менее родственно истинному, даже в доводах, которые обычно произносятся в ее защиту, и по точности доказательств не идет ни в какое сравнение [с математическими науками]. Верный признак этого: мы видим, что [математические доказательства] в течение всего времени (διὰ τέλους) остаются постоянными и в равной степени заслуживают доверия тех, кто их использует, тогда как [в других науках] мы, пожалуй, найдем совсем немного [доказательств] такого рода.

Итак, философское учение о математических предметах помогало нам во многом как из того, что необходимо для жизни, так и из того, что уже выходит за эти рамки (τῶν ἐκ περιουσίας) и ценно само по себе. Ведь мы можем, пожалуй, обнаружить немало ремесел (τῶν δημιουργικῶν τεχνῶν), которые получили помощь от [математических наук]; и мы можем увидеть, что философское учение о природе — если какая-то другая [наука] и занимает более высокое место, чем [математика], — в своих собственных доказательствах часто использует те [положения], которые мы исследовали посредством того, о чем говорилось [выше] (διὰ τῶν λεχθέντων). Более того, внушив нам привычку к установлению (τοῦ τεταγμένου) и порядку, [математика,] пожалуй, может вызывать некую склонность к нравственному совершенству (πρὸς ἀρετὴν) и ко всему доброму.

Возможности [математических знаний] следовало бы высоко оценить не только за эту помощь, <72> но еще более за сами [доказательства] и за присущие им свойства.

Ведь все согласны с тем, что существуют определенные науки, которые заслуживают предпочтения сами по себе, а не только в связи с тем, что́ из них следует; принимается, что такими, безусловно, могут быть только теоретические науки, поскольку они не имеют никакой другой цели, кроме созерцания. И критерий, на основании которого мы считаем, что одна наука предпочтительнее другой или же что та или иная конкретная наука заслуживает предпочтения — один и тот же. Мы предпочитаем одну науку другой либо за ее точность, либо за то, что она исследует лучшие и более ценные [вещи]. Первое из этих [свойств], как, наверное, все согласятся, является отличительной особенностью математических наук; относительно второго[104] [с нами согласятся] те, кто отдает первенство, о котором говорилось выше, первоначалам и полагает, что у чисел, линий и их свойств имеется собственная природа начала благодаря простоте [их] сущности. Кроме того, те предметы наблюдения, что [находятся] в небе, занимающие наиболее почетное и наиболее божественное место среди всего, что доступно нашим чувствам, обычно познаются с помощью астрономической науки (διὰ τῆς ἀστρολογικῆς ἐπιστήμης), которая является одной из математических [наук]. Было бы нелепым и совершенно неприемлемым, утверждая, что философ находится в родстве с истиной (οἰκεῖον εἶναι τῆς ἀληθείας), [в то же время] полагать, что он должен добиваться от таких предметов наблюдения (ἀπὸ τῶν τοιούτων θεωρημάτων), которые причастны к высшей истине, какого-то иного результата, [кроме истины], и считать, что он, будучи любителем теоретического знания (φιλοθεάμονα ὄντα), постигает подобные науки по [какой-то] другой причине: ведь [науки такого рода] имеют дело с наиболее общим в природе и наиболее божественным из того, что доступно нашим чувствам, и, будучи преисполнены самых удивительных предметов на-

[104] Относительно того, что объекты изучения математики являются лучшими и более ценными по сравнению с другими науками.

блюдения (θεαμάτων), <73> обладают не мнимой точностью, [которая происходит] из пустых слов, но [точностью] подобающей и достоверной, [которая происходит] из природы, лежащей в основе [наблюдаемых предметов] (ἐκ τῆς ὑποκειμένης αὐταῖς φύσεως)[105].

В целом же, к чему бы мы ни стремились из того, что должно быть присуще наукам, которые предпочтительны сами по себе, мы обнаружим, что математические науки причастны ко всему этому. Ведь каждая из них имеет дело с той или иной природой, и эта [природа] является вечной и содержит в себе множество удивительных предметов наблюдения (θεάματα), [расположенных] в порядке их собственных свойств и в соответствии с [их] удаленностью от чувственного восприятия (κατὰ τὴν ἀπόστασιν τῆς ἐκ τῶν αἰσθητῶν ὑπολήψεως). Кроме того, полагая, что начала доказательств познаваемы и достоверны сами по себе (δι' αὑτῶν), [математические науки] с их помощью делают умозаключения, превосходящие их (τοὺς ὑπὲρ τούτων συλλογισμοὺς), таким образом, чтобы они служили предпосылками для тех, кто хочет, в свою очередь, сделать некоторые точные выводы (ἀκριβῶς τι συναγαγεῖν) на основе предыдущих доказательств; вот почему [математические науки], как представляется, подходят для тех, кто считает, что философский образ жизни предпочтителен сам по себе, а учение о математических предметах родственно и близко философии.

Итак, по всем этим причинам пифагорейцы по справедливости высоко ценили стремление к математике и разнообразными способами применяли его к учению о космосе (πρὸς τὴν τοῦ κόσμου θεωρίαν), например, рассуждали о числе [исходя] из круговращений [небесных тел] и различий между ними; размышляли о том, что́ возможно и что́ невозможно в устройстве космоса [исходя] из возможного

---

[105] Букв.: материи, лежащей в основе, субстрата.

и невозможного в математике; обоснованно представляли небесные круговращения с помощью соизмеримых [с ними] чисел, а также определяли измерения неба на основе тех или иных математических отношений (κατά τινας μαθηματικοὺς λόγους), и в целом составили посредством математических знаний прогностическое естествознание (τὴν φυσιολογίαν τὴν προγνωστικὴν), и предложили математические науки в качестве начал для прочих учений о космосе. <74>

В самом деле, с помощью [математики] [пифагорейцы] придумали множество доказательств для наук о природе, и они обращают добродетель (τὴν ἀρετὴν) к нравственному совершенству (εἰς τὸ καλὸν κἀγαθὸν); и, что самое важное, посредством математических знаний они изучают движение звёзд с точки зрения теологии (θεολογικῶς ἀστρονομοῦσι). Так что по всем этим причинам следует справедливо удивляться той серьезности, которую они уделяли занятиям [математикой].

[24]

После этого следует сказать и об обычае пифагорейцев в изучении математики.

Так вот, [пифагорейцы] отделили логосы математических наук от чувственных предметов и с их помощью обратили мысль к вере в бестелесную сущность, и использовали их как средство для перехода к умопостигаемому, и в особенности рассматривали то, что́ отражено (ἐστὶν... ἀπεικασμένον) в [математических логосах] сравнительно с чистыми эйдосами и единичными (ἑνιαίους) логосами. Они применяли этот способ в своих [научных] положениях (τοῖς ... θεωρήμασι), сразу отделив свою науку от общедоступного и широко распространенного знания, и передавали свои [учения] также в тайне; они делились своим знанием с очень

немногими, и если что-нибудь каким-то образом получало огласку среди многих [людей], они искупали это умилостивительными обрядами, считая [обнародование тайного знания] нечестивым поступком. Именно поэтому они не принимали в общение посторонних (τοὺς ἔξω) как недостойных приобщаться к этим [наукам]: ведь Пифагор полагал, что философским учением в математике нужно делиться не со всеми, но только с теми, с кем можно разделить всю [свою] жизнь. И к такому обучению (πρὸς ... τὴν ὁμιλίαν) он не допускал необдуманно первых встречных, но <75> проводил длительное испытание и отклонял недостойных. И тем, кто не был допущен к общению (τοῖς μὲν ἔξω τῆς συνηθείας), он не сообщал о сделанном им прибавлении [к математическим знаниям], храня учения об этом в тайне (ἀπορρήτους) от других, а среди пифагорейцев, названных [так] из-за дружбы с ним, распространял многие добавления как к философскому учению о математике, так и к науке о геометрии, и почти во всех [науках], которые впоследствии получили дальнейшее развитие, можно обнаружить основные положения, появившиеся у нас от него.

[Пифагор], в отличие от некоторых позднейших [ученых], в [математических науках] более всего ценил не возможность, благодаря которой они способны находить решение задачи, но сами теоремы, а среди них — не те, которые наиболее трудно обнаружить, как большинство позднейших [ученых], но те, из которых можно наилучшим образом понять их порядок или же то или иное природное свойство. [Пифагорейцы] относились так к [математическим предметам], поскольку считали, что в них заключены начала всей природы, и они лучше всего остального доступны рассмотрению (εὐθεωρήτους εἶναι) — каковы они и сколько их, из-за того, что причастны к постоянной, лишенной движения и к тому же простой природе. Вот почему они не касались никаких вопросов, кроме самых основных, например, о [коническом] сечении (ἡ παραβολὴ) или квадратуре [круга] (ὁ

τετραγωνισμός), и не стремились в своих теоремах рассмотреть всё полностью, не оставив ничего предположительного, но старались увидеть в каждой из них только сами начала.

Практическое же учение и логическое разъяснение в этих науках они делали точными, подобающими теоретической науке, а также применили к наукам соответствующий порядок и, получив в начале немногое, <76> переработали это и весьма усовершенствовали самые ценные и важные теоремы; и те теоремы, которые были сформулированы иначе, свели к другим и установили в [этих науках] такой порядок, чтобы более простые [теоремы] преподавались первыми, а те, которые касаются сложного, — вторыми; и составляли теоремы, следуя природе существующих вещей (τῶν ὄντων), делая их посильными для наших способностей и подходящими для степени [обученности] тех, кому они преподаются, согласующимися с воспитанием добродетели и со всем обучением в целом и пригодными для очищения души.

Таковы основные особенности пифагорейского способа [занятий математикой], о которых мы скажем больше в том [сочинении], в котором речь будет идти о каждой из математических дисциплин по отдельности.

[25]

Существует два вида италийской философии, называемой пифагорейской, потому что на два рода разделялись и те, кто ею занимался: первые [назывались] «акусматики», а вторые — «математики».

Математики признавали акусматиков пифагорейцами[106], но те не признавали ни того, что математики являют-

[106] Наиболее полно традиция о «математиках» и «акусматиках» представлена у Ямвлиха, причем в двух противоречащих друг другу вари-

ся [пифагорейцами], ни того, что их учение принадлежит Пифагору, — но [приписывали его] Гиппасу. Гиппаса же одни называют кротонцем, а другие — метапонтийцем. Те из пифагорейцев, которые занимаются математикой, <77> признают [акусматиков] пифагорейцами, но в еще большей степени считают [пифагорейцами] себя самих и [утверждают], что их слова истинны. Они говорят, что несходство [двух направлений] возникло по следующей причине.

[Они рассказывают], что Пифагор прибыл из Ионии, с Самоса, в Италию во времена тирании Поликрата, когда Италия достигла наивысшего расцвета, и его приверженцами (συνήθεις) стали самые знатные из жителей [италийских] городов. Тех из них, которые были старше по возрасту и не имели досуга из-за того, что были заняты государственными делами, было трудно обучать с помощью математических наук и доказательств, поэтому [Пифагор] вел беседы [с ними] простым языком (ψιλῶς διαλεχθῆναι), считая, что они могут получить [от этого] ничуть не меньшую пользу, поскольку знают, что́ нужно делать, даже без [объяснения] причины [этих действий], — как получающие лечение у врача выздоравливают ничуть не меньше, даже если им не сообщают, почему они должны выполнять то или иное [предписание]. А тех, кто был младше и был способен к труду и обучению, таковых он обучал с помощью доказательств

антах. В одном варианте «акусматики» признают «математиков» пифагорейцами, а те их не признают, утверждая, что учение «акусматиков» идет от Гиппаса (см.: Ямвлих. *О Пифагоровой жизни*, XVIII. 81, 87–88), а в другом всё обстоит ровно наоборот (см.: Ямвлих. *Об общей математической науке*, 76–78). Оба варианта Ямвлих в разное время заимствовал у Никомаха (см.: Никомах. *Введение в арифметику*, 66); при этом первоначальный текст сохранился в трактате *Об общей математической науке*, а в трактат *О Пифагоровой жизни* внесены два существенных изменения. Во-первых, здесь Ямвлих поменял местами «математиков» и «акусматиков», превратив Гиппаса в «акусматика», а во-вторых, сделал большую вставку о «символах», отсутствующую в трактате *Об общей математической науке*. См. подробнее: *Жмудь Л. Я.* Пифагор и ранние пифагорейцы. М., 2012. С. 162–163.

и математических знаний. Так вот, [как говорят] сами [математики,] они [происходят] от вторых, а акусматики — от первых.

Гиппас же, по их словам, был из пифагорейцев и из-за того, что первым открыл для всех (διὰ δὲ τὸ ἐξενεγκεῖν) и описал сферу из двенадцати шестиугольников (ἐκ τῶν δώδεκα ἑξαγώνων)[107], погиб в море как совершивший нечестивый поступок[108]; [они утверждают,] что за [это]

[107] Ошибочно вместо: «пятиугольников». Речь идет о построении додекаэдра, вписанного в шар.

[108] О Гиппасе существовала самостоятельная традиция, отразившаяся в источниках IV в. Поздние авторы связывают с ним построение вписанного в шар додекаэдра и открытие иррациональности. Оба открытия окружены мрачными легендами, в одних версиях которых Гиппас назван по имени, в других говорится просто о некоем пифагорейце:
1) Гиппас присвоил себе открытие додекаэдра, вписанного в сферу, и потому погиб в море как нечестивец, ибо «на самом деле» все открытия принадлежат Пифагору (см.: Ямвлих. *Об общей математической науке*, 77).
2) «Например, как в случае с Гиппасом: будучи пифагорейцем, он, разгласив тайну и первым изобразив шар, состоящий из двенадцати пятиугольников, погиб в море как нечестивец, хотя и приобрел славу первооткрывателя, однако все эти изобретения сделаны "тем мужем" (так пифагорейцы говорят о Пифагоре, не называя его по имени)» (Ямвлих. *О Пифагоровой жизни*, XVIII. 88).
3) «...тот, кто первым разгласил природу симметрии и асимметрии среди непосвященных, вызвал, как говорят, такую ненависть, что его не только изгнали из общины и отлучили от пифагорейского образа жизни, но и соорудили ему надгробие, как будто действительно ушел из жизни тот, кто некогда был их товарищем» (Там же, XXXIV. 246).
4) «Так погиб в море, как нечестивец, тот, кто разгласил построение двадцатиугольника, то есть двенадцатигранника, одной из пяти объемных фигур, которая вписывается в шар. Но некоторые говорили, что это претерпел тот, кто разгласил учение об иррациональности и бесконечно больших величинах» (Там же, XXXIV. 247).
5) «Говорят, что Пифагореец Гиппарх, обвиненный своими близкими в том, что он огласил в своих сочинениях учения Пифагора, был исключен из школы и будто бы ему воздвигли погребальную колонну, как если б он был мертв» (Климент Александрийский. *Строматы*, V. 9, 57).
6) «Действительно, пифагорейцы придавали такое значения этим вещам, что среди них распространился следующий рассказ: тот, кто пер-

открытие он прославился, но [в действительности] все [его открытия] принадлежат «тому мужу», — так они именуют Пифагора, не называя [его] по имени.

Математические науки достигли [больших] успехов после того, как появились (ἐξηνέχθησαν) два человека, более всего способствовавшие их развитию — Феодор <78> Киренский и Гиппократ Хиосский. Пифагорейцы рассказывают, что геометрия была введена во всеобщее употребление следующим образом. Некий пифагореец лишился [своего] имущества, и так как с ним произошло это несчастье, ему было позволено получать деньги за межевание земли (ἀπὸ γεωμετρίας). С точки зрения Пифагора, именно геометрия называлась «наукой» (ἱστορία).

Итак, [если говорить] о различиях между первым и вторым направлением (τῆς πραγματείας) [у пифагорейцев] и о математических науках, то вот, пожалуй, все основные [связанные с этим] обстоятельства. И те пифагорейцы, которые

вым раскрыл знание о "глухих", или иррациональных, числах и сделал его известным всем, утонул. Скорее всего, это легенда, выражающая их убеждение, что, во-первых, лучше таить все иррациональное во вселенной невысказанным и прикровенным, а во-вторых, что душа, которая по ошибке или по безрассудству обнаруживает или открывает что-то подобное, находящееся в ней или в окружающем мире, скитается [после этого] там и сям по морю неидентичности, не имея какого-либо уподобления по качеству или случайному сходству, погруженная в поток будущего и прошедшего, где нет никакого эталона измерения» (*The Commentary of* Pappus *on Book X of Euclid's Elements*, 2; перевод с англ. мой. — *Л. Щ.*). Комментарий позднеантичного математика Паппа Александрийского к X книге *Начал* Евклида сохранился только в арабском переводе.

7) «Рассказывают, что первый из пифагорейцев, кто обнародовал теорию [иррациональных чисел], попал в кораблекрушение. [Этим рассказом] они, вероятно, намекали на то, что все иррациональное (πᾶν τὸ ἄλογον) во вселенной имеет обыкновение скрываться в тайне, будучи не выраженным в словах (ἄλογον) и не имеющим вида (ἀνείδεον), и если какая-то душа столкнется с подобным видом и сделает его доступным в жизни и открытым, ее уносит в море становления (τῆς γενέσεως) и она погружается в его беспокойные волны» (*Scholia in Euclidis elementa*; перевод мой. — *Л. Щ.*). См. подробнее: *Жмудь Л. Я.* Пифагор и ранние пифагорейцы. С. 237–238.

посвятили себя математическим наукам, с одной стороны, высоко оценивая точность [математических] формулировок (τό τε ἀκριβὲς τῶν λόγων), — ведь из всего, чем занимались люди, только [математика] содержала в себе доказательства (ἀποδείξεις), — а с другой, видя, что [наука] о гармонии, [выражающаяся] посредством чисел, и наука о том, что воспринимается зрением, [выражающаяся] посредством [геометрических] фигур, в одинаковой степени согласуются [между собой], полагали [в связи с этим], что [математические предметы] и их начала являются причинами существующих вещей в целом; вот почему каждый, кто желает изучать, каким образом обстоит дело с существующими вещами, должен обратить внимание на [математические предметы] — на числа, на геометрические формы и пропорции [всего] существующего, потому что с их помощью объясняется всё. Так что [пифагорейцы-математики], связав возможности каждого [из математических предметов], словно [чего-то] менее подходящего и ценного (οὔτ' ἐγκαιροτέρων ἂν οὔτε τιμιωτέρων), [ни с чем иным как] с причинами всего (πάντων) и первопричинами, почти таким же образом определяли с их помощью и остальные вещи[109]. По их мнению, приведение вещей к числам и математическим предметам происходит по этим [причинам] и по этому образцу.

Примерно таким был у [пифагорейцев-математиков] и способ умозаключений, исходящий от начал такого рода и благодаря этому достоверный и надежный в доказательствах. <79>

---

[109] Речь идет об отождествлении чисел с определенными понятиями (нумерологической символике) в теории пифагорейцев.

[26][110]

Были и такие [люди], жившие как в древности, так и в недавнее время, которые высказывали противоположное мнение о математических науках, порицая их как совершенно бесполезные и нимало не содействующие человеческой жизни. Некоторые [из них] делают следующее умозаключение: если бесполезна цель, ради которой, по утверждению философов, надлежит изучать [математические науки], то отсюда следует, что тем более бесполезны серьезные занятия ими. А относительно их цели согласны, пожалуй, все, кого считают достигшими совершенства в этих [науках]. Одни говорят, что этой [целью] является [научное] знание о несправедливом и справедливом и о злом и благом, поскольку это [знание] подобно геометрии и прочим [наукам] такого рода, другие же — [что эта цель заключается] в суждении о природе и об этого рода истине, которое предложили последователи Анаксагора и Парменида. Тот, кто собирается исследовать эти предметы, не должен забывать, что всё благое и всё полезное для жизни людей заключается в том, чтобы оно использовалось и действовало, а не в том, чтобы [о нем] знали, и только: ведь мы здоровы не потому, что знаем средства, которые ведут к здоровью (τὰ ποιητικὰ τῆς ὑγιείας), но [потому, что] прикладываем их к нашему телу; и богаты мы не потому, что знаем о богатстве, а потому, что обладаем многим имуществом; и, что важнее всего, мы живем хорошо не потому, что знаем о чем-то сущем (ἄττα τῶν ὄντων), а потому, что поступаем хорошо: ибо счастливая жизнь поистине заключается в этом. Стало быть, и философия, если она полезна, должна заключаться либо в благих делах, либо в том, чтобы быть полезной для <80> таких дел. Однако то, что ни [философия], ни какая-либо другая из упомянутых выше

[110] В основу этой главы положены отрывки из утраченного *Протрептика* Аристотеля, которые Ямвлих использовал также и в своем *Протрептике* (*Увещании к философии*).

наук не является совершением каких-либо дел (πραγμάτων ἐργασία τις), ясно всем; а то, что она также и не приносит пользы для деятельности, можно понять вот из чего. Ведь у нас есть [для этого] самый убедительный пример, а именно — науки, сходные с [философией], и лежащие в их основе представления.

Мы видим, что геометры не делают на практике ничего из того, о чем они могут размышлять теоретически с помощью доказательств; но и разделить земельный участок, и [произвести] все прочие измерения величин и местностей (τῶν τε μεγεθῶν καὶ τῶν τόπων) способны землемеры с помощью практических знаний (δι' ἐμπειρίαν), — тогда как те, кто занимается математическими науками и [математическими] доказательствами (οἱ δὲ περὶ τὰ μαθήματα καὶ τοὺς τούτων λόγους), знают, как следует действовать, но не способны действовать. Так же обстоит дело и в музыке, и в прочих науках, в которых разделены область научного знания (τό τε τῆς γνώσεως) и область практического применения (τὸ τῆς ἐμπειρίας). Ведь те, кто определил доказательства и [сделал] умозаключения о согласованном звучании (περὶ συμφωνίας) и о прочих подобных вещах, подобно философам, обычно занимаются исследованиями и не принимают участия в каких-либо делах; а если среди них находятся такие, которые способны делать что-либо руками, то всякий раз, как они выучат доказательства (τὰς ἀποδείξεις), они тут же, словно нарочно, делают это хуже; те же, кто не знает определений (τοὺς ... λόγους), но имеет хорошие навыки и правильные суждения, всегда выгодно отличаются во всех практических делах. Так же [обстоит дело] и с теми вещами, которыми занимается астрономия, — такими, как солнце, луна и прочие звезды: те, кто обучен причинам и определениям (τοὺς λόγους), не знают ничего из того, чтó может принести пользу людям, тогда как те, кто обладает так называемыми навигационными познаниями (ναυτικὰς ... ἐπιστήμας), могут предсказывать нам бури, ветрá и многие из происхо-

дящих событий (πολλὰ τῶν γινομένων). <81> Так что для практической деятельности науки подобного рода будут совершенно бесполезны: а если они лишены правильных действий, то [и] любовь к знанию лишена величайших благ.

Возражая на это, мы заявляем: [всё перечисленное выше —] это науки о математических предметах, и [эти науки] возможно постичь. Ибо всегда первые вещи (τὰ πρότερα) более понятны в сравнении с последующими (τῶν ὑστέρων), и лучшие по природе — в сравнении с худшими. А [математика] — это знание скорее об определенном и упорядоченном, чем о противоположном, и, более того, [знание] скорее о причинах, чем о проистекающих [из них следствиях]: ведь то, что [содержится] в недвижимых математических эйдосах, является определенным и упорядоченным. Первые же вещи скорее являются причинами, чем вторые, поскольку с их устранением устраняется и то, что получает от них существование: [с устранением] чисел — линейные измерения (μήκη), [с устранением] линейных измерений — плоскости, [с устранением] плоскостей — трехмерные тела. Стало быть, если то, что содержится в математических предметах, является самым простым из всех вещей, то оно будет и самым первоначальным из всех. Таким образом, [математические науки] будут прежде всего знаниями о лучшем и первоначальном, и их возможно постичь: ведь понимание причин и элементов с необходимостью должно предшествовать [пониманию] вторых вещей (τῶν ὑστέρων). Ибо [вторые вещи] не принадлежат к высшим (τῶν ἄκρων), и первые вещи возникли не из них, но из [первых вещей] и через них возникает и получает субстанцию остальное.

А то, что знание математики есть величайшее и самое полезное из всех благ, ясно вот из чего. Ведь расуждение <82> и мышление (λόγος ... καὶ φρόνησις) — первые из благ, и никто иной, как мыслящий человек (ὁ φρόνιμος) служит критерием и точнейшим определением благого (τῶν ἀγαθῶν): то, что он предпочтет, и есть благо, зло же —

то, что противоположно ему. А поскольку все люди предпочитают в основом то, что соответствует их склонностям, — [так], справедливый человек [предпочитает] жить по справедливости, отважный — [совершать] отважные [поступки], а благоразумный — сохранять благоразумие, — то ясно, что подобным образом и мыслящий человек предпочтет всему [прочему] мыслить (τὸ φρονεῖν): таково действие этой способности. Так что очевидно, что, согласно самому важному суждению, мышление (ἡ φρόνησις) есть наивысшее из благ. И не нужно, чтобы все люди предавались этому [занятию] ради пользы: ведь оно предпочтительно уже само по себе.

Сказанного, я думаю, достаточно для доказательства полезности и значительности [этого] дела; а в том, что приобрести [эту способность] значительно легче, чем прочие блага, я убедился вот из чего.

То, что философы, во-первых, не получают от людей платы, ради которой стоило бы так усердно трудиться, а во-вторых, предоставив большое преимущество другим искусствам, они, быстро продвигаясь [вперед], за короткое время опередили [их] в точности, как мне представляется, — признак легкости философии. И еще, все любят заниматься [философией] и охотно посвящают ей свой досуг, отказавшись от всех остальных [занятий], [и это] — немаловажное свидетельство того, что прилежание доставляет удовольствие: ведь никто не согласится страдать долгое время. К тому же занятие [философией] выгодно отличается от всех прочих: для [этой] работы не требуется ни орудий труда, ни [специальных] мест, но во [всей] вселенной, куда бы ты ни перенесся <83> мыслями, ты повсюду одинаково прикасаешься к истине, словно она у тебя под рукой.

Впрочем, к настоящему моменту, пожалуй, уже достаточно сказано: мы доказали, что мышление могущественно, и [показали,] почему оно является величайшим из благ и [почему] им легко овладеть. Действительно, по всеобщему признанию, научная точность в рассуждениях об истине — самое

недавнее из всех занятий. Ведь после разрушения и потопа [люди] были вынуждены вначале размышлять (φιλοσοφεῖν) о пище и о жизни, а когда достигли большего преуспевания, создали искусства, [служащие] для удовольствия, например, музыку и тому подобное, и, получив в избытке необходимое, после этого приступили к занятиям философией. И те, кто занимается геометрией, формулами (τοὺς λόγους) и другими учебными предметами (τὰς ἄλλας παιδείας), проводя исследования на основе немногочисленных исходных положений, ныне за короткое время ушли вперед так далеко, как ни одна другая разновидность любого из искусств. И хотя все люди побуждают прочие [искусства] к развитию, всенародно окружая почестями и давая плату тем, кто ими владеет, тогда как тех, кто занимается данными [науками], мы не только не поощряем, но часто даже противодействуем [им], всё же [последние] делают самые большие успехи, потому что [эти науки] по природе превосходят все остальные: ведь более по́зднее по возникновению находится впереди по сущности и совершенству. Стало быть, знание математики имеет большое преимущество во всем этом по сравнению с прочими науками, поскольку красотой и точностью превосходит все занятия. <84>

Если подвести итог, дело обстоит следующим образом. Первое, что желанно для людей [и чем они стремятся] обладать по мере возможности, — это вещи, близкие по своей природе к возникновению (τὰ τῇ γενέσει ὁμοφυῆ), а после них [люди стремятся] к тому, что избавляет нас от материальной природы, [и это] намного более ценно, чем первое: ибо первое, как необходимое, предполагается [желанным] изначально, а второе, как желанное и величественное само по себе, заслуживает преимуществ и чести.

Стало быть, математические науки приносят нам немалую пользу для всей человеческой жизни, что́ очевидно тем, кто в течение жизни наблюдает действия математических приемов. Тем не менее, эти [действия] заслуживают

меньшего внимания, тогда как самое важное — это очищение бессмертной души, и восхождение ума по кругу (ἡ τοῦ νοῦ περιαγωγὴ) к умопостигаемому, и сопричастность [его] к энергии Сущего (τοῦ ὄντος). Устраивая это для нас, математическая наука предоставляет нам все блага, — так что я не знаю никакого другого способа, который настолько содействовал бы достижению полного благоденствия.

Итак, с помощью вышесказанного мы не только выявили ложность противоположных утверждений, но и доказали, что математика в высшей степени полезна для нас.

[27]

Поскольку обязанность образованного [человека] — быть способным точно судить о том, что́ говорящий (ὁ λέγων) передает верно, а что́ — неверно, то образованным [человеком] в целом мы считаем именно того, [кто способен это делать,] а образованность, [по нашему мнению] — это обладание вышеуказанной способностью. Отсюда ясно, что человек, получивший правильное образование, в том числе и в математических предметах, должен требовать <85> от математика правильности и его собственной заботы о том, правильно или неправильно он выстраивает учение (θεωρίαν) об этих [предметах]. Ведь мы считаем, что подобно тому, как [человек], получивший общее образование (τὸν ἁπλῶς πεπαιδευμένον), способен судить, если можно так выразиться, обо всем, хотя числом он и один, так и для каждой определенной науки найдется кто-нибудь другой, о котором можно будет сказать то же самое, что и об упомянутом [человеке], [но] в отношении [отдельной] области. Отсюда ясно, что для учения о математических предметах должны существовать некие определения (ὅρους) такого рода, с которыми образованный [человек] сможет так или ина-

че соотносить способ предлагаемых ему объяснений (τῶν δεικνυμένων), независимо от того, истинны они или нет. Я говорю вот о чем: нужно ли рассматривать каждую теорему математиков, —например, о тех же самых треугольниках, — по отдельности, давая ей определение самой по себе, или же следует рассматривать общие теоремы, относящиеся ко всем [математическим предметам], выдвигая гипотезы на основании чего-то общего[111]. Ведь существует много [такого], что тождественно во многих отличающихся друг от друга родах [математических предметов], как если кто-то будет приводить доказательства на основании того, что «это треугольники» или же «это прямолинейные фигуры»

[111] Ср.: «При всяком наблюдении и способе исследования как более заурядного, так и более высокого порядка существуют, по-видимому, два пути к постижению предмета: один из них хорошо назвать научным знанием дела, другой – как бы известного рода образованностью. Ведь только надлежаще образованный человек в состоянии метко судить, правильны или неправильны толкования оратора, и именно такого человека мы считаем за вполне образованного, а под образованностью разумеем возможность производить сказанное. Только этого человека мы считаем, так сказать, способным совмещать в одном лице суждение обо всем; всякого же другого – относительно какой-нибудь особой области природы: ведь может же найтись другой человек, который тем же способом, как указано, способен судить исключительно о части. Ясно поэтому, что и в естественной истории должны иметь силу известные подобного же рода правила, опираясь на которые можно принять способ изложения, оставляя в стороне вопрос об истине: так или иначе обстоит с ней дело. Я выдвигаю как раз вопрос: следует ли, беря каждую единичную сущность, определять ее самое по себе, как, например, природу человека, льва, быка или кого другого, занимаясь каждым в отдельности, или брать только то общее, что совпадает во всех них, полагая в основу какой-либо общий признак» (Аристотель. *О частях животных*, 639а); «А теперь мы скажем, какие требования предъявляются к математику и как мы можем правильно о нем судить. Ведь если просто образованный человек может судить обо всем, как говорит Аристотель, то человек, образованный в математике, может судить о правильности ее рассуждений. Поэтому он должен обладать некоторыми правилами суждения, и первым делом должен знать, о чем производятся общие доказательства и когда надо принимать во внимание отдельные особенности каждого вида» (Прокл. *Комментарий к I книге «Начал» Евклида*, 32–33).

вообще. Ведь если в том, что различается по виду, содержится нечто одинаковое, то и их доказательство не должно иметь никаких различий. Иное дело, если [предметы], оказавшиеся в одной и той же категории, различаются благодаря различию в виде: например, если речь идет о треугольниках, «подобие» означает одно, а если о числах — другое. И для каждого из двух [случаев] следует приводить свои собственные доказательства (ἀποδείξεις)[112]. Так что нужно выбирать, когда следует делать умозаключения в отношении [всего] рода вообще, а когда — в отношении каждой [вещи] по отдельности: определение этого составляет <86> важную часть математического образования.

Далее, нужно требовать, чтобы математик составлял суждения (τοὺς λόγους) в соответствии с основной сущностью (κατὰ τὴν ὑποκειμένην οὐσίαν) [математических предметов] и выбирал соответствующий способ доказательств (τῶν ἀποδείξεων). Стало быть, так же, как мы с готовностью внимаем убедительной речи ритора, так и от математика мы должны требовать необходимых доказательств[113]. И нам не следует везде искать ни одни и те же закономерности, ни, сходным образом, одну и ту же точность во всем, — но подобно тому как мы отделяем произведения искусства от основного вещества (ταῖς ὑποκειμέναις ὕλαις), не ища одной и той же точности ни в золотых, оловянных или медных [вещах], ни в [изделиях] из пробковой коры, самшита или древесины лотоса, — так же [мы должны поступать] и в теоретических [науках]. Ведь предметы [исследования]

[112] Ср.: «Здесь не следует требовать от математика единого доказательства: ведь начала фигур и чисел не одни и те же, но различные по основному роду» (Там же, 33).

[113] Ср.: «Одинаково [нелепым] кажется как довольствоваться правдоподобными рассуждениями математика, так и требовать от ритора строгих доказательств» (Аристотель. *Никомахова этика*, 1094b); «Ведь одинаково неправильно, как говорит Аристотель, требовать доказательств от ритора и довольствоваться правдоподобными суждениями в математике» (Прокл. *Комментарий к I книге «Начал» Евклида*, 33–34).

(τὰ ὑποκείμενα) сразу же образуют различия, потому что одни [вещи] — более простые, а другие — в большей степени составные, и одни — полностью неподвижны, а другие находятся в движении, как, например, [предметы исследования] в арифметике и в музыке (ἐν ἁρμονίᾳ) или в геометрии и в астрономии, и началом одних [вещей] является ум (ὁ νοῦς), а [началом] других — мышление (ἡ διάνοια), а некоторые немногочисленные причины определенных [вещей], например, небесных [тел], могут, в свою очередь, происходить и от чувства[114]. Невозможно приписывать [вещам] такого рода одни и те же или схожие причины, но насколько различаются начала, настолько же должны различаться и доказательства (τὰς ἀποδείξεις): ведь в каждом отдельном [доказательстве] [должен применяться] родственный [ему] способ. Кроме того, [доказательства должны различаться] между собой большей [или меньшей] протяженностью, поскольку одни исследователи имеют начала [своего предмета], а другие нет; стало быть, следует показать, что и здесь как причины, так и суждения — не одни и те же.

В этом отношении необходимо распознавать, что́ в [математических предметах] является тождественным, что́ — <87> «иным», а что́ —тождественным по аналогии (κατ' ἀναλογίαν ταὐτόν)[115], и какие [из них] нуждаются в большем

[114] Ср.: «Ведь предметы наук и искусств прямо производят различия между ними: одно — неподвижно, другое — движется, одно — проще, другое — сложнее, одно — умопостигаемое, другое — ощущаемое. И мы не требуем от всей математики одинаковой точности: одно в ней соприкасается с ощущаемым, а в другом предметом знания является мыслимое, и они не могут быть одинаково точными, но одна наука точнее другой. И мы говорим, что арифметика точнее гармоники; и в целом мы не станем настаивать, чтобы математика и другие науки пользовались одними и теми же доказательствами: ведь их предметы заметно различаются между собой (Там же, 34).

[115] Ср.: «...тому, кто хочет правильно судить о математических рассуждениях, надо рассмотреть тождество и различие, сущностное и привходящее, пропорциональное и всё такое прочее. Ведь почти все ошибки возникают у тех, кто в математических доказательствах в каждом виде

количестве [доказательств], и в каких больше нерешенных вопросов: ведь примерно такими и подобными являются различия доказательств и суждений (τῶν ... ἀποδείξεων καὶ λόγων) для каждого отдельного [предмета].

Такая теория (ἡ ... θεωρία), пожалуй, будет способствовать не только тому, чтобы надлежащим образом судить [о предметах] (πρὸς τὸ κρίνειν), но и тому, чтобы [надлежащим образом их] исследовать (πρὸς τὸ ζητεῖν): имея определение (διορισμὸν) причины каждой [вещи], она будет составлять подходящие формулировки (λόγους), что́ не легко сделать тому, кто не обучен [этому]. Природа сама по себе может привести [нас] к началам, но она не является самодостаточной [для того, чтобы] судить о каждой отдельной [вещи], не получив дополнительно другого знания (σύνεσιν ἑτέραν).

Далее, следует определить, много ли существует причин, о которых должен говорить математик, и какая из них первая по природе, а какая — вторая. Ведь математически образованный [человек] способен как исследовать данные причины, так и рассматривать их порядок. Не следует упускать из вида и следующее обстоятельство: многие из поздних пифагорейцев считали предметами математических наук только то, что тождественно себе и пребывает в одном и том же состоянии, и считали началами только эти [вещи]; точно таким же образом они выделяли науки и доказательства (τὰς ἐπιστήμας ... καὶ τὰς ἀποδείξεις), относящиеся к этим предметам. Но поскольку, как мы уже [показали] ранее и покажем ниже в дальнейшем рассуждении, кроме математических [сущностей], имеется много других сущностей, [также] неподвижных и тождественных себе, и они старше и ценнее, чем те; и [поскольку], как мы покажем, началами являются не только математические [начала], но и другие,

---

принимает тождественное за иное или иное за тождественное, и привходящее за сущностное или сущностное за привходящее» (Там же, 34–35).

более важные и могущественные (δυνατώτεραι), и <88> что математические начала являются началами не всех существующих вещей, но только некоторых [из них], — по этим причинам математическое доказательство нуждается здесь в определении: какие именно вещи, тождественные себе и пребывающие неизменными, могут быть доказаны с его помощью, и из каких начал оно выводится с помощью умозаключений (συλλογίζεται), и к каким задачам (περὶ ποίων ... προβλημάτων) относятся доказательства. И образование (ἡ ... παιδεία), которое судит об этом, определяет как правильность, так и конечную цель математической науки, и составляет суждение о ней подобающим образом, и, как и следует, правильно усваивает способ, с помощью которого нужно проводить исследования.

Итак, вот те определения, о которых должно быть сказано в этом месте.

[28]

Поскольку часто неясно, является ли предложенный к исследованию вопрос (ἡ προκειμένη ζήτησις) математическим или же [относится] к другой дисциплине, и поскольку существуют разногласия относительно математического способа доказательств, в чем именно он состоит, мы должны тщательно исследовать, каковы те задачи, которые указывают на математический метод, и каким образом они решаются (τὰ ποῖα προβλήματα καὶ τὰ πῶς ἀποδεικνύμενα).

В целом следует предварительно знать, что с математическим учением граничат теологическая наука и физика, следовательно, как доказательства, так и вопросы в этих науках пересекаются друг с другом. Таким образом, действительно, общность знания соединяет различные познавательные возможности (περὶ τὰς ... γνωριστικὰς δυνάμεις)

в некое единое родство, и предметы изучения, в какой-то степени близкие [друг другу], поддерживают общую взаимосвязь [этих] наук. Более того, пифагорейцы делают эту взаимосвязь еще более неразрывной, поскольку во многом учат как об умопостигаемых эйдосах, так и о [материальной] природе с помощью математики, а также преподают математическим методом [науку] об этике (περὶ τῶν ἠθῶν).

Тем не менее, мы должны различать три вида этих суждений (τῶν λόγων)[116] и <89> выделять математический вид в отдельную [категорию], так чтобы он не смешивался ни с каким из них. Итак, примем, что математические суждения неизменны и незыблемы сами по себе, будучи связаны с тождественными себе математическими видами и родами, не захватывая их путем изъятия из чувственных вещей, но определенным образом следуя за ними, поскольку те обладают тождественной себе субстанцией и не причастны к движению, а также не составляют тождество с умопостигаемыми и неделимыми эйдосами или с умозрением, но проходят сквозь умопостигаемое и используют возникающие размышления (τὰς διανοήσεις) об [умопостигаемом] и этот средний способ познания.

Это и есть математический метод суждений и доказательств (τῶν λόγων καὶ τῶν ἀποδείξεων), сильно отличающийся от суждений других ученых.

[29]

Вместе с этими вопросами надлежит рассмотреть и такой: как математическая наука использует деление, определение и умозаключения (διαιρέσει καὶ ὁρισμῷ καὶ συλλογισμοῖς)[117]:

---

[116] Относящихся к умопостигаемым эйдосам, к материальной природе и к этике.

[117] Виды логических операций.

заимствует ли она их изучение из диалектики или же действует в этой области сама по себе. Если она перенимает их из учения о логике (περὶ τὸν λόγον), то [окажется, что] ей недостает многого, и начала своего знания она получает извне; если же такое [предположение] подобает скорее какой-нибудь другой [науке], нежели математической точности, то нужно полагать, что эти три вещи, а именно, деление, определение и умозаключение, в диалектике одни, а в математике — другие, и каждая из этих двух [наук] имеет определения, соответствующие ее собственныму роду. Положения (θεωρήματα) диалектики шире, [чем положения математики], и здесь не время <90> о них рассуждать, — тогда как собственные [положения] математики имеют значение только для самой математики.

[Математика] находит [свои положения] из себя самой, доводит их до конца, тщательно исследует и хорошо умеет проверять то, что подходит для нее, и не нуждается в другой науке для своей теории (πρὸς τὴν οἰκεῖαν θεωρίαν).

Ведь она рассматривает не [предметы] вообще, подобно диалектике, но [только] то, что относится к ней самой, и рассматривает это подходящим образом, поскольку это подчиненные ей предметы, и о них она составляет точные определения. И критерии, которыми следует их проверять, она имеет в себе самой, и строит доказательства (τῶν ἀποδείξεων) многими способами, и среди них различает самые лучшие и истинные или же те, которые являются спорными и требуют к себе большего внимания. Ведь [математика] осуществляет двойное дело: одно направляет к открытию, а другое — к суждению. Она способна к суждению и к открытию по самомý определению своего искусства, а не в общем теоретическом смысле. Так что она по [определению] может судить, как следует делить математические предметы на виды, каковы различия, позволяющие проводить деление подобающим образом, каковы определения (οἱ ὅροι), [существующие] в математике, и как следует выводить их из математических

делений, и как возникает математическое умозаключение (συλλογισμός), и с помощью какого количества определений (κατὰ πόσους διορισμοὺς) оно приобретает точность, и когда оно возможно, а когда — невозможно, и сколькими способами доказывается его необходимость (τὸ ἀναγκαῖον). Ведь ее собственные открытие, использование и суждение (εὕρεσις καὶ χρῆσις καὶ κρίσις) во всем этом не нуждаются ни в каком привходящем извне средстве, в противоположность мнению некоторых.

[30]

А что математика оказывает большую помощь всей философии и всем ее частям, <91> принося ей много пользы в наблюдении над существующим и постоянно ее сопровождая, легко увидеть вот из чего.

Математика пифагорейцев не похожа на ту, которой занимаются многие. Та — в большинстве своем практическая и не имеющая единой цели, и она не стремится к добру и благу, тогда как [математика] пифагорейцев, наоборот, созерцательная, и возводит свои положения к единой цели, и сближает все свои суждения с Добром и Благом, и применяет их как средства восхождения к Сущему (πρὸς τὸ ὂν). Отталкиваясь от такой исходной точки, она четко разделяет в себе самой, какие из ее учений пригодны для теологии, будучи причастны к порядку и к божественным мерам, и передает их этой части философии, а какие подходят для исследования сущего (τοῦ ὄντος) — для сближения, и соизмеримости, и кругового восхождения [к нему], и отдает соответствующие теоремы такой части [философии]. От нее не ускользает, какие из них содействуют научной точности суждения и правильным образом приводят к составлению умозаключения, демонстрации и определения, опровергая

ложное и отделяя истинное от ложного. Она не ошибается в надлежащей согласованности (τὴν ... ἁρμονίαν) науки о природе — как та возникает, и чем она полезна, и как она восполняет недостающее в природе, и как выносит суждение (τὴν ἐπίκρισιν) об этом. Далее, она снисходит к государственным делам, и к установлению нравственности, и к правильности жизни, и к домашнему хозяйству, и к городам, и находит соответствующие определения в математических науках, <92>и использует их подходящим образом ради лучшего: для исправления и превосходного воспитания, и для подобающей соразмерности (εὐμετρίαν), и для защиты от [чего-либо] постыдного, и для приобретения доброго, — и таким образом объединяет всё это вместе правильным образом согласно всем математическим наукам [вместе] и каждой из них [в отдельности]. [Математика] также сделала вклад в использование природных благ и достижений искусств, открыв первые и показав вторые в качестве дополнительных занятий (ὡς πάρεργα), и предоставила им свои труды, или сами по себе, или как составную часть некоторых [из них], и тем самым привела человеческую жизнь к совершенству, чтобы та была самодостаточной и не испытывала недостатка ни в чем, что необходимо для жизни.

Так что мы по праву можем связать математику, которой занимаются пифагорейцы, с философией — как родственную и сходную с ней [науку].

[31]

Поскольку [математика пифагорейцев] именно такова, [как описано выше,] можно обнаружить, что она пользуется знанием о вещах множеством способов.

[Эта наука] часто применяет одни и те же математические знания ко многим вещам, физическим или теологическим:

к возникновению (ἐπὶ τὴν γένεσιν), к элементам, к тому, что связано с порождением (ὅσα γενεσιουργίας ἔχεται), к составным или простым [телам], — например, она использует для всего этого числа, гармонические пропорции, геометрические фигуры и прочее подобное этому; а иногда использует одновременно многое для объяснения одной и той же вещи: например, для объяснения души — числа, созвучия (ἁρμονίας), геометрические фигуры и некоторые другие математические [предметы]. Первое объясняется тем, что природа каждого математического предмета и каждой математической сущности многообразна, — <93> именно из-за этого мы используем одни и те же [математические предметы] для многого, например, числа — для теологических и физических вещей; тогда как причина второго состоит в том, что некоторые из существующих вещей представляют собой смешение многих сущностей и находятся посередине между более многочисленными крайними [вещами]. Вот почему душа и все средние природы объясняются бо́льшим числом математических наук, будучи способны находиться в соответствии со многими математическими сущностями и получая от многих [сущностей] обеспечение своего бытия.

Пусть об этом будет сказано так.

[32]

Для математической теории привычно иногда применять математические методы также и к чувственным вещам, например, [рассуждать] о четырех элѐментах с помощью геометрии, арифметики или гармоники, и так же и о прочих [вещах]. Ведь поскольку математическое учение является первым (προτέρα) по своей природе и исходит из первых природных [вещей], по этой причине оно выводит доказательства умозаключений (συλλογισμοὺς ποιεῖται ....

ἀποδεικτικούς) из первых причин. Делает же оно это различными способами: либо с помощью абстрагирования (κατὰ ἀφαίρεσιν) — когда отделяет материальные эйдосы от материи и исследует их математически; либо посредством приспособления (κατὰ ἐφαρμογήν) — когда приспосабливает и присоединяет математические формулировки (τοὺς λόγους) к физическим [предметам]; либо посредством совершенствования (κατὰ τελείωσιν) — когда восполняет телесные виды, которые являются несовершенными, прибавляя к ним недостающее; либо посредством уподобления (κατὰ ἀπεικασίαν) — когда наблюдает одинаковые и соразмерные вещи в природе, в чем они больше всего подобны эйдосам; либо посредством сопричастности — когда мы рассматриваем, в каком отношении логосы, существующие в других вещах, сопричастны чистым логосам; либо посредством <94> отражения (κατὰ ἔμφασιν) — когда мы наблюдаем неясный след математического [логоса], отраженный в чувственных вещах; либо посредством разделения — когда мы замечаем, что единый и неделимый математический эйдос разделяется между отдельными вещами и умножается; либо посредством сопоставления — когда мы параллельно исследуем чистые эйдосы математических предметов и эйдосы, существующие в чувственных вещах; либо на основе причины, [происходящей] от первых [начал] — когда мы, взяв в качестве причин математические [эйдосы], исследуем, как от них возникают [эйдосы] в чувственных вещах. Ведь я полагаю, что таким образом мы делаем математическое умозаключение обо всем, что [существует] в природе и подвержено возникновению. Именно по этой причине многое из того, что [имеется] в математических науках, не остается в математических науках, но притягивается к уступающим им [вещам] — либо по решению тех, кто пользуется этим, либо из-за родства с ними чувственных [вещей].

Иногда же математические предметы служат отправной точкой для перехода к высшему и ко всем прочим [вещам],

поскольку бестелесная сущность способна сближаться с чистыми сущностями существующих [вещей], и благодаря этому математические предметы обычно могут быть приспособлены ко всему.

Итак, об этом сказано достаточно.

[33]

Поскольку «общее» (τὸ κοινὸν) всей математической науки в целом есть важнейший род для понимания настоящего учения, мы должны рассмотреть прежде всего вопрос о том, в каком отношении вся математика содержит «общее». Ведь если мы увидим единый род математики и познаем ее общую сущность, то достигнем самого совершенного знания о ней. Мы уже предварительно размышляли об этом в начале [настоящего труда], <95> но все же следует увенчать предварительно положенное начало таким же окончанием. Так что возвратимся же теперь снова к рассуждению о едином роде математического учения (τῆς μαθηματικῆς θεωρίας).

Итак, я утверждаю, что таким образом общим родом этой науки является вообще середина между умопостигаемыми и чувственными эйдосами, заключающая в себе различные эйдосы, сколько бы их ни было и каковы бы они ни были, и первоначально причастная к родам [истинно] сущего, объединяющая в себе роды чувственных вещей, чистотой же, точностью, тонкостью и бестелесностью превосходящая их во всех отношениях [и] содержащая в себе и различные возможности, — как ведущие вверх к [истинно] сущему, так и склоняющие вниз к возникновению, — и таким же образом и знания. Полагая ее своего рода «единым», представим мысленно ее различия в соответствии с разделением этой средней природы на две части (κατὰ τὰς διχοτομίας), из которых одну обозначим как непосредственно соприкасаю-

щуюся с сущим, а вторую — как сопричастную чувственным вещам и стоящую перед ними; далее, устанавливая пределы один за другим для каждой из этих двух [частей], будем понимать среднее положение математических предметов различными способами, определяя его либо по признаку количества, либо по какому-то иному его роду. Таким образом, расстояние от сущего — более дальнее или более близкое — будет служить причиной различия математических предметов. Далее, происхождение (ἡ προήγησις) всего, что есть в составе мироздания, в зависимости от того, находится ли оно на первом или на втором месте, также будет создавать определенные различия в математических предметах. Их порядок мы должны находить на основании либо смежности (κατὰ τὸ ἐφεξῆς), либо непрерывности (κατὰ τὸ συνεχές), либо связности (κατὰ τὸ ἐχόμενον), либо какой-то иной последовательности (κατ' ἄλλην συνέχειαν). <96> Мы разделяем это соединение (τῇ ... συστάσει), происходящее от Единого и увеличивающееся в числе, и сочетание (τῇ ... συντάξει), восходящее к Единому, и, разделяя, снова соединяем таким же образом.

И тем самым общая сущность математических предметов будет охватываться нами мысленно вместе (κοινῶς), и будет разделяться на много [частей] и [затем] снова возводиться к единому роду математической сущности: именно это и является конечной целью математической науки, производящей разделение (διαιρετικῆς) и определение (ὁριστικῆς).

[34]

Наука о математических предметах (ἡ τῶν μαθημάτων ἐπιστήμη) называется [так] потому, что от умозрения умопостигаемого к ней нисходит некое изучение (μάθησις), и эта теория родственна ей, а предметы умозрения и

познания оказываются в то же время и предметами изучения (μάθησις); и они, пожалуй, являются единственным из [всего] прочего, чему нужно учиться (μαθητά), почему они и называются «математикой» (μαθήματα)[118].

По мнению пифагорейцев, эти математические знания (μαθήματα) были изобретены в качестве неких орудий, пригодных для того, чтобы обнаруживать природу существующего и удалять всю мглу, омрачающую вещи, и созерцать истину в чистом виде; [они считали,] что такое учение к тому же будет давать основание для единомыслия в том, что относится к этике, и обнаруживать природу блага и зла, сделавшись вспомогательной дисциплиной для философии, и что с его помощью можно наблюдать соразмерность и порядок в устройстве космоса и в круговращении небесных тел. Вот почему они считали, что без [математики] невозможно заниматься философией. Кроме того, [математика], словно в превосходных зеркалах, с особой четкостью отражает (θηρᾷ) множество образов (εἴδωλα) творений природы; [пифагорейцы] называли это математической <97> частью философии, и тех, кто был сведущим именно в таких вопросах, объявляли математиками. Они считали также, что предметы математики (τὰ ἐν τοῖς μαθήμασι) являются наилучшими прообразами (παραδείγματα) того, что [находится] здесь[119], поскольку они оцениваются умозрением как постоянные и неподвижные и равным образом тождественные себе, и всякий, кто обращает на них свой взор и подражает им, может сделать каждую вещь постоянной и прочной. Математическая формулировка обладает чистотой, научностью и непреложностью.

---

[118] Слово «математика» — по форме прил. μαθηματική: «математическая (наука)», восходит к гл. μανθάνω: «учиться, изучать», отсюда μάθημα: «урок, занятия», *pl.* «математические предметы, математические науки, математические знания».

[119] Т. е. в земном мире.

По представлениям древних, математик имел преимущество и первенство по сравнению с тем, кто занимался наукой о природе (τοῦ φυσικοῦ): ведь они полагали, что именно от него зависит чистое умозрение других [ученых]. Таково своеобразие математического суждения. При выборе той или иной его разновидности следует принимать во внимание точность, неопровержимость знания, правильность аргументов (τῶν λόγων) и согласованность с существующими [вещами]: ибо с помощью этого наилучшим образом обнаруживается его вид (τὸ εἶδος).

Таково добавление к тем определениям, которые уже были даны нами ранее относительно этих вопросов.

[35]

Теперь, когда мы завершили общее рассмотрение (τὴν ... θεωρίαν) математических наук, настало время подытожить в одном заключительном перечне все главы о них.

Первыми [следуют] главы о целях [математики] и обо всем математическом знании (περὶ τῆς ... ἐπιστήμης) в целом; затем — о началах, как общих, так и особых [для каждой математической дисциплины]; после этого мы говорили о предметах (περὶ τῶν ὑποκειμένων) математических наук; затем — об <98> их наилучшем использовании и о познаваемых с их помощью предметах; об относящихся к ним способах суждения, и об их определенной сущности, — сколькими способами ее можно рассматривать, и в чем состоит предмет математической теории; каковы ее возможности и каковы ее элементы, как общие, так и специальные; что общего у всего этого с философией, и сколь много [математика] содействует искусствам; в какой последовательности происходит обучение [математике], в чем состоят особые способы преподавания математических дисциплин в пифагорейской

традиции, и каково разделение всей математической науки по пифагорейцам; что собой представляет наука математических определений (ἡ ὁριστικὴ μαθηματική), и каковы особенности этого учения (τῆς θεωρίας) согласно Пифагору; в чем состоит особое обучение [математике] согласно ему же, и что не случайно пифагорейцы больше всего способствовали усилению этих [дисциплин]; каков был у них обычай занятия математическими науками, и какие были у них математики; возражения против математических наук, их опровержение и сравнение аргументов в пользу обоих мнений; что должен требовать от математика истинно образованный [человек]; разделение задач и способа доказательств, а также о математических умозаключениях (περὶ συλλογισμῶν), разделениях и определениях; что общего у философии с пифагорейской [философией], которую использовали пифагорейцы в математических дисциплинах; что собой представляет общее и особенное в математической науке; на сколько частей она разделяется и в каком порядке они расположены; и в конце сказано о названии математики и о том, что из этого следует.

Вот те главы, которые мы рассмотрели в общем труде о <99> математических предметах и математических знаниях (τῶν μαθημάτων καὶ τῶν μαθηματικῶν ἐπιστημῶν), и, полагаю, мы соблюли необходимую меру. Если же мы что-то пропустили, то это легко можно установить из того, что было сказано.





О НИКОМАХОВОМ «ВВЕДЕНИИ В АРИФМЕТИКУ»



[ПРЕДИСЛОВИЕ]

Приступая (ἀρχόμενοι) к специальному трактату о каждой из математических дисциплин по отдельности[1], мы начинаем (ἀρχόμεθα) с арифметики: ведь именно ее учение по природе является старейшим благодаря тому, что она занимается более простыми и первоначальными (ἀρχηγικώτερα) [предметами], поэтому и сочинение о ней предшествует [сочинениям] об остальных математических науках[2]. В свою очередь, и само это [сочинение] является не

---

[1] Трактаты Ямвлиха, посвященные геометрии (Περὶ γεωμετρίας τῆς παρὰ Πυθαγορείοις) и музыке (Περὶ μουσικῆς τῆς παρὰ Πυθαγορείοις), до нас не дошли.

[2] Евклид в своих *Началах* помещает арифметику на второе место после геометрии (геометрии посвящены книги I–VI, арифметике — книги VII–IX), однако большинство математиков, вслед за Платоном и Аристотелем, считают арифметику первой в ряду математических наук (см.: Платон. *Послезаконие*, 990c–d, то же: Теон, 9–10; Аристотель. *Метафизика*, 982a; Никомах. *Арифметика*, I. 4). Ямвлих подчеркивает мысль о первенстве математики с помощью языковых средств — повтором лексем с корнем ἀρχ- «начало» (ἀρχόμενοι, ἀρχόμεθα, ἀρχηγικώτερα).

простым, а многообразным, поскольку подразделяется на те же самые разделы, что и все роды существующего, сколько их есть. Но прежде чем рассматривать [числа] в других [родах существующего], следует рассмотреть число само по себе, в результате чего мы получим возможность исследовать [числа] в природе, в нравах, в эйдосах[3] и вообще во всем, что существует. Именно поэтому математику следует воспринимать как знание чисел. Она должна находиться словно в основании: ибо если она будет положена в основание, то будет возможно возникновение и остальных наук, а без нее не возникают и те[4]. И с этого нужно начинать <4> обучение: после того, как предварительно будут определены необходимые в математике теоремы, с их помощью мы продвигаемся дальше к более совершенному учению о числах: ибо ясно, что они согласуются с этим [учением]. Цель же [математики] — не размышления сами по себе (οὐχ ὡς ἐν ψιλοῖς ἐννοήμασιν), и ее не подобает считать ни второстепенным присоединением к чувственным вещам, ни похищением и отделением от чувственных вещей неких воображаемых представлений (φαντάσματά τινα)[5]; прежде всего — [это] возможность приложить общий смысл (κοινὰ νοήματα) ко всем каким бы то ни было образом субстанциально существующим (ὑφεστηκόσιν) числам. Ныне нам предстоит говорить именно о такой математической арифметике.

Мы обнаруживаем, что как раз все, относящееся к ней согласно учению Пифагора, объяснил Никомах в [трактате] *Искусство арифметики* (ἐν τῇ Ἀριθμητικῇ τέχνῃ). Ведь этот

---

[3] «Природа» — объект изучения физики, «нравы» — этики, «эйдосы» — метафизики. Трактаты Ямвлиха об использовании арифметики в этих научных дисциплинах (Περὶ τῆς ἐν φυσικοῖς ἀριθμητικῆς ἐπιστήμης; Περὶ τῆς ἐν ἠθικοῖς ἀριθμητικῆς ἐπιστήμης и Περὶ τῆς ἐν θεολογικοῖς ἀριθμητικῆς ἐπιστήμης) сохранились фрагментарно.

[4] Ср.: Платон. *Государство*, 522c.

[5] Подразумевается отличие математики от физики и метафизики: первая рассматривает числа в сопряжении с чувственными предметами, вторая — эйдосы в отрыве от чего-либо чувственного.

муж — и сам великий математик, и учился этой [науке] у самых опытных в математике [наставников], и кроме того, он в совершенстве передает замечательный (θαυμαστὴν) порядок, теорию [и] научное знание (ἐπιστήμην) с [не менее] замечательной (θαυμαστῆς) демонстрацией (μετ᾽ ἀποδείξεως) научных начал, и прекрасно рассказывает об этом, и доносит теоремы[6] в чистом и подлинном виде, не замутненном чуждыми мнениями. Кроме того, его знание чисел искусно, многообразно, упорядочено и четко разделено на части; он прекрасно владеет как общим знанием, так и методами [научного] поиска: ведь он исследует первое составление и первое возникновение чисел. У него есть [все] необходимое: ведь он занимался всеми родами и видами чисел в общем и заключил беспредельное в ограниченное пределом <5> и беспорядочное — в упорядоченное[7]. Он продвигается в родах и видах по порядку, не забегая вперед, и то, что содержится в несовершенном виде во многих теоремах, заключает в одну совершенную. Есть здесь и то, чего нельзя найти в других книгах, изложенное кратко и точно и, вместе с тем, полно и совершенно, немногословно и сжато, глубоко и талантливо — я думаю, потому, что [Никомах] излагает в подлинном виде сами пифагорейские учения о числах; впрочем, кто хочет, может составить об этом собственное мнение.

Из всего этого ясно следующее. Если мы на основании всего вышеизложенного делаем выбор в пользу этого автора как наиболее сведущего в арифметике, то мы, разумеется, вследствие этого излагаем все его *Искусство арифметики* полностью, полагая, что не следует ни представлять его в незаконченном виде, обрубив в нем все, кроме самого основного, ни вносить в него изменения, ибо это излишне, ни

[6] Речь идет о пифагорейской математике.

[7] Универсальные математические закономерности, выявляемые на частных числовых примерах, применимы к неограниченной последовательности чисел.

присваивать [себе] написанное, ибо весьма несправедливо лишать автора подобающей [ему] славы[8]. По этой причине не следует и привносить рассуждения, чуждые пифагорейским беседам[9]: ведь нам предстоит не говорить [что-то] новое, а [пересказывать] мнения древних мужей. Поэтому теперь мы, ничего не пропустив и не добавив, представляем в [нашем] изложении само Никомахово *Искусство*.

[I]

[О ВИДАХ ЧИСЕЛ И ОБ ОТНОШЕНИЯХ МЕЖДУ ЧИСЛАМИ]

[О двух видах существующего и о научном познании][10]

Чтобы настоящий труд приобрел завершенность и в этом отношении, [упомянем, что][11] Пифагор первым дал название философии и заявил, что [философия] — это стремление и своего рода любовь <6> к мудрости, а мудрость — это познание (ἐπιστήμην) истины в сущем (ἐν τοῖς οὖσιν). Сущее же он понимал и определял как нематериальное, вечное и единственно деятельное, каковым является бестелесное; а телесные и материальные виды (εἴδη), называемые тем же словом «существующее» (ὄντα) по сопричастности к [истин-

[8] Возможно, Ямвлих был знаком с латинской строкой, приписываемой Вергилию: *Hos ego versiculos feci, tulit alter honorem* («Я написал этот стих; другой украл мою славу»). Ср. ниже историю о написании Платоном диалога *Тимей* (с. 304).

[9] Пифагор передавал свое учение устно, ничего не записывая.

[10] См.: Никомах. *Арифметика*, I. 1.

[11] Следующий далее фрагмент (до слов «к истинному возникновению») почти дословно совпадает с сочинением Ямвлиха *Жизнь Пифагора* (XXIX, 159–160).

но сущему], подверженные возникновению и уничтожению, [полагал] никогда не существующими в действительности. Под мудростью [он понимал] познание истинно сущего, а не того, что называется тем же словом [по сопричастности]: ибо телесное непознаваемо и не может быть объектом достоверного знания (οὐδὲ ἐπιδέχεται γνῶσιν βεβαίαν), поскольку оно безгранично (ἄπειρα) и непостижимо для [научного] познания; будучи противоположно всеобщему (τῶν καθόλου), оно словно бы не существует и не позволяет дать ему правильно сформулированное определение. А к познанию того, что непознаваемо по природе, стремиться невозможно; стало быть, стремление к [субстанциально] не существующему (μὴ ὑφεστώσης) [научному] знанию неразумно; предпочтительнее [стремиться к познанию] того, что существует в истинном значении этого слова, что всегда тождественно себе и пребывает в одном и том же состоянии и всегда существует вместе со своим именованием[12]. Ведь постижение [истинно сущего] сопряжено с [постижением] того, что [называется] тем же словом [по сопричастности], хотя последнее не является предметом [научных] занятий, так же, как познание общего (<τοῦ> καθόλου) сопряжено с [познанием] частного. «Поэтому, — говорит Архит, — те, кто хорошо распознал общее, должны были хорошо увидеть и [то], что представляют собой частности». Стало быть, «существующее» не является ни однородным, ни простым, а сразу же рассматривается как различное и многообразное: с одной стороны, [этим словом обозначается] умопостигаемое (τά τε νοητὰ) и бестелесное, каковое [и] называется «сущим» [в истинном смысле], а с другой — телесное <7> и постигаемое чувствами, принимающее [это название] именно на основании сопричастности к истинному возникновению (τοῦ ὄντως γενέσθαι). Соответственно для всего

[12] Т. е. с именованием «сущее».

существующего вообще (ἁπλῶς) можно установить следующие положения (τεχνολογεῖν οὑτωσί πως).

[О природе непрерывного и разделенного][13]

Вся природа непрерывного и разделенного (τοῦ συνεχοῦς καὶ ... τοῦ διῃρημένου) включается в представление о существующем, т. е. [в представление] обо всем мироздании, двояким образом: [природа] разделенного — через «приложение» и «совокупность» (κατὰ παράθεσίν τε καὶ σωρείαν), а [природа] непрерывного — через «соединение» и «взаимосвязанность» (κατὰ ἕνωσίν τε καὶ ἀλληλουχίαν). Пусть непрерывное и соединенное в терминологическом смысле называется «величиной» (μέγεθος), а прилежащее [друг к другу] и разделенное — «множеством» (πλῆθος). И в соответствии с сущностью величины мироздание будет мыслиться и называться единым, твердым и сферическим, простирающимся в единстве с самим собой, взаимосвязанным (ἀλληλουχούμενος); а в соответствии с идеей и понятием множества оно будет пониматься как устроение (ἡ ... σύνταξις), упорядоченность и соразмерность (ἁρμονία) Вселенной, заключающая в себе сочетание (τὴν σύστασιν) такого множества элементов и сфер, звезд и [разнообразных] родов животных и растений, противоположностей и подобий. Рассечение соединенного совершается от целого до беспредельного, а [его] увеличение — до определенного [предела]; увеличение же множества совершается, обратно пропорционально, до беспредельного, рассечение же [его], наоборот, до определенного [предела]. И первое, и второе[14] в [нашем] представлении по природе, несомненно, беспредельно и в связи с этим не поддается научному определению (ἐπιστήμαις ἀπεριορίστων): ибо, по Филолаю, «не будет вообще ничего познаваемого, если все беспредельно».

[13] См.: Никомах. *Арифметика*, I. 2.

[14] «Соединенное» и «множество».

А поскольку научное знание — в соответствии со своей природой — должно наблюдать [все] существующее, <8> с такой точностью сотворенное божественным промыслом, то некоторые науки, обрезав и ограничив свое содержимое, назвали часть множества «количеством» (ποσόν), которое уже известно, а часть величины точно так же — «размером» (πηλίκον), и оба этих рода отнесли к [разным] научным дисциплинам в соответствии со знаниями о них: количество — к арифметике, а размер — к геометрии.

[О количестве и размере]

Поскольку ни [количество], ни [размер] не были однородными, оба они подверглись еще более частному делению. Из количества одно было тождественным себе, не имеющим какой-либо связи с иным [количеством] — например, «четное», «нечетное», «совершенное», «недостаточное»[15] и т. п.; а другое находилось в определенном отношении к иному [количеству]: последнее называется особым термином «соотнесенное количество» — например, «равное», «неравное», «кратное», «сверхчастное», «сверхмногочастное»[16] и т. п. Точно так же и размер: он существует и мыслится либо как пребывающий на одном месте, либо как движущийся и перемещающийся [с места на место]. Поэтому к двум упомянутым дисциплинам присоединились две других и вместе с [двумя] первыми обратились к наблюдению, соответственно, каждого из двух объектов научного познания. К арифметике, которой досталось специальное изучение количества как такового, присоединилась гармоника с систематическим учением о соотнесенном количестве, ибо от ее теории о гармоническом и созвучиях требуется не что иное, как

[15] О «совершенном» и «недостаточном» см. ниже, с. 188–189.

[16] О «сверхчастном» и «сверхмногочастном» см. ниже, с. 195; по аналогии называются и соответствующие отношения между числами. В теории музыки используются также термины «эпиморное», «эпимерное» и «сверхчастичное».

подробное описание связи и отношения звуков между собой и количества избытков и недостатков (ὑπεροχῶν τε καὶ ἐλλείψεων); геометрия же, чьим предметом исследования является неподвижный и пребывающий в покое размер, получила в помощницы сферику[17], содержащую знания о том, что касается подвижного размера – т. е. самого совершенного и обладающего способностью к упорядоченному и равномерному <9> движению.

[О родстве математических наук][18]

Поскольку предметы [математических наук] родственны между собой, то правильно будет считать родственными и [сами] эти науки, так что не выглядит неразумным [следующее] высказывание Архита: «Ведь эти математические науки, похоже, родственны [друг другу]». [Правильно будет] полагать, что [математические науки] соединены друг с другом наподобие звеньев [одной] цепи: как говорит божественнейший Платон, тому, кто изучает их надлежащим образом, подобает открывать для себя единое родство этих наук, собирающее [их] в одну общность. И [человека], который охватил их все предложенным путем, [Платон] называет поистине мудрейшим. Подкрепляя [свои слова] шуткой, он убеждает тех, кто стремится к занятиям философией, что [математические] науки — [самые] желанные и предпочтительные из всех, [независимо от того,] трудны они или легки[19]. И [это] весьма разумно: ведь, в самом деле, познание непрерывного и разделенного происходит только через их посредство, а непрерывное и разделенное — [это то,] из чего [состоит] мир и все, что в [мире]. Точное постижение количества есть мудрость, а стремление к мудрости — филосо-

[17] Сферика (ἡ σφαιρική) — наука, которая включала элементы астрономии, геометрии на сфере и тригонометрии и рассматривалась как вспомогательная астрономическая дисциплина.

[18] См.: Никомах. *Арифметика*, I. 3; 4.

[19] См.: Платон. *Послезаконие*, 991e–992b.

фия; а философия среди всех искусств и предметов научного познания (τεχνῶν τε καὶ ἐπιστητῶν) одна предоставляет человеку подобающую и свойственную [ему] по природе цель (τέλος) и ведет [его] к счастью, которое из всех живых существ приличествует только [человеку] и к которому [человек] стремится по [своей] природе как к самой подходящей для себя цели[20].

Во главе этих четырех наук, как представляется, стоит <10> арифметика, потому что она оказывается самой ранней (προτέρα) и первой [из них]. Ведь [арифметика] уничтожает вместе с собой все остальные [науки] и привносится вместе с ними; а то, что уничтожает, но не уничтожается, или наоборот, привносится, но не привносит, очевидно является некоторым образом более ранним и старшим (πρεσβύτερα). Именно поэтому наиболее разумным и подходящим будет поставить систематическое изложение арифметики (τῆς ἀριθμητικῆς τεχνολογίας) на самое первое место[21].

[О числе][22]

Фалес, следуя мнению египтян, у которых он учился, определяет количество, или число, как «собрание единиц» (μονάδων σύστημα); арифметическое же [понятие] «одно» (τὸ ἕν) ... отличительных особенностей[23]. Стало быть, ни «единица» (μονάς)[24], ни «одно» не подпадают под опреде-

[20] Фрагмент текста «Всякая природа непрерывного... подходящей для себя цели» почти дословно совпадает с фрагментом из сочинения Ямвлиха *О науке общей математики* (см. выше, с. 66–70).

[21] Вслед за Никомахом, Ямвлих использует доказательство с помощью силлогизма: без арифметики и чисел было бы невозможным существование геометрии и других наук, но не наоборот (см.: Никомах. *Арифметика*, I. 4; то же: Боэций. *Арифметика*, I. 1, 8–11).

[22] См.: Никомах. *Арифметика*, I. 7, 1.

[23] В рукописи испорченное место: Τὸ δὲ ἀριθμητικὸν ἓν... ἰδίων (издатель предполагает лакуну перед ἰδίων: «особенностей»).

[24] Слово μονάς в русских переводах передается как «единица» и как «монада».

ление [числа]. Согласно Пифагору, «[число есть] расширение и действие (ἔκτασιν καὶ ἐνέργειαν) [содержащихся] в единице сперматических логосов (σπερματικῶν λόγων)»[25]; или, иначе, «[число есть] то, что существует [субстанционально] (τὸ ... ὑποστὰν) прежде всех [вещей] в божественном Уме, от чего и из чего все составлено и остается исчисленным (διηριθμημένα) в нерушимом порядке». Другие его последователи [говорят, что число] — это продвижение вперед (προποδισμόν) от единицы посредством ее увеличения (μεγέθει)[26]. Пифагореец Евдокс сказал: «Число есть ограниченное множество», — разделив вид и род таким же образом, как выше было разделено количество. Последователи Гиппаса — акусматики — утверждали, что число есть первообраз сотворения мира, а также инструмент творца мира — бога — для различения [вещей]. Филолай говорит, что «число — это самая сильная и изначально присущая миру связь (αὐτογενῆ συνοχήν) всех мировых вещей в [их] вечном постоянстве».

[О единице][27]

<11> Единица — это наименьшая доля количества, или первая и общая часть количества, или начало количества. Согласно Тимариду, [единица] есть «определяющее количество» (περαίνουσα ποσότης), поскольку «пределом» (πέρας) именуется начало и конец всякой [вещи][28], а иногда

---

[25] «Сперматические», или «порождающие» логосы — начала вещей, содержащиеся в первичной материи.

[26] «Число есть множество, составленное из единиц» (Евклид, VII, опр. 2); «Число можно кратко определить как систему монад, или прогрессию (προποδισμόν) в множественность, начинающуюся с монады, и регрессию, на монаде заканчивающуюся» (Модерат, 1); «Число есть собрание единиц, или начинающееся с единицы восхождение множеств и завершающееся на единице нисхождение» (Теон, 18).

[27] См.: Никомах. *Арифметика*, II. 6, 3; Теон, 17–21.

[28] «Единица же представляет собой предельное количество (начало и элемент числа), которое, будучи удалено из множества посредством от-

и [ее] середина — как, например, очевидно, [предел] круга или сферы. А более поздние [ученые говорят]: «[Единица есть то,] через что каждое из существующих считается единым» (ἕν)[29]; этому определению недостает [уточнения]: «даже если оно будет составным (συστηματικόν)». Преемники Хрисиппа внесли путаницу, утверждая, что единица — это «множество “один”» (πλῆθος ἕν): ведь [единица] — это единственное, что противоположно множеству. Некоторые из пифагорейцев говорили, что единица — это граница (μεθόριον) между числом и [его] частями: ведь от нее, как от семени и вечного корня, в ту и в другую сторону возрастают взаимно противоположные логосы (οἱ λόγοι), когда при делении до бесконечности с увеличением знаменателя [чи́сла] уменьшаются, а при возрастании до бесконечности, наоборот, увеличиваются[30]. Иные определяют единицу как эйдос эйдосов (εἰδῶν εἶδος), ибо она охватывает в возможности все логосы, [имеющиеся] в числе. [Единица] бывает и многоугольником на плоскости — от треугольника до бесконечности, и телесным [числом] всех видов, и сферическим, коническим и возвратным [числом] (ἀποκαταστική)[31], а также стороной (πλευρική) и диагональю (διαμετρική)[32], или

нятия и изолировано от него, остается одиноким и неизменным: ведь его дальнейшее рассечение невозможно» (Там же, 18).

[29] Евклид, VII, опр. 1.

[30] «...Всякое множество и всякая величина по своей природе обязательно беспредельны (ведь множество начинает расти от определенного корня, но его рост никогда не завершается; и величина начинает делиться от определенного целого, но ее рассечение никогда не может завершиться)...» (Никомах. *Арифметика,* I. 2, 5).

[31] «Единица также является сферической и возвратной в возможности, ведь она претерпевает то же, что сферы и круги» (Там же, II. 17, 7). К «сферическим», или «возвратным», относятся числа 1, 5 и 6, которые при возведении в степень заканчиваются так же, как и они сами.

[32] «...Единица, будучи началом всех вещей, потенциально должна быть и стороной, и диагональю» (Теон, 43).

же, в самом общем случае, «неравносторонним» [числом] (ἑτερομήκη)[33], когда, увеличиваясь из себя самой, она предоставляет в возможности то или иное понимание[34]. [Единица может быть] также пропорциональной (ἀναλογική) и сототнесенной (σχετική), в соответствии с десятью видами отношений (σχέσεις) [между числами][35], и [принимать] другие самые разнообразные [формы], в которых она обнаруживается. «Монадой» же [она называется] потому, что всегда пребывает неизменной (ἀπὸ ... ἐπιμένειν)[36] в своем собственном логосе. И [все] прочее, относящееся к [единице], следует понимать таким же образом.

[О первом разделении чисел][37]

<12> Вернемся снова к началу. В соответствии с первым <делением> (κατὰ πρώτην <τομήν>)[38] количества, одни [числа] являются четными, а другие — нечетными.

---

[33] «Неравностороннее», или гетеромекное, число — произведение двух множителей, различающихся между собой на единицу: «...число называется гетеромекным, если на плоскости оно схематически изображается четырехсторонником и производится и вычерчивается подобно квадрату, но его стороны не равны одна другой, так что длина не равна ширине, но они разнятся на единицу. К примеру, таковы 2, 6, 12, 20, 30, 42 и так далее; ведь если кто-либо представит их графически, он всегда будет получать их так: $1 \times 2 = 2$, $2 \times 3 = 6$, $3 \times 4 = 12$, и далее аналогично: 4×5, 5×6, 6×7, 7×8, и так до бесконечности. И во всяком из них одна сторона больше другой на единицу, и ни на какое другое число» (*Никомах. Арифметика,* I. 17, 1).

[34] В рукописи испорченное место: ἔννοια *nom.* (вм. ἔννοιαν *acc.*?) «понимание».

[35] О видах связей между числами см.: Евклид, V, опр. 5–18.

[36] Корень приставочного глагола ἐπι-μένω (от μένω «пребывать неподвижным, быть неизменным») созвучен слову μονάς.

[37] См.: Никомах. *Арифметика,* I. 7.

[38] В рукописи слово τομήν («разделение») отсутствует, оно добавлено издателем в соответствии с определениями Никомаха и Теона Смирнского: «...Первое разделение (πρώτη τομὴ) числа есть разделение на четное и нечетное» (Никомах. *Арифметика,* I. 7, 1); «Числа в первую очередь подразделяются (τῶν ... ἀριθμῶν ποιοῦνται τὴν

Четными являются числа, которые при делении дают равные доли, «наибольшие» и в то же время «наименьшие»: наибольшие — по [их] величине и по отношению к целому, поскольку [целое делится] на [две] половины; а наименьшие — по [их] количеству, так как [целое не может делиться меньше, чем] на две части[39]. Ведь в природе не существует [количества] меньше двух, поскольку нет числа меньше двойки: [двойка] — это первая система единиц (μονάδων σύστημα), что является условием [существования] числа вообще. Нечетное [число], будучи разделено на наименьшее [количество частей], всегда дает части, не равные друг другу. Оно не делится на две равные части: ведь это уничтожило бы нерассекаемую по природе единицу, полезную для всей системы [математических] знаний и подобных же наук о природе в целом. Четное [число], каким бы образом оно ни делилось — на равные или неравные [части], всегда разлагается на однородные [части]: они либо обе четные, либо обе нечетные[40]. Нечетное же [число разлагается] на две иных [относительно друг друга] длины числа (τὰ τοῦ ἀριθμοῦ μήκη)[41]. [Философы пифагорейской] школы называли

πρώτην τομὴν) надвое: одни называются четными, а другие — нечетными» (Теон, 21).

[39] «Четное число есть делящееся пополам» (Евклид, VII, опр. 6). Пифагор определял четное число через «наибольшее» и «наименьшее», где «наибольшее» — это частное, получаемое в результате деления, а «наименьшее» — делитель: четное число при одном и том же разделении делится одновременно на «наибольшее» и «наименьшее», иными словами, при делении на наименьший делитель, т. е. на два, дает наибольшие по отношению к данному числу части, т. е. половины (например, $10 : 2 = 5 + 5$), в отличие от нечетного, которое дает наибольшие по величине и отношении к целому части при делении на число, большее двух, стало быть не «наименьшее» (например, $9 : 3 = 3 + 3 + 3$).

[40] Например, $10 = 2 + 8 = 4 + 6$ (четные доли); или $10 = 3 + 7 = 5 + 5$ (нечетные доли). — *Примеч. ред.*

[41] Четную и нечетную: например, $9 = 6+3 = 5+4$. Слово «длина» (μῆκος) указывает на то, что действия производились с геометрическими отрезками.

четное [число] «гетеромекным»[42] в соответствии со значением [этого слова], по привходящему свойству (ἐκ τοῦ κατασυμβεβηκότος), поскольку при делении оно производит только одну какую-либо (τὸ ἕτερον) длину числа[43], а нечетное, в противоположность этому — «амфимекным» (ἀμφιμήκη)[44], поскольку [при делении] оно представляет обе [длины] одновременно. В ряду натуральных чисел (ἐν τῇ φυσικῇ τοῦ ἀριθμοῦ ἐκθέσει) [четные и нечетные числа] могут определяться одно через другое: четное [число] — [то], что отличается от нечетного на единицу в обе стороны, а нечетное — [то, что отличается] от четного на тот же самый [интервал][45].

Каждый из двух родов [чисел] образуется (εἰδοποιεῖται) либо особым [для тех или других] способом, либо по привходящим свойствам (συμβεβηκότως). <13> Четное [число] особым образом [формируется] двойкой, а по привходящим свойствам — также единицей, поскольку единица всегда укладывается в него, будучи умноженной на два, как беспримесно, так и в соединении [с другим мно-

[42] Никомах и Ямвлих называют гетеромекным, или неравносторонним, не всякое четное число, а лишь такое, множители которого разнятся между собой на единицу (см. выше, примеч. 32). В пифагорейской традиции, как гласит схолия в рукописи, любое четное число называлось гетеромекным: ὅτι ἑτερομήκη τὸν ἄρτιον ἐκάλουν οἱ Πυθαγόρειοι, ἀμφιμήκη δὲ τὸν περισσόν (*Scholia in Iamblichum*, 12. 17) — «пифагорейцы называли четное [число] гетеромекным, а нечетное — амфимекным».

[43] Четную или нечетную. Слово «длина» — составная часть композита ἑτερομήκης (ἕτερος «один из двух» + μῆκος «длина»).

[44] Композит «амфимекный» (ἀμφιμήκης — из ἀμφι- *приставка со значением обоюдности* + μῆκος: «длина») как математический термин, по TLG, встречается только у Ямвлиха.

[45] «Если определять одно через другое, то нечетное число есть такое, которое отличается от четного на единицу в обе стороны, как по увеличению, так и по уменьшению; и четное число также есть такое, которое отличается от нечетного на единицу в обе стороны, как по увеличению, так и по уменьшению» (Никомах. *Арифметика*, I. 7, 5).

жителем] (συνδιαφόρως)[46], как в чистом виде, так и в сумме с любым другим однородным числом; нечетное, напротив, специальным образом измеряется с помощью единицы, [содержащейся в нем] нечетное число раз, а по привходящим свойствам — с помощью двойки, однако не самой по себе, а в сумме с единицей.

[О целых числах и частях числа]

Единица, которая является видообразующей (εἰδοποιὸς) для нечетных чисел, занимает среди них всех исключительное место, поскольку не делится на неравные [части]; двойка же [отличается] от четных [чисел] тем, что [делится только] на равные [части]. Поэтому пифагорейцы называют <единицу> Атропой и Аполлоном и другими подобными [именами], а двойку — соответственно Исидой и Артемидой. Из-за того, что единица по природе неделима, она-то и будет являться пределом и ограничением и для [размера], и для [количества]: для размера — потому, что от нее как от целого начинается деление до бесконечности, а для количества — потому, что от нее как от монады таким же образом в обратном направлении простирается увеличение. [От] целого возникает половина, затем третья часть, затем четвертая, пятая и далее по порядку — все бóльшие и бóльшие части, обратно пропорционально увеличению знаменателей; а от монады [возникает] двойка, затем тройка, четверка и дальнейшая прогрессия (προκοπή) до бесконечности[47]. Увеличение [частей] в соответствии со знаменателем порождает возникновение замысловатых «обратных» названий

[46] По TLG, наречие *συνδιαφόρως* встречается только у Ямвлиха.

[47] Единица была неделимой лишь в качестве абстрактного, «умопостигаемого» понятия, в то время как чувственная единица могла делиться на части: «Если ты захочешь делить единицу, математики высмеют тебя и не позволят это делать; если же ты размениваешь единицу на мелкие деньги, они полагают ее обращенной во множество и остерегаются рассматривать единицу не как единое, но состоящее из многих частей» (Платон. *Государство,* 525e).

(ἀντιπαρωνυμίας)[48], поскольку в основании и того, и другого — и размера, и количества — как некое сочленение, лежит единица, <14> словно ставящая преграду и границу между [прямым и] «обратным» названием[49].

Если мы возьмем единицу и начертим от нее, как от угла, две линии в форме буквы Λ и одну из них заполним числами, которые следуют по порядку за единицей, а именно, 2, 3, 4, 5, 6, 7 и так далее, а вторую, начав с наибольшей из частей, т. е. с половины, самой близкой к целому по [своему] размеру, [разобьем] последовательно на ½, ⅓, ¼, ⅕, ⅙, ⅐ и т. д., то мы увидим указанную взаимную пропорциональность в виде природной взаимосвязи и правильно упорядоченного соотношения, наподобие этого (рис. 1).

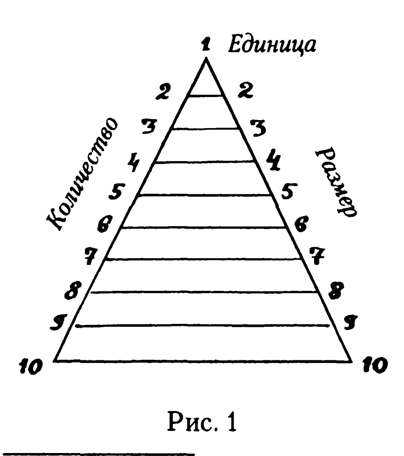


Рис. 1

[48] По TLG, композит ἀντιπαρωνυμία встречается только у Ямвлиха. Речь идет о так называемых «взаимно обратных» числах, произведение которых равно 1.

[49] «Если мы разделим чувственно воспринимаемое тело на части, по количеству оно станет из одного многим, и если каждую часть продолжать делить, все окончится на одном; и если мы далее разделим одно на части, эти части произведут множество, и деление частей снова окончится на одном. Ведь одно не имеет частей и является неделимым. Всякое число при разделе уменьшается и делится на части, меньшие его самого; к примеру, 6 = 3 + 3 = 4 + 2 = 5 + 1. Если среди чувственно воспринимаемых вещей одно делится, оно уменьшается телесно и делится на части, меньшие его самого, но по числу оно увеличивается: ведь одно производит многое. Выходит, что одно является неделимым. Ведь ничто не делится на части, большие его самого. А одно делится на части, которые и больше целого... К примеру, если чувственно воспринимаемую единицу разделить на шесть частей, по числу эти части могут быть и равны целому: 1, 1, 1, 1, 1, 1, и быть больше целого, если разделить ее на 2 и 4, ведь числа 2 и 4 больше одного. И в качестве числа единица неделима» (Теон, 18–19).

При делении целого на две части [каждая из частей] получила соответствующее название — «половина» (ἥμισυ)[50], и таким образом «половина» была сопряжена с [числом] два; в свою очередь, [при делении] на три [части каждая из частей была названа] третьей, [при делении] на четыре [части] — четвертой и т. д. вплоть до сотой, тысячной и десятитысячной части. Отсюда с необходимостью вытекает (παρεισβιάζεται)[51] возможность деления [целого] до бесконечности, из-за того, что увеличение [знаменателя] соответственно может продолжаться до бесконечности. И еще: как дважды один — два, так и один напополам — половина; и как дважды два — четыре, так и половина напополам — четвертая часть; и как дважды два, умноженное на два — восемь, так и половина напополам, деленная надвое — одна восьмая; и как дважды три — шесть, так половина от третьей части — одна шестая. И каждый раз, какое бы число мы ни взяли с каждой стороны, отношение остается одним и тем же, и сколько бы ни прибавилось к каждому из чисел в прямом порядке, столько же всегда обнаружится и у соответствующих частей обратно пропорционально. Для дальнейшего изложения будет полезно <15> предварительно отметить следующее: из всех дробных частей, соименных всем числам, только «половина» соотносится с числом два на деле, но не по названию; это упущено в языке, как и многое другое.

[О возникновении нечетных и четных чисел]

Нечетное [число] происходит от единицы с помощью неделимого сложения [чисел], но не путем суммирования [их] по порядку (σωρηδόν), а с помощью сочетания по два (κατὰ συνδυασμόν), которое иногда называют «парным»

[50] Приставка ἡμι- означает «наполовину».

[51] По TLG, глагол παρεισβιάζομαι встречается только у Ямвлиха.

(συζυγικήν)[52], а именно: сначала [берется] единица, затем 1 + 2, затем опять же 3 + 2, и снова 3 + 4, и так далее подобным же образом. Четное [число происходит от единицы с помощью сложения чисел] путем [их] взаимного чередования (κατ' ἐμπλοκήν), например: 1 + 3, 2 + 4, 3 + 5, 4 + 6 и так далее. Двойка, являясь видообразующей для четного [числа] и [представляя собой его] первоначальный элемент, [в этой последовательности] пропускается, поскольку она не является четным числом в действительности. Или, иначе, [четное число возникает] путем удвоения каждого числа начиная с единицы, например, дважды один, дважды два, и далее — дважды три, дважды четыре: так становится более ясным упомянутое выше образование четного числа с помощью двойки. [Четные и нечетные числа] могут также возникать друг из друга следующим образом — чтобы подчеркнуть особенность числа: каждое число равняется половине суммы находящихся по обеим сторонам [от него] неоднородных [с ним] чисел[53].

[О среднем арифметическом][54]

А что самое удивительное — это отличительное свойство единицы, доказывающее, что она не является числом. Поскольку [единица] не окружена числами с обеих сторон, но [к ней примыкает число] только с одной стороны, то она является половиной одной только двойки, так что для нее достаточно [быть половиной] одного соседнего [числа]. Таким образом, в ней наблюдаются в возможности все виды

[52] По TLG, прил. συζυγικός встречается только у Ямвлиха. В терминологии пифагорейцев, основанной на многозначности слов, συνδυασμός может означать «спаривание» (ср.: Теон, 103), а гапакс συζυγικός (от сущ. συζυγία «парное сочетание, пара» или «супружество») — соответственно: «супружеский».

[53] «Каждое число есть полусумма стоящих по обе стороны от него» (Никомах. *Арифметика*, I. 8, 1). Например, 5 = (4+6) : 2; 6 = (5+7) : 2 и т. д.

[54] Ср.: Теон, 28–30.

чисел вместе, как четных, так и нечетных, словно в некоем источнике и неделимом корне того и другого [вида], который ни в каком случае не делится [на части], в отличие от всех остальных [чисел]. Ведь те, кто настаивает на делении единицы и прибавляет к ней «половину» от обоих [окружающих ее чисел] как единое и однородное количество, сталкиваются со [следующим] препятствием: в то время как все числа больше [единицы] взаимно пропорционально сопрягаются с помощью соименных названий <16> каждое с противоположной ему частью, [единица] противопоставляется только «целому». И в любом случае возникнет смешение двух основных родов чисел[55], если мы будем утверждать, что нечетное число можно разделить [на две равные части], а тем более, что возможно, в свою очередь, прибавить к [единице] ноль (τὸ οὐδὲν) в качестве половины [следующего за ней] в меньшую сторону [числа]. Нам часто кажется, даже против нашего желания, что [последнее утверждение] допускается [самой] природой [математической] теории, как здесь[56] — из-за того, что единица равна половине суммы обоих окружающих ее [чисел], двойки и нуля, подобно остальным числам, каждое [из которых] является половиной суммы [находящихся] с обеих сторон [от него чисел], так и, [что] тем более очевидно, там[57], поскольку в середине самого первого нечетного квадратного числа, корень которого также нечетный, [а именно числа] 9, т. е. в [числе] 5, обнаруживается логос «Справедливости» (τῆς δικαιοσύνης)[58],

---

[55] Четных и нечетных.

[56] В мире чувственных предметов.

[57] В мире умопостигаемого.

[58] «...в числах пифагорейцы усматривали (так им казалось) много сходного с тем, что существует и возникает, — больше, чем в огне, земле и воде (например, такое-то свойство чисел есть справедливость, а такое-то — душа и ум, другое — удача, и, можно сказать, в каждом из остальных случаев точно так же)...» (Аристотель. *Метафизика*, 985b).

взаимозаменяемый в арифметической пропорции, как [его] определяют пифагорейцы, называя «Справедливостью» способность воздаяния «равного» и «подобающего» (τοῦ ἴσου καὶ προσήκοντος), заключающуюся в середине нечетного квадратного числа[59]. Ведь если [взять] числа, расположенные последовательно от единицы до девятки, то находящаяся в середине пятерка разделит [этот ряд] на [две группы чисел], [и] те [числа], что идут от нее в сторону уменьшения, имеют «недостаток» по сравнению с подобающим [количеством], а те, что идут в сторону увеличения, имеют «избыток», [который] при этом [возрастает] по мере увеличения [числа]: чем ближе к девятке, тем он больше, а чем [ближе] к единице, тем меньше. И каждому [числу] именно по отношению равенства подобает девятая часть от общей суммы всей последовательности [чисел], [то есть] от сорока пяти, которая обнаруживается только здесь, посередине между избытком <17> и недостатком, поскольку оказывается, что и справедливость, и другие добродетели также являются серединой между тем и другим. Поэтому насколько число 9 превосходит [другие числа] и насколько больший избыток оно имеет по сравнению с подобающим [количеством], настолько больший недостаток имеет первое [число]; насколько 8 [превышает подобающее количество], <настолько> 2 [имеет недостаток]; насколько 7 [больше, чем подобает], настолько же и 3 [меньше]; насколько 6 [больше], настолько же и 4 [меньше]. Ведь разность [между числами] тем меньше, чем ближе они находятся к середине [ряда], подобно тому

[59] Речь идет о среднем арифметическом, получающемся в результате деления суммы следующих друг за другом чисел на наибольшее крайнее число. Сумма чисел от 1 до 9 составляет 45. Чтобы все отдельные числа в этой последовательности были *равными* (ἴσοι), они должны составлять 1/9 часть от 45, то есть 5. Терминология пифагорейцев основана на многозначности греческих слов: ἴσος — *букв.* «равный», *перен.* «справедливый»; μέσος — *букв.* «средний», *перен.* «беспристрастный, третейский» (о судье).

как [по мере уравнивания грузов] выравнивается перекладина весов и углы между нею и чашами весов — с одной стороны, и между самой перекладиной и местом [ее] подвешивания — с другой.

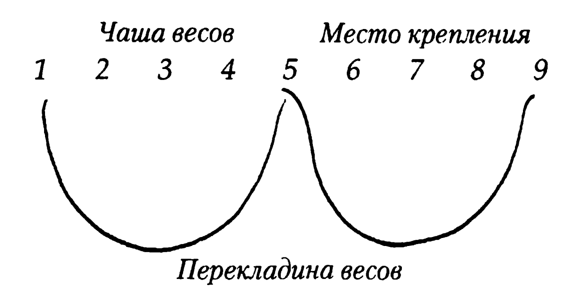


Рис. 2

Что касается среднего [числа] 5, то оно имеет недостаток в той же мере, что и избыток: стало быть, [не имеет] ни того, ни другого.

И это первое доказательство того, что от теории [деления единицы] нет никакой пользы; а ко второму мы перейдем прямо сейчас. Ведь [с этой мыслью] согласуется не только то, что [число] пять по [самой] форме буквы есть половина от 9[60], но и то, что по причине родства [между собой числа], попарно [примыкающие] к нему с обеих сторон, [умноженные сами на себя], по природе имеют одинаковые окончания (ὁμοκατάληκτα ... εἶναι)[61]: девятью девять [оканчивается] так же, как и единожды один, восемью восемь — как дважды два, семью семь — как трижды три, шестью шесть — как четырежды четыре, и только пятью пять [оканчивается] так же, как и оно само.

---

[60] Число 5 обозначается буквенной цифирью ε, число 9 — θ.

[61] По TLG, прил. ὁμοκατάληκτος встречается только у Ямвлиха.

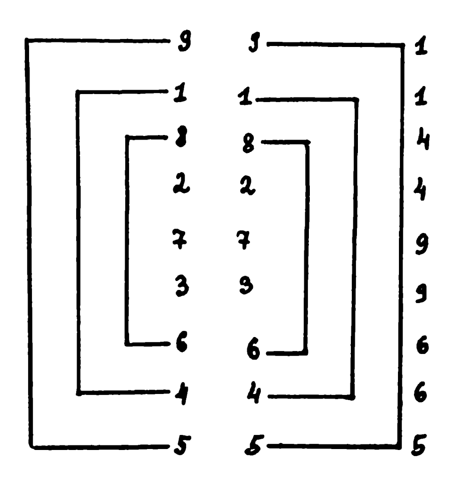


Рис. 3[62]

Кроме того, [одинаково оканчиваются] девятью пять и единожды пять, девятью шесть и единожды четыре, девятью семь и единожды три, девятью восемь и единожды два, <и восемью пять и дважды пять>[63]. И опять же восемью семь [имеет то же окончание], что и дважды три, а восемью шесть — [то же окончание], что и дважды четыре. И семью шесть [оканчивается] так же, как и трижды четыре, <а семью пять — так же, как и трижды пять>. В свою очередь, шестью пять [имеет то же окончание], что и четырежды пять, пусть и не по названию, но по крайней мере по значению (δυνάμει), подобно тому как половина <18> соответствует числу два по значению, но не по названию, о чем мы говорили [выше].

[62] Здесь мы видим по центру перемножаемые числа, а справа — конечные цифры в обозначении их квадратов.

[63] Вставка в угловых скобках принадлежит издателю: καὶ τὸ ὀκτάκις ε′ τῷ δὶς ε′. Произведение 8 × 5 обозначалось литерой μ = 40, а произведение 2 × 5 — литерой ι = 10; стало быть, в записи буквенной цифирью они не имели одинаковых окончаний (ср. ниже о соответствии произведения 6 × 5 произведению 4 × 5).

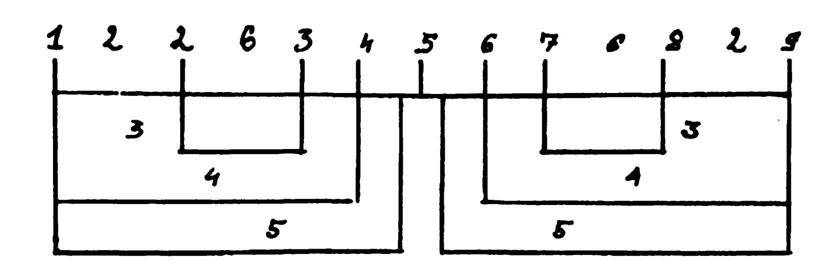


Рис. 4

Если же мы, как справедливые судьи, воздавая [каждому числу] равное и подобающее, будем отнимать [избыток] у тех [чисел], которые его имеют, и отдавать тем, которым его недостает, то [мы будем делать это] не случайным образом, отняв [избыток] у любого встретившегося [числа] и отдав [его] первому попавшемуся [числу], но по той же самой пропорции, пользуясь пятеркой в качестве угольника и отвеса (γνώμονι ... καὶ οἷον κανόνι)[64], не превышающих меру и не преуменьшающих [ее]. Ведь только это число по справедливости имеет собственную полноту.

Так, если мы отнимем от девяти пятое от него [по порядку число] и прибавим [его] к 1, то [число], имеющее самый большой избыток, сравняется с [числом], имеющим самый большой недостаток; пятое [число] от 9 — это четыре, поскольку [порядок таков]: 8, 7, 6, 5, 4. В свою очередь, от 8 отнимем 3 и прибавим [его] к 2: ведь 3 — пятое [число] от 8. И если мы от 7 отнимем пятое от него [число] — 2 и прибавим [его] к трем, то [эти числа] сравняются. И далее, если от 6 отнимем пятое от него [число] — один, и прибавим [его] к 4, то [эти числа] будут равны. А если мы отнимем от пяти ноль, поскольку пятое [число] от него — ноль, и прибавим к нему [ноль], то оно будет равно самому себе.

[64] Устойчивое выражение для обозначения точных измерительных инструментов, критерия, эталона. Перевод приблизительный, так как значения слов γνώμων и κανών во многом пересекаются.

Таким образом, умопостигаемое [число], меньшее [единицы], [а именно] ноль, поскольку единица неделима, во всем сохраняет пропорциональность в отношении единицы, лучше, чем половина, о которой говорили те, [кто настаивал на делении единицы]: как оказалось, единица также равна половине суммы [чисел], [находящихся] по обе стороны [от нее]: ведь половина от суммы двух и ноля — один. При этом само название «ноль» (τὸ οὐδὲν)[65] <19> яснейшим образом показывает нам, что единица по природе есть наименьшее и неделимое [число]: ведь ноль при делении [на него] лишает [число] всякой сущности, что́ невозможно было бы представить, если бы существовала половина или третья часть или [другие] подобные части [единицы]. Нужно ли добавлять, что единица, умножая любое число, не преступает его пределы, как и сама она, умноженная на себя, не выходит за свои пределы, являясь словно бы границей между числом вообще и нулем? Ведь [число], умноженное либо само на себя, либо на другое [число], не устанавливает отношение ни в том, ни в другом [числе], но всегда порождает нечто третье, тогда как [ноль], [даже] если кажется, что он умножается сам на себя или на другое [число], никогда не выйдет за свои пределы: ведь как ноль, умноженный на ноль [дает ноль], так и ноль, умноженный на 9, [дает] ноль и никоим образом не 9. Точно так же [дело обстоит] и с другими [числами]. А единица, как средняя между тем и другим, если умножает [себя] на другое [число], то оставляет отношение в этом [числе]; если же [умножает себя] на себя саму — то [оставляет отношение] в себе. К вышесказанному следует добавить, что прогрессия (προκοπὴ) противоположна (ἀντιπεριίσταται) [последовательному] уменьшению [членов] (ὑποβάσει), а последовательное уменьшение — прогрессии. В самом деле, единожды девять — девять: отношение в крайних [членах] осталось [тем же]. И дважды 9 — 18: [то

[65] Букв.: «ничто».

же] отношение перешло ко вторым крайним [членам], и так далее.

Отложим на другое время более полное исследование того, как при расположении [последовательных] чисел [от 1 до 5] не в ряд, а в виде четырехугольника возникает не меньше подобных свойств, «по природе, но не по закону», как где-то говорит Филолай, и [как число] пять и в этом случае также оказывается средним то в одном, то в другом из трех рядов, и лишь те [числа], которые находятся рядом с ним по <20> длине, ширине и диагонали, получают подобающее [количество], а те, что не являются таковыми, имеют избыток и недостаток, и притом не случайным образом, а согласно некоторому обратно пропорциональному отношению (κατά τινα ἀνάλογον ἀντιπεπόνθησιν)[66]. А теперь, оставив полное рассуждение об этих вопросах специальному [трактату] о справедливости, двинемся дальше.

[О видах четных чисел]

Согласно дальнейшему подразделению четных [чисел], одни [из них] являются четно-четными, а другие, противоположные им — четно-нечетными, подобно крайним [членам]; средними же между ними и как бы общими для тех и других являются нечетно-четные [числа][67]. Не понимая

---

[66] В таблице представлены последовательные числа от 1 до 9 (в нижнем ряду справа налево, в верхнем — слева направо) и справа от каждого — оно же, умноженное на 5. Числа 5 и 25, расположенные в среднем ряду, являются половиной суммы чисел, находящихся выше и ниже в том же столбце, а число 25 является средним арифметическим последовательности чисел от 1 до 9, умноженных на 5 (5 + 10 + 15 ... + 45 = 225; 225 : 9 = 25).

6	30	**7**	35	**8**	40	**9**	45
5	25	5	25	5	25	5	25
4	20	**3**	15	**2**	10	**1**	5

[67] «Нечетно-четное число представляет собой третий вид четного числа, который соотносится с обоими рассмотренными выше видами как

этого, последователи Евклида смешивают [два последних вида чисел в один], полагая, что нечетно-четное [число] есть [то же самое, что и] четно-нечетное[68]; как будет показано далее, их суждение в данном, безусловно, тонком вопросе совершенно неправильно.

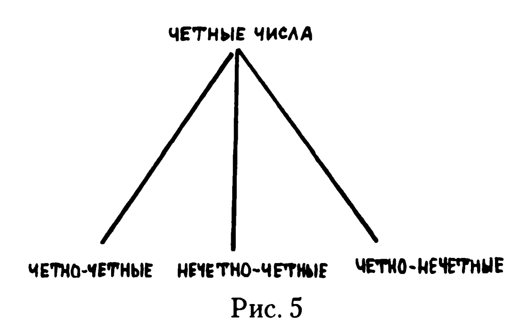


Рис. 5

[О четно-четных числах][69]

Четно-четное — это [такое] число, половины которого, и половины половин, и [половины] тех [половин] и так далее вплоть до единицы всегда четные, так что это [число] и только оно одно четным числом измеряется четное число раз. Если же какое-либо число к тому же будет измеряться четным числом еще и нечетное число раз, оно не будет тем [числом], о котором идет речь, а будет принадлежать одному из двух других видов чисел. Так что и в этом случае Евклид снова ошибается, давая следующее определение: «четно-четное число есть четным числом измеряемое

средний член с двумя крайними, ведь в одном отношении оно подобно четно-четному числу, а в другом — четно-нечетному; и в чем оно отличается от одного, в том сходится с другим, а в чем сходится с одним, в том отличается от другого» (Никомах. *Арифметика,* I. 10, 1).

[68] «Если число не будет из получаемых удвоением от двойки и не имеет нечетную половину, то оно будет и четно-четным и четно-нечетным» (Евклид, IX, предл. 34).

[69] См.: Никомах. *Арифметика,* I. 8.

четное число раз»[70]. Возьмем, например, число 24, которое измеряется четным числом 6 четыре раза и [четным числом] 4 — шесть раз, и другие подобные [числа], [измеряемые] таким же образом: они не являются четно-четными <21> даже по определению [Евклида]; дополнительное свойство [четно-четного числа] — то, что как оно само способно делиться на два, так и его части, и части частей, и так далее вплоть до неделимой по природе единицы. Как представляется, [четно-четное число] получило это название не только потому, что оно измеряется четным числом четное число раз, но и [потому, что] какая бы из его частей ни была взята, она будет четной по названию[71]. И опять же заключающееся в каждой из [его] частей значение (ἡ … δύναμις), т. е. [содержащиеся в ней] единицы, и само таким же образом будет четным[72]. Возникает же оно путем пропорционального увеличения [чисел] в двукратном отношении от единицы до бесконечности[73].

И если будет дан ряд последовательных четно-четных чисел с нечетным числом членов начиная от корня до среднего [члена], то его крайние [члены] будут взаимно противопоставлены друг другу по названию, [как] и те, что следуют за ними, и все последующие, вплоть до тех, которые находятся по обеим сторонам от среднего [члена] (μέχρι τῶν παραμέσων), так что произведение каждой пары будет равно среднему [члену], умноженному на самого себя, поскольку только его название соответствует себе самому (παρωνύμως

[70] Евклид, VII, опр. 8.

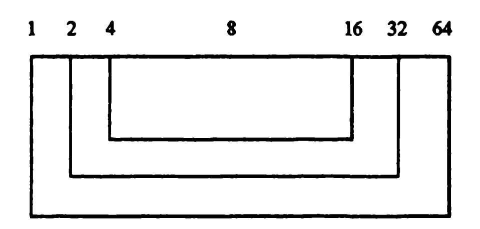
[71] ½, ¼, ⅙ и т. д., т. е. с четным числом в знаменателе.

[72] «И всякая доля, получающаяся в этой последовательности делений, всегда будет сама и четно-четной по имени, и четно-четной по значению» (Никомах. *Арифметика,* I. 8, 6).

[73] «Из чисел, получаемых удвоением от двойки, каждое будет только четно-четным» (Евклид, IX, опр. 32). Речь идет о степенях двойки (кроме первого шага 1 × 2): 2, 4, 8, 16, 32, 64 и т. д.

ἀνθυπήκουεν αὐτῇ)[74]. Если же [дан ряд последовательных четно-четных чисел] с четным числом членов, то отношение разделится между двумя средними [членами], взаимно противопоставленными друг другу по названию, так что их произведение будет равно произведению [членов], находящихся по обеим сторонам от них, всегда в строгом порядке вплоть до крайних [членов][75]. Разность же между бо́льшим и меньшим [четно-четным числом] в порядке [их] возник-

[74] «Если же последовательность образована нечетным числом членов, например семью, и мы имеем дело с числом 64, то в ней обязательно будет иметься средний член, что соответствует природе нечетного; и этот член будет соотноситься с самим собой, потому что у него нет пары, а те, что стоят по обе стороны от него, будут соответствовать друг другу, вплоть до завершения у противоположных краев. Так, единица будет шестьдесят четвертой долей, целое же будет содержать 64 единицы; и 32 будет половиной, а тридцать второй долей будет 2; и четвертой долей будет 16, а шестнадцатой долей будет 4; а 8 будет восьмой долей, которой ничто не противоположно» (Никомах. *Арифметика*, I. 8, 11). На схеме:

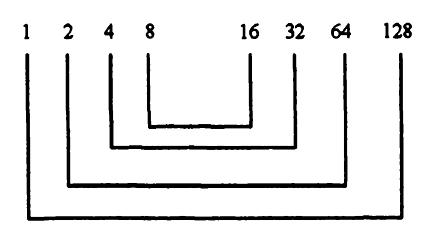


[75] «Пусть имеется четное число членов, полученных удвоением, начиная с единицы; между ними не найдется одного среднего, но все они будут браться по два, так что будут соотноситься и заменять друг друга доли и значения, значения и доли; и эти пары будут следовать по порядку, начиная от тех двух, что стоят рядом с двумя средними, потом следующие два по обе стороны, и так вплоть до крайних членов, у которых целое будет соответствовать единице и единица целому. К примеру, если мы возьмем 128 за наибольшее, то число членов будет подходящим, поскольку оно равно восьми; и [средних] будет два, 8 и 16; и они будут соответствовать друг другу как доли, потому что для целого числа 128 восьмой долей будет 16 и шестнадцатой долей будет 8. Двигаясь в обоих направлениях, мы найдем, что четвертой долей будет 32 и тридцать второй долей будет 4; и половиной будет 64, а шестьдесят четвертой долей будет 2; и, наконец, крайняя единица будет сто

новения всегда равна меньшему [числу][76], так что из этого наподобие треугольника образуются и разности [самих чисел] и, в свою очередь, разности [их] разностей, и так далее, до тех пор, покуда [число] способно заключать в себе свое отношение.

При последовательном сложении (κατὰ σύνθεσιν ... τὴν σωρηδὸν) следующих друг за другом [четно-четных чисел начиная с единицы] всегда возникает нечетное число[77], которое далее будет полезно для нас при построении совершенных [чисел]. [В ряду последовательных четно-четных чисел начиная с единицы каждое] следующее [число] <22> будет на единицу больше [суммы всех предыдущих][78], в то время как все следующие друг за другом [числа] по своему роду четные: ведь это последовательность именно [четных чисел]. А с прибавлением единицы всякое четное число обязательно становится нечетным[79]. И все случаи пропорциональных последовательностей подтверждают, что единица

двадцать восьмой долей, целое же будет содержать 128 единиц» (Там же, I. 8, 10). На схеме:



[76] Например, в последовательности четно-четных чисел 4, 8, 16 разность между 16 и 8 — 8, между 8 и 4 — 4.

[77] Например, 1 + 2 = 3; 1 + 2 + 4 = 5; 1+ 2 + 4 + 8 = 13 и т. д.

[78] Например, 4 на единицу больше, чем 1 + 2; 8 на единицу больше, чем 1+ 2 + 4; 16 на единицу больше, чем 1+ 2 + 4 + 8 и т. д.

[79] «Всем им также присуще то, что, будучи последовательно сложенными вместе, они оказываются равными следующему за ними числу за вычетом единицы, так что их сумма обязательно будет нечетным числом: ведь всегда то, что вместе с единицей равно четному, само является нечетным» (Там же, I. 8, 12).

остается неделимой по природе: ведь только она придает наибольшему члену [последовательности] название, противоречащее [названию] суммы [всех предыдущих членов][80].

[О четно-нечетных числах][81]

Четно-нечетное [число] есть [такое], которое, хотя само и делится на две равные части согласно общему [роду], но не имеет делимых далее частей, поскольку каждая из них сразу же [после первого деления] является нечетной[82]; отсюда оно и получило [свое] название, потому что, являясь [само по себе] четным, оно сразу же [после первого деления] производит нечетные наибольшие доли, — или, скорее, потому, что значения содержащихся [в нем] частей противоречит их названиям: четные [значения противоречат] нечетным названиям, а нечетные [значения] — четным названиям[83]. И не только поэтому говорится, что [четно-нечетное число] противоположно первому виду четных чисел, но и потому, что [у четно-нечетных чисел] наибольший член может делиться [пополам] только один раз, будучи неопределенным и каждый раз другим, а [у четно-четных чисел] не может [далее]

---

[80] Четность членов ряда противоречит нечетности их суммы, которая достигается благодаря стоящей в начале ряда единице.

[81] См.: Никомах. *Арифметика,* I. 9.

[82] «Такое число хотя и допускает разделение на две равные половины в соответствии со своим общим родом, однако его половины уже не делятся пополам; таковы числа 6, 10, 14, 18, 22, 26, и подобные им, ведь после того, как они разделены пополам, их половины пополам уже не делятся» (Там же, I. 9, 1).

[83] «Присущее всем этим числам свойство состоит в том, что, какая бы доля у них не имелась, она будет разноименна с ее значением, и количество в каждой доле будет разноименно с самой долей, и значение доли и имя доли никоим образом не будут относиться к одному роду. К примеру, рассмотрим число 18; его половиной, четной по имени, является число 9, нечетное по значению; и опять, его третьей долей, нечетной по имени, является число 6, четное по значению; и так попеременно шестой долей будет 3 и девятой долей будет 2; и другие числа будут иметь это же свойство» (Там же).

делиться только наименьший [член], будучи определенным и всякий раз одним и тем же[84]. Возникают же [четно-нечетные числа] с помощью умножения [следующих] по порядку нечетных чисел в два раза, так что, поскольку [их] гномоны[85] разнятся друг от друга на два и увеличиваются также в два раза, разность между получающимися в результате последовательными [четно-нечетными числами] будет составлять четверку: ведь дважды два — [4]. И если мы начнем [производить четно-нечетные числа] от [первого] в возможности нечетного числа [1], то четно-нечетное в возможности число составит два; если же от [первого] в действительности [нечетного числа] три, то [получится четно-нечетное] в действительности [число] 6. Такие [числа] в натуральном ряду чисел будут образовываться с помощью двойки, пропускать тройку, <23> разниться [между собой] на четверку и находится на пятом месте друг от друга[86].

1	3	5	7	9	11	13	15
2	6	10	14	18	22	26	30

Рис. 6

Очевидно, что «непрерывное», т. е. размер, противоположно «разделенному», т. е. количеству, а поскольку предыдущий вид [четных чисел] использовал прогрессию «размера», то этот [вид] будет использовать прогрессию

[84] «И говорят, что они по своим свойствам противоположны четно-четным числам, потому что у этих только наибольший член делится пополам, а у тех только наименьший не делится» (Там же, I. 9, 6).

[85] Гномоны — нечетные числа, от которых образуются четно-нечетные числа.

[86] Соотношение последовательных нечетных (1-й ряд), натуральных (2-й ряд) и четно-нечетных чисел (3-й ряд):

3				5				7				9				11				13
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
6				10				14				18				22				26

количества[87], поскольку он противоположен первому. И в последовательности из четного числа [членов] в арифметической прогрессии (κατ' ἀριθμητικὴν μεσότητα) сумма крайних [членов] равна [сумме] средних, а в последовательности из нечетного числа [членов] — удвоенному среднему [члену]: т. е. [сумма крайних членов] в два раза больше, чем [средний член][88]. Этим свойством обладают и четно-четные числа в геометрической прогрессии: произведение крайних [членов] и взаимные произведения следующих за ними [членов] вплоть до среднего равны среднему [члену], умноженному на себя, или двум средним [членам], перемноженным между собой, как и крайние [члены], — разумеется, если речь идет о последовательности с четным числом [членов]. Отличительная особенность этого вида [чисел], противоположная предыдущему [виду], в том, что они измеряются либо только четным числом нечетное число раз, либо, наоборот, нечетным числом — четное число раз.

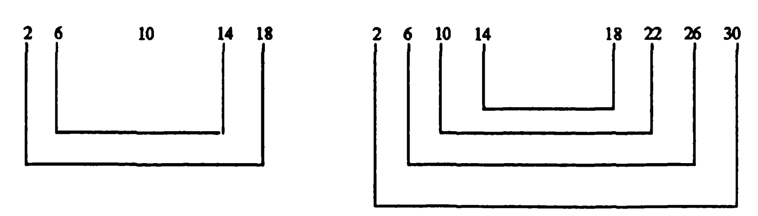
[О нечетно-четных числах][89]

Поскольку в этом вопросе наиболее ясно видна ошибка Евклида, который не различает четно-нечетные и нечетно-четные числа и первые из них не противопоставляет четно-четным числам, а вторые считает смешением их обоих, расскажем яснее о третьем [виде четных чисел], сначала процитировав высказывание о них самого Евклида. Он го-

---

[87] Речь идет о геометрической и арифметической прогрессиях.

[88] На схеме:



[89] См.: Никомах. *Арифметика,* I. 10.

ворит следующее: «четно-нечетное число есть четным <24> числом измеряемое нечетное число раз»[90]. Но такое [число] может быть и нечетно-четным, если оно измеряется нечетным числом четное число раз, как, например, 6: если мы говорим «дважды три», то оно четно-нечетное, а если «трижды два», то нечетно-четное. Очень наивно. К тому же и в третьей [книге] *Арифметики* (ἐν τῷ τρίτῳ τῶν ἀριθμητικῶν)[91] он смешивает три [вида четных чисел] в один, видимо, подчиняясь смыслу названия. Он говорит: «Если четное число имеет нечетную половину, то оно есть четно-нечетное число и нечетно-четное»[92], очевидно, повторяя то же самое, что и выше. Затем он добавляет: «Если четное число не имеет нечетной половины и не принадлежит [к числам], которые [образуются] от единицы с помощью удвоения, то оно как раз и есть и четно-четное, и четно-нечетное, и нечетно-четное»[93].

И это слова Евклида. Для нас же предпочтительнее говорить о третьем виде [четных чисел], который образуется и формируется из обоих [первых видов] вместе и получает [из них же] привходящие свойства. Их смешение (κρᾶμα) присутствует и в [его] определении: ведь одно и то же [нечетно-четное число] может измеряться как четным числом четное число раз, так и четным числом нечетное число раз, что не свойственно одновременно ни одному из двух предыдущих [видов чисел], поскольку каждому из них [свойственно] только либо одно, либо другое. [Третий вид] получил от четно-четного числа [свойство] разделяться на много частей один раз, а от четно-нечетного — [свойство] не доходить

[90] Евклид, VII, опр. 9.

[91] Имеется в виду IX книга *Начал*, поскольку «арифметике» посвящены VII–IX книги.

[92] «Если число имеет нечетную половину, то оно будет только четно-нечетным» (Евклид, IX, предл. 33).

[93] «Если число не будет из получаемых удвоением от двойки и не имеет нечетную половину, то оно будет и четно-четным и четно-нечетным» (Евклид, IX, предл. 34).

[в делении] до единицы. Противоположность значений частей [их] названиям объединяет его со вторым [видом], а то, что [названия] вместе с тем соответствуют [значениям], не отличает [его] от первого [вида][94]. И поскольку [его] больший крайний [член] делится [пополам] более, чем один раз, с этой стороны он походит <25> на тот [вид], который [делится] вплоть до единицы, отличаясь от того, что делится пополам только один раз; а то, что он имеет и другие делимые [части], помимо наименьшей, в то же время отличает его от того [вида, который делится пополам только один раз], и сближает с противоположным [видом]. Возникновение его смешанное из обоих [видов]. Нужно расположить в ряд все гномоны четно-нечетного числа начиная с тройки и далее, а [также] четно-четные числа и гномоны[95] начиная с четверки, и [затем], [начав] с любого ряда — ведь [это] безразлично — умножать первое число первого ряда на каждое число [второго ряда] сколь угодно долго, затем — второе [число первого ряда] снова на те же самые [числа], и после этого третье [число], затем опять же четвертое, и [так далее] до бесконечности. И если умножать гномоны тех чисел, которые способны делиться [пополам только] один раз, на [числа] другого [ряда], то сначала будут возникать [числа], отличающиеся друг от друга на восьмерку, полученные путем перемножения четных и нечетных [чисел]; [это] нечетно-четные [числа], расположенные в правильном порядке, [возникающие] <от> правильно упорядоченных [гномо-

[94] «И далее, у них имеются доли, не противоположные по имени значению и не разнородные с ним, как это было у четно-четных чисел; но у них всегда есть и другие доли, противоположные по имени значению и разнородные с ним, как это было у четно-нечетных чисел. Так, в числе 24 следующие доли по имени не противоположны значению: четверть 6, половина 12, шестая 4, двенадцатая 2; противоположны же треть 8, восьмая доля 3, двадцать четвертая доля 1; и так же в прочих числах» (Никомах. *Арифметика,* I. 10, 5).

[95] В рукописи испорченное место: ἀρτιάκις ἀρτίους αὐτοὺς ἐπὶ ἑαυτῶν καὶ γνώμονες.

нов][96]. Затем в другом ряду [появятся числа], превосходящие эти [числа] в двукратном отношении, а первоначальные [числа] — четырехкратно, поскольку они отличаются от тех [чисел], [что были изначально], в четыре раза, а от тех, что [находятся] перед ними — с необходимостью в два раза, и это будет обнаруживаться пропорционально по всей длине [рядов][97]. Если же, наоборот, умножить [гномоны] четно-нечетных [чисел] на [гномоны] четно-четных, то получится тот же результат, но длина и ширина поменяются местами, как бы сменив друг друга. А чтобы яснее обнаружить, что Евклид этого не знал, следует наблюдать <26> в продолжающихся рядах по длине и ширине свойства обоих [видов], существующие одновременно только в этом [виде], словно в их смешении. [По длине] он следует геометрической прогрессии подобно четно-четному [числу], так как произведение крайних [членов] равно среднему [члену], умноженному на себя, или же произведению [двух] средних членов, в зависимости от [нечетного или четного] числа [членов] в прогрессии, а [по ширине] — арифметической, так как сумма крайних [членов] равна удвоенному среднему [члену] или же сумме [двух] средних [членов][98].

[96] В рукописи испорченное место: ἐπίπλαστος περισσάρτιοι εὔτακτοι εὐτάκτων.

[97] Возникновение нечетно-четных чисел:

Длина

Ширина

Нечетные числа	3	5	7	9	11	13
Четно-четные числа	4	8	16	32	64	128
Нечетно-четные числа	12	24	48	96	192	384
	20	40	80	160	320	640
	28	56	112	224	448	896
	36	72	144	288	576	1152
	44	88	176	352	704	1408

[98] По Евклиду, числа делятся на четные и нечетные, причем один вид исключает другой, т. е. число не может принадлежать к первому и второму виду одновременно. Четные числа, в свою очередь, делятся на четно-четные (A') и четно-нечетные (A''), причем множества A' и A'' уже не

АРИФМЕТИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ

ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ПРОГРЕССИЯ

3	5	7	9	11
12	20	28	36	44
24	40	56	72	88
48	80	112	144	176
96	160	224	288	352

Рис. 7

Так этот [вид чисел] во всем показывает общность с каждым из двух [других видов], — хотя предыдущие виды четного [числа] противоположны друг другу, — словно их по-

исключают друг друга, т. е. существуют числа вида *A*′, принадлежащие виду *A*″, и наоборот. Например, число 12 — четно-четное, так как при делении на четное число 2 оно даёт также четное число 6, но вместе с тем и четно-нечетное, так как при делении на четное число 4 оно дает нечетное число 3. Таким образом, четные числа можно разделить на три класса А, В, С, уже исключающие друг друга: 1) только четно-четные; 2) только четно-нечетные; 3) четно-четные и вместе с тем четно-нечетные. Некоторые комментаторы считали, что в определениях 9 и 10 произошел пропуск слова «только». Но предложения 32, 33, 34 книги IX ясно показывают, что эти классы чисел понимаются Евклидом именно в разъясненном смысле (см.: «Начала» Евклида. Книги VII–X / перевод с греческого и комментарии Д. Д. Мордухай-Болтовского при редакционном участии И. Н. Веселовского. М.; Л., 1949. С. 267).

томок, не во всем отличающийся от каждого из них и не во всем являющийся тем же, [что и они].

Стало быть, нужно улучшить определения Евклида и сказать, что [число], только четным числом умножаемое нечетное число раз — четно-нечетное, а нечетно-четное [число] с необходимостью заключает в себе уже не только какой-то один [вид четного числа], но оба [вида]: оно не является ни одним из двух [видов], а [представляет собой] разумное смешение обоих, отличаясь от каждого из них причастностью к другому[99].

[О «первых» и несоставных нечетных числах][100]

Нечетные числа, далее, подразделяются на [два вида]: [1] «первые» (πρῶτον) и несоставные и [2] «вторые» (δεύτερον)[101] и составные. Иными словами, если [число] является первым само по себе, то оно тем самым [оказывается] первым и несоставным и в отношении к другому [числу], а если оно само по себе второе, то из этого с необходимостью [следует, что] оно второе также в отношении другого. Это означает, что [нечетные числа] могут быть либо первыми в отношении другого, либо вторыми и составными [и сами по себе], и в отношении другого.

«Первым» и несоставным числом является [такое] нечетное [число], которое <27> измеряется полностью только единицей и больше никакой другой мерой[102]. Такое [число] увеличивается [только] в одном измерении, поэтому неко-

[99] Говоря современным языком: четно-четные числа сводятся к формуле 2^n (где n — любое натуральное число >1); четно-нечетное число сводится к формуле 2a (где a — любое нечетное число); нечетно-четное — к формуле $2^n \cdot a$. — *Примеч. ред.*

[100] См.: Никомах. *Арифметика*, I. 9.

[101] В переводе *Начал* Евклида используется термин «первое число», в переводах А. И. Щетникова — «первое» и «первичное число», в современной математике — «простое число».

[102] «Первое число есть измеряемое только единицей» (Евклид, VII, опр. 13).

торые [математики] называют его «измеряющим прямую» (εὐθυμετρικόν), а Тимарид [именует его] также «прямолинейным» (εὐθυγραμμικόν)[103]: ведь оно не имеет ширины в протяжении, простираясь только в одном [направлении]. Его отличительное свойство — то, что оно не содержит в себе какой-либо иной части, за исключением соименной ему, величина которой с необходимостью — единица[104]. «Первым» же оно называется не только потому, что его мера — единица и более никакое число, а единица — самая первая [в ряду чисел] и элемент числа, но и потому, что невозможно обнаружить какое-либо меньшее, чем оно, [число], которое, будучи собранием единиц, являлось бы его множителем. Очевидно, что это — «первое» [число], поскольку оно представляет собой множитель других [чисел]. Несоставным же [оно называется] потому, что его невозможно разложить на числа, равные друг другу, из чего ясно, что оно не составлено из таких [чисел].

[О «вторых» и составных нечетных числах][105]

«Второе» и составное [нечетное число] — это [число], имеющее, в противоположность тому [числу], о котором говорилось [выше], помимо соименной [себе части], [еще] одну часть или несколько [частей], а также [иную] меру, кроме единицы, точно так же или одну, или несколько[106]. Та-

---

[103] Εὐθυγραμμικός — от εὐθύς «прямой» + γραμμή «линия».

[104] «Первыми вообще и несоставными называются те, которые измеряются не числом, но одной лишь единицей, каковы 3, 5, 7, 11, 13, 17 и подобные им. Их называют также линейными и измеряющими прямую, потому что длины и линии рассматриваются в теории как одномерные. О них же говорится как о нечетно-нечетных. Тем самым они называются пятью именами: первые, несоставные, линейные, измеряющие прямую, нечетно-нечетные. И они измеряются только единицей» (Теон, 23).

[105] См.: Никомах. *Арифметика,* I. 12.

[106] «Составное число есть измеряемое некоторым числом» (Евклид, VII, опр. 14); «Составными называются числа, которые измеряются числами меньшими, нежели они сами» (Теон, 24).

кое [число], вдобавок к линейному измерению, будет иметь измерение еще и на плоскости (ἐπιπεδωθήσεται), принимая либо форму квадрата (τετραγωνικῶς), если у него будет одна часть, кроме соименной [ему][107], либо форму параллелограмма (παραλληλογράμμως), если в его составе будут две части, взаимно согласующиеся друг с другом во всем, кроме разности сторон[108]. В обоих [видах] многократного [числа] может оказаться и большее количество [частей], при этом последовательность [их множителей] будет состоять из нечетного числа членов (περισσάκις γενομένης τῆς ἐκθέσεως), вплоть до первоначальных [чисел]. <28> «Вторым» же оно называется потому, что измеряется, кроме единицы, еще какой-то второй мерой или несколькими [мерами] и в ряду многократных чисел никогда не помещается первым, но занимает место пропорционально после первого или первых [чисел]; а составным — потому, что может разлагаться на равные числа, из чего ясно, что оно и составлено из таких [чисел].

[О подразделении «вторых» и составных нечетных чисел][109]

Вернемся снова к началу. [Нечетные числа] второго вида [подразделяются следующим образом]: [1] вторые и составные как сами по себе, так и в отношении другого [числа], например, 9 к 15 или [9 к] 21; [2] сами по себе вторые, а в отношении другого первые, например, 9 к 25 или [9 к] 35: ведь сами по себе они имеют, кроме единицы, [также] и другие множители, а в отношении друг друга — только [единицу]. Следует отвергнуть [мнение тех], кто утверждает обратное, [а именно,] что существует некое [число], само по себе первое

[107] Таковы, например, числа 9 = 3 × 3, 25 = 5 × 5, 81 = 9 × 9 и т. д.

[108] «Паралеллограммическое число есть такое, у которого одна сторона превосходит другую на две единицы» (Там же, 27–28). Таковы числа 15 = 3 × 5, 21 = 5 × 7, 63 = 7 × 9 и т. д.

[109] См.: Никомах. *Арифметика,* I. 13, 1.

и несоставное, а в отношении другого — второе и составное: они ошибаются, поскольку сравнивают с измеряемым саму меру и не видят, что недостает общей меры, отличающейся как от единицы, так и от каждого из них. В случае, если то или иное [число вторично] в отношении другого [числа], оно будет вторым и само по себе, и в отношении другого [числа]. Может быть и наоборот: число, являющееся вторым само по себе, не обязательно будет вторым в отношении к другому.

Если требуется определить, являются ли два случайно взятых нечетных числа первыми или вторыми между собой, и если вторыми, то какова их общая мера, будем вычитать меньшее [число] из большего столько раз, сколько [это] возможно, и подобным же образом [будем вычитать получившийся] остаток из изначально меньшего [числа] столько раз, сколько возможно, до тех пор, покуда в результате не получится либо единица, либо <29> какое-то другое число, от которого уже невозможно отнимать, и это [число] будет общей мерой первоначальных [чисел], которые и будут называться вторыми между собой, как, [например], 15 и 35: ведь их общая мера — пятерка. Если в результате получится единица, [то это] показывает, что [числа] являются первыми между собой и несоставными: ведь общая мера таких [чисел] — [единица и] только она одна[110].

[«Решето Эратосфена»][111]

Чтобы воочию увидеть, в каком порядке рождаются все [нечетные числа], вторые и составные как сами по себе, так и между собой, а также [все] их меры и соответствующие [им]

---

[110] Описывается так называемый «алгоритм Евклида»: « Если отложены два неравных числа и все время при последовательном отнятии» меньшего от большего остаток не измеряет предшествующего ему <отнимаемого>, пока не останется единица, то первоначальные числа будут первыми между собой» (Евклид, VII, предл. 1).

[111] См.: Никомах. *Арифметика*, I. 13, 2–13.

по названию части (ἀντιπαρονομαζόμενα μέρη)[112], сколько их есть, необходимо знать следующий способ, который, словно решето, задерживает такие [числа] внутри [определенных] категорий (ἐντὸς τοῦ λόγου), отсеивая остальные [числа], а именно, первые и несоставные, как то, что нужно выбросить. Расположи в ряд нечетные числа в правильном порядке, начиная с тройки, так далеко, насколько это возможно, и начни измерять с помощью первого [числа] следующие за ним [числа]: ты сможешь [это сделать], если будешь пропускать по два средних [числа], и так до бесконечности. С помощью второго [числа можно измерить следующие числа], если пропускать по четыре средних [числа], с помощью третьего — [если пропускать] по шесть [чисел], с помощью четвертого — [если пропускать] по восемь, и вообще, если для каждого [числа] пропускать то [число], которое в два раза больше него по порядковому названию. Из этого ясно, что каждое [число] в соответствии со своим названием будет измерять те [числа], которые отстоят от него на соименный промежуток: так, 3 всегда [будет измерять] третье [по порядку число] с пропуском двух [чисел в середине], и так далее. Кроме того, первое [число], в соответствии со своей величиной, измерит первое следующее за ним [число], измеряемое [с его помощью], трижды; следующее [по порядку число оно измерит] пять раз, в соответствии с величиной следующего [числа]; следующее — в соответствии с [величиной] третьего [числа], и точно так же [будет происходить] всегда. <30> Второе [число], переняв то же [свойство], [измерит] пятое от себя [число] величиной предыдущего [числа], и опять же пятое от того — своей [величиной], и следующее, также пятое — [величиной] следующего за ним [числа], и то же [верно] и для остальных [чисел].

Смысл нечетного в возможности [числа], а именно единицы, будет дополнительно проявляться и здесь всякий

[112] Глагол ἀντιπαρονομάζομαι, кроме данного места, больше нигде не зафиксирован.

раз, когда каждое из данных [чисел], принимающее участие в измерении [других чисел], умножая себя на себя же, будет производить квадратное число, как, например, трижды три — 9. В таких [числах] тождество проявляется через единицу, как, например, единожды 9, а инаковость — через двойку в правильной пропорции (εὐλόγως). И [числа], возникающие от перемножения различных чисел между собой, будут иметь также и разные стороны, различающиеся между собой в соответствии с величиной гномонов: такое [число] называется «продолговатым» (προμήκης)[113].

Ради ясности: сколько раз эти [числа] измеряют [другие числа], покажет ряд нечетных [чисел] от тройки до бесконечности, а сколько [чисел] нужно пропустить — ряд четных [чисел] от двойки, символизирующей вечность и родство двух видов чисел[114], которые хотя и кажутся противоположными, однако так же полезны друг другу, как правая и левая рука, — или же, клянусь Зевсом, удвоение каждого [порядкового] места, которое занимает измеряющее [число][115].

3 5 7 9 11 13 15 17 19 21 23 25 27 29 31 33 35 37
39 41 43 45 47 49 51 53 55 57 59 61 63 65 67

Рис. 8

113 «Продолговатое число есть такое, которое образуется перемножением двух неравных чисел, различающихся на единицу, двойку или любую другую разницу, и таково число 24 = 6 × 4 и другие» (Теон, 30); «Если же разные стороны различаются не на единицу, а на другое число, например на двойку, тройку, четверку и так далее, например 2 × 4, или 3 × 6, или 4 × 8, или как-либо иначе, такое число называется уже не неравносторонним, но продолговатым» (Никомах. *Арифметика*, II. 17, 1).

114 Четных и нечетных.

115 «...Интервал, разделяющий отмериваемые члены, задается последовательностью четных чисел от двойки до бесконечности, или удвоением положения меры; а сколько раз эта мера откладывается, задается последовательностью нечетных чисел, начиная с тройки» (Никомах. *Арифметика*, I. 13, 6);

Итак, [числа], выявленные с помощью этих измерений — очевидно, вторые и составные, а их общая мера — то, что добавлено [к их частям]. Остальные [числа], словно просеянные через решето — первые и несоставные.

Евклид и здесь явно ошибается, относя двойку <31> к первым и несоставным [числам] на основании того, что ее единственной мерой является единица[116]. Он совершенно позабыл, что [двойка] принадлежит к виду четных [чисел], потому что нечетное по форме [число] ... чтобы в возможности [порождать] отношения однородных четно-четных и четно-нечетных [чисел] сперматическим способом[117], так же как единица [порождает отношения] всех [чисел] вообще.

«Первые» и несоставные [числа] появлялись только при дополнительном разделении [на подвиды] нечетных [чисел], но не [при разделении] четных [чисел]. Невозможно привести в пример другое[118] четное число, даже если очень постараться: по своей природе второй вид [чисел] таким образом не содержит [несоставных чисел], так же как и остальные его подразделения, [т. е.] четно-четные, четно-нечетные и нечетно-четные [числа][119]. Да и сама двойка, будучи первоначальной и сперматической, не относится явно к подразделениям [четных чисел], хотя и начинает у них этот род, как, очевидно, и во многих других [случаях] первоначала с необходимостью входят в [сложные] соединения (τοῖς συγκρίμασι), не являясь при этом их составными частями: так, в точке не проявляются свойства линии, в звуке — [свойства] музыкального интервала, в отношении — [свойства] прогрессии, в материи и эйдосе — [свойства] тела, и [свойства] многих других сочетаний, лекарств и смесей превосходят их составные части.

---

[116] «Первое число есть измеряемое только единицей» (Евклид, VII, опр. 12).

[117] Место в рукописи испорчено.

[118] Т. е. «первое» и несоставное.

[119] Неясное место (отмечено издателем).

[Об избыточных и недостаточных числах][120]

Вернемся опять к началу. Четные числа сами по себе, в данном случае вне связи с нечетными, разделяются на [три вида]. [Два вида] противоположны друг другу: [это] избыточные (ὑπερτελὲς) и недостаточные (ἐλλιπὲς) [числа]; а третий [вид] — общий <32> и словно бы средний [между ними]: [это] так называемые совершенные [числа] (τέλειον), в чем-то отличающиеся от обоих [предыдущих видов], а в чем-то, напротив, к ним причастные. Избыточное [число] — это когда все части четного [числа], сложенные вместе, в результате составляют больше, чем оно само, и превосходят [его] по количеству; потому оно так и называется, как будто оно какое-то неправильное, со слишком большим количеством частей (πλεομελὴς)[121] и алчное, словно бы предназначенное к тому, чтобы быть несправедливым и иметь больше, чем ему подобает, как если бы кто-то имел лишние пальцы на одной руке или ноге. Недостаточное [число] — это когда четное число в сравнении со всеми своими частями, сложенными вместе, оказывается больше, чем сумма его частей, меньшая, чем оно само; потому оно и получило такое название, будучи лишенным частей, необходимых для его полноты, как тот, кто претерпевает притеснение и несправедливость и не получает свое, как словно бы кто-то был без языка или с одной рукой. Примеры первого [числа] — 12 и его произведения до бесконечности[122], а также 18, 20 и мно-

[120] См.: Никомах. *Арифметика,* I. 14; 15.

[121] По TLG, прил. πλεομελὴς встречается только в данном месте (возможно, оно было выдумано автором для игры слов).

[122] «Ведь у числа 12 имеется половина 6, треть 4, четверть 3, шестая доля 2 и двенадцатая 1; и если их сложить вместе, то получится 16, что больше, чем исходное 12; и его доли превосходят целое. И число 24 имеет доли половинную, третью, четвертую, шестую, восьмую, двенадцатую и двадцать четвертую, каковые суть 12, 8, 6, 4, 3, 2, 1; и сложенные вместе, они дают 36, и если сравнить этот результат с исходным числом 24, то обнаружится, что он будет большим, хотя и составлен только из его

гие другие подобные [числа]; [примеры] второго — 8, 10, 14 и подобные [им][123].

[О совершенных числах][124]

Совершенное [число] считается средним между [первыми двумя]: это такое [число], сумма частей которого не больше его самого, как у избыточного [числа], и не меньше, как у недостаточного, но представляет собой среднее между бо́льшим и меньшим, т. е. равное: [такое число] словно бы по справедливости получает свое и подобающее. Такие примеры согласуются <33> с тем, что добродетели правильно будет считать своего рода умеренностью и серединой между избытком и недостатком, а не крайностями, как [их] понимают некоторые; и [правильно будет полагать], что зло противоположно [другому] злу, а оба они [противоположны] единому благу, и что благо [противоположно] уже не благу, но тому и другому злу вместе. Так, трусость [противоположна] дерзости, и общее у них — отсутствие мужества, а вместе они [противоположны] храбрости; хитрость [противоположна] глупости, и общее у них — неразумие, а вместе они [противоположны] мудрости; расточительность [противоположна] сребролюбию, и общее у них — неблагородство, а вместе они [противоположны] благородству; смятение [противоположно] наглости, и общее у них — бесстыдство, а вместе они [противоположны] стыдливости. Если мы будем [внимательно] наблюдать, нам откроется соответствующая [закономерность] и в других добродетелях и приятных

долей. В этом случае доли опять превосходят целое» (Никомах. *Арифметика*, I. 14, 3–4).

[123] «Ведь 8 имеет половинную, четвертую и восьмую доли, то есть 4, 2, 1; сложенные вместе, они дают 7, что меньше исходного числа; и его долей недостает, чтобы составить целое. Так же и 14 имеет половинную, седьмую и четырнадцатую доли, то есть 7, 2, 1, в сумме 10, что меньше исходного числа; и ему тоже не достает долей, чтобы составить из них целое» (Там же, I. 15, 1–2).

[124] См.: Там же, I. 16.

качествах, так же как в случае неравного отношения [между числами] обнаружится, что избыток [противоположен] недостатку, и общее у них — неравенство, <а вместе они> [противоположны] равенству.

δειλία	ἠλιώτης	ἀσῳτία	κατάπληξις	ἐλαττονότης
ἀνδρεία	φρόνησις	ἐλευθερία	αἰδώς	ἰσότης
θρασύτης	πανουργία	φιλαργυργία	ἀναισχυντία	μειζονότης
трусость	*глупость*	*расточительность*	*страх*	*недостаток*
храбрость	*мудрость*	*щедрость*	*уважение*	*равенство*
дерзость	*хитроумие*	*алчность*	*бесстыдство*	*избыток*

Рис. 9

Поэтому совершенное [число] — редкость, словно некое благо, в отличие от зла, которое весьма разнообразно. По естественному закону, оно [встречается] только один раз в единицах, т. е. в первом десятке [чисел], только один раз в десятках, т. е. [в числах] до <сотни, только один раз в> сотнях, только один раз в тысячах, и только один раз в десятках тысяч первой степени, если оно [там] окажется, и среди [десятков тысяч] второй степени снова один раз, и так до бесконечности. Примеры [совершенного числа]: 6, 28, 496, 8128 и подобные [числа], попеременно заканчивающиеся на шестерку и восьмерку.

И сам способ возникновения [совершенного числа] соединяет родство [двух] видов чисел с согласием вечности (μετὰ συμπνοίας ἀιδιότητος). <34> Нужно складывать друг с другом [числа], удваиваемые в [геометрической] прогрессии, т. е. четно-четные, начиная с единицы, и наблюдать за результатом сложения каждого числа. Если в результате сложения получится первое и несоставное [число], умножим результат на самое последнее прибавленное [число].

Получившееся [число] всегда будет совершенным[125]. Если же [в результате сложения получится] второе и составное [число], пропустим его и прибавим аналогично следующее по порядку, и посмотрим, получилось ли в результате первое и несоставное [число]; если [так], его следует умножить на последнее прибавленное число, и таким образом следующее по порядку [число] окажется совершенным, и так до бесконечности. Так через сложение четно-четных [чисел] проявляется природа четного [числа], а через возникновение нечетных [чисел] (διὰ … τῆς … περισσογονίας)[126], особенно же через произведение первых и несоставных чисел — природа нечетного числа.

И не следует удивляться, что одному и тому же числу приписываются какие-то различные [свойства]: например, та же шестерка, с одной стороны — это совершенное и первое четно-нечетное [число], а с другой — первое «неравностороннее» [число], а кроме того, у пифагорейцев она называется «браком», потому что это самое первое [число], через которое происходит союз мужского и женского в результате слияния [двойки и тройки]. Поэтому [число 6] называют «здоровьем», а также «красотой», из-за целости и соразмерности его частей. А если кто-то считает, что [пифагорейцы] называют [число 6] «дружбой», из-за союза и содружества (διὰ

[125] «Если от единицы откладывается сколько угодно последовательно <пропорциональных> чисел в двойном отношении, до тех пор пока вся <их> совокупность сложенная не сделается первым <числом> и вся совокупность, умноженная на последнее <число>, произведет что-то, то возникающее <число> будет совершенным» (Евклид, IX, предл. 36). Способ получения совершенных чисел:

Результат последовательного сложения четно-четных чисел	3	7	15	31	63	127
Четно-четные числа	2	4	8	16	32	64
Совершенные числа	6	28	—	496	—	8128

[126] По TLG, сущ. περισσογονία встречается только в данном сочинении Ямвлиха.

τὴν ... φίλωσιν)[127] [содержащихся] в нем [двух] различных [чисел][128], то это неправильное понимание. <35> «Дружественными числами» [пифагорейцы] называют, напротив, некоторые другие [числа], присваивая [этим] числам добродетели и приятные свойства. Таковы, например, [числа] 284 и 220, которые взаимно порождаются частями друг друга, по отношению дружбы (κατὰ τὸν τῆς φιλίας λόγον), как выразился Пифагор. Когда кто-то спросил его, «что такое друг», он ответил: «второй я», что доказывается на примере этих чисел[129]. Но поскольку [все], что относится к столь блестящему и стройному учению пифагорейцев, мы разъясним в своем месте, [теперь] следует двигаться дальше.

[II]

[О СООТНЕСЕННОМ КОЛИЧЕСТВЕ][130]

[О равенстве и неравенстве]

За [рассмотрением количества самого по себе] следует рассмотрение количества уже не самого по себе, а в соотнесении [с другим количеством]: не потому, что мы подошли к концу всего систематического изложения учения о [количестве] как таковом — ведь как [это] может быть, если мы [еще] не рассказали ни о многообразных плоскостях, ни о трехмерных телах? — но [потому, что рассмотрение отношений чисел] весьма полезно для понимания [чисел самих по

[127] По TLG, сущ. φίλωσις встречается только в данном месте.

[128] Четного и нечетного.

[129] По преданию, Пифагор на вопрос, что такое друг, ответил: «Тот, кто есть другой я, вот как числа 220 и 284». Сумма делителей числа 220 составляет 284 (1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 22 + 44 + 55 + 110 = 284), сумма делителей числа 284 составляет 220 (1 + 2 + 4 + 71+ 142 = 220).

[130] См.: Никомах. *Арифметика,* I. 17.

себе]. И мы не заканчиваем рассказ о них и не прерываем его: но поскольку мы стремимся для легкости усвоения вводить [новые понятия] по порядку, то в основном будем рассматривать [числа как таковые] после [рассмотрения отношений чисел], отчасти поставив объяснение пропорций на первое место. Таким образом, [вопросы,] которые, казалось бы, относятся к [разделу] о добродетелях, рассмотренные [нами] выше при определении совершенных [чисел] и [чисел], противоположных им, являются для нас вместе с тем непосредственным началом раздела о соотнесенном [количестве][131].

[131] Данный раздел посвящен тому, что Платон (*Горгий*, 451а–с) называл теоретической логистикой, которая по преимуществу занималась числами и их взаимными отношениями (в отличие от теоретической арифметики, изучающей четные и нечетные числа), что на практике позволяло производить вычисления с дробями. Поскольку единица считалась неделимой, место дробей в теории занимали числовые отношения. Тенденция к отождествлению отношения с результатом деления прослеживается в современных методических руководствах начиная с XIX в.: отношением одного числа к другому называется частное от деления первого на второе, при этом частное понимается не только как целое, но и как дробное, и даже как иррациональное число. У Ньютона число мыслится как отношение, хотя то, что всякое отношение является числом, или даже то, что оно характеризуется числом, у него определенно не выражено. Во *Всеобщей арифметике* он пишет следующее: «Под числом мы понимаем не столько множество единиц, сколько отвлеченное отношение какой-нибудь величины к другой величине того же рода, принятой нами за единицу. Число бывает трех видов: целое, дробное и глухое (surdus). Целое число есть то, что измеряется единицей; дробное — кратной долей единицы; глухое число несоизмеримо с единицей» (термин surdus: «глухое; немое, безмолвное» — соответствует греч. ἄλογος: «бессловесное; несоизмеримое, иррациональное»). И далее: «Умножение в собственном смысле слова есть действие, производимое над целыми числами, с помощью которого находят новую величину, во столько раз большую множимого, во сколько множитель больше единицы. Но за отсутствием более подходящего слова умножением называют также действие над дробными или иррациональными числами, с помощью которого ищут новую величину, находящуюся со множимым в том же отношении (каково бы оно ни было), какое множитель имеет к единице» (см.: «Начала» Евклида. Книги VII–X. С. 266–267).

Две самые общие связи чисел, рассматриваемых в отношении к другим [числам] — это равенство и неравенство. Равенство, словно некая умеренность и середина, <36> [ни с чем] не связано и не способно ни уменьшаться, ни увеличиваться. Неравенство по первому разделению подразделяется на два [вида]: «большее» и «меньшее» — точно так же, как в разделе о добродетелях зло подразделялось на [два] противоположные друг другу [качества]: избыток и недостаток. «Большее» противоположно «меньшему», а то и другое вместе [противоположно] равному: равное не могло бы существовать без [соотнесения] с чем-то [другим], так же как и «большее» или «меньшее» [не могли бы существовать] без [сравнения] с чем-то [другим], поэтому они справедливо [называются] соотнесенным [количеством]. Более того, «равному» соответствует само [его] название, так как оно находится посередине, и то же самое [свойство] обнаруживается в других примерах [отношений] к чему-либо, таких как «брат», «сослуживец», «сосед», «сверстник» и тому подобное[132]. Неравное же имеет подобные свойства [только] по родовому признаку, а по видовому — уже нет, потому что соответствующее [понятие] получает другое название, так же как и в других [случаях]: например, «отец», «учитель», «возлюбленный» и тому подобное[133].

Следовательно, равным будет то количество, которое в сопоставлении со сходным [количеством] (τῷ συζύγῳ), окажется не больше и не меньше [его]; неравным же — то,

[132] «И все, что является равным, имеет одно и то же название, и у него нет синонимов, как у “друга”, “приятеля” и “товарища”, но оно называется “равным”: ведь равное и есть равное» (Никомах. *Арифметика*, I. 17, 5).

[133] «С другой стороны, неравное подлежит разделению, и одно будет бóльшим, а другое меньшим, и эти антонимы противоположны друг другу и по количеству, и по свойствам. Ведь большее больше чего-то другого, а меньшее будет меньше в сравнении с чем-то другим, и имена здесь не одинаковые, но различные, так же как и у отца и сына, бьющего и битого, учителя и ученика, и в других подобных случаях» (Там же, I. 17, 6).

которое, в свою очередь, будучи сопоставлено со сходным [количеством], окажется больше или меньше [его], поскольку в [этой] паре после одного измерения в измеряемом останется какая-либо бóльшая мера. И бóльшим является то [количество], которое, измеренное другим [количеством], после одного соположения (μετὰ μίαν προσβολὴν), оставляет в себе какую-либо [меру], несоизмеримую [с ним самим]; меньшим же — то, которое, будучи измеряемым сходным [количеством], не способно охватить его полностью одним соположением. <37> Согласно дальнейшему делению, каждый из двух видов неравного [количества] подразделяется на пять отношений (σχέσεις), а вместе они [образуют] десять [отношений]. Большее подразделяется на «многократное» (πολλαπλάσιον), «сверхчастное» (ἐπιμόριον), «сверхмногочастное» (ἐπιμερές), и еще два [отношения], образующиеся в результате смешения многократного с каждым из двух других [отношений]: «многократно-и-сверхчастное» (πολλαπλασιεπιμόριον) и «многократно-и-сверхмногочастное» (πολλαπλασιεπιμερές). Меньшее подразделяется на [отношения,] взаимно обратные [большему, названия которых образуются] с помощью приставки ὑπό-: «обратное многократному» (ὑποπολλαπλάσιον), «обратное сверхчастному» (ὑπεπιμόριον), «обратное сверхмногочастному» (ὑπεπιμερές) и еще два, образованные, как и в предыдущем виде, смешением обратного многократному с каждым из двух других [отношений]: «обратное многократно-и-сверхчастному» (ὑποπολλαπλασιεπιμόριον) и «обратное многократно-и-сверхмногочастному» (ὑποπολλαπλασιεπιμερές)[134]. Приставка в названиях дает нам знание того, что первое место принадлежит первым членам отношения (προλόγους),

[134] В латинской терминологии: 1) многократные, суперпартикулярные, суперпартиентные, многократно суперпартикулярные и многократно суперпартиентные; 2) подмножители, субсуперпартикулярные, субсуперпартиентные, многократно субсуперпартикулярные и многократно субсуперпартиентные.

ибо они, как будет показано [далее], являются первыми и по природе, и по достоинству, а вторые члены отношения (ὑπολόγους), напротив, являются вторыми и низшими[135]. Если же кто-то скажет, что равенство не является отношением, потому что с его помощью невозможно отделить члены [отношения] друг от друга и установить разницу между ними, то следует напомнить, что «отношение» не есть то же самое, что «интервал» (διάστημα). Приведем первый попавшийся пример неравенства, когда [количественная] разница между двумя членами останется той же, даже если переставить их местами, однако отношение (λόγος), т. е. связь (σχέσις) переставленных местами членов, будет всегда другим. Стало быть, ничто не мешает тому, чтобы члены равного [отношения] не различались [количественно], не имея между собой никакого интервала, но в любом случае находились бы в отношении [друг к другу]: иначе не существовало бы равенства [чисел] в отношении другого [числа], что невозможно[136].

[О многократном][137]

Первый вид «большего» есть «многократное», когда из двух членов один полностью измеряет другой больше, <38> чем единожды. Он начинается с умножения на два, так что измеряемое этим [числом] будет именоваться «двукрат-

[135] Противопоставляются приставки προ- (= *лат.* ante-) со значением «впереди» или «раньше» и ὑπο- со значением подчиненности или ослабленности качества.

[136] «Интервал и отношение разнятся в следующем: интервал — это то, что заключено между однородными и неравными членами, а отношение — это связь однородных членов между собой. По этой причине равные члены не заключают между собой интервала, однако состоят друг к другу в отношении равенства. И неравные члены заключают между собой один интервал, а отношение может обращаться от одного члена к другому. Так в отношениях 2 к 1 и 1 к 2 интервал один и тот же, а сами отношения различны: два к одному — двукратное, а один к двум — половинное» (Теон, 81).

[137] См.: Никомах. *Арифметика,* I. 18.

ным», а измеряющее — «обратным двукратному» и синонимично — «половиной», так же как и остальной род и сам синонимично называется «обратным двукратному» и просто «частью». Если же [число умножается] на три, то большее [называется] «трехкратным», а меньшее — «обратным трехкратному» или же третьей [частью], и [так же] остальные виды чисел по порядку.

[«Таблица Пифагора»][138]

Мы получим ясный пример всех правильно упорядоченных многократных [чисел], если возьмем последовательность всех чисел начиная с единицы и сравним с самой единицей каждое следующее за ней по порядку число, или [сравним] со следующей за ней двойкой следующие за ней [числа] через одно, также по порядку, или же [сравним] с тройкой следующие за ней [числа] через два, или же с четверкой — следующие за ней [числа] через три, и т. д. до бесконечности, с возрастанием [интервала] по мере увеличения числа до любого значения. Если мы запишем все виды многократных [чисел] в параллельные ряды, расположив все последовательные числа начиная с единицы в ряд и поместив под каждым из них в глубину полученные с помощью его умножения многократные [числа][139], мы увидим внутри [получившейся таблицы] много других приятных привходящих свойств (τερπνὰ ἐπακολουθήματα), и изящное разнообразие, и упорядоченное возникновение взаимного противопоставленных названий разнообразных сверхчастных и разнообразных многократных [чисел], и [увидим] к тому же еще и однородность сверхмногочастных [чисел], а если смотреть внимательно, то и смешанных [видов чисел]. И все ряды всех [видов чисел] окажутся [связанными] единым и неизменным отношением, возрастающим в правильном

[138] Там же, I. 19.

[139] Описанная здесь таблица есть не что иное, как хорошо известная нам из школьной программы «таблица Пифагора». — *Примеч. ред.*

порядке согласованно как в ширину, так и в глубину[140]. Так, в первом столбце в глубину обнаружатся основания (πυθμένες) сверхчастных, в следующем за ним [столбце] — вторые от основания [сверхчастные], в следующих [столбцах] — <39> третьи и четвертые [от основания], разность между которыми в соответствии с их последовательностью будет составлять следующие по порядку за единицей числа[141]. Если же мы уберем единицы, расположенные в длину, как не представляющие никакого разнообразия, и вместо них поместим последовательные числа, умноженные на ту же самую единицу, то мы увидим некое изящное и спермаы тически проявляющееся отношение «способа пророческих плиток» (τῆς τῶν μαντικῶν πλινθιδίων ἐφόδου), о котором рассказывается в эпантемах *Введения в арифметику*[142].

[140] «Таблица Пифагора». В первом ряду расположены натуральные числа, начиная с единицы, а затем по порядку — виды многократного:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100

[141] Основания сверхчастных (полуторное, сверхтретье, сверхчетвертное и т. д.): 3/2, 4/3, 5/4 и т. д.; первые от основания (двукратные от базовых сверхчастных): 6/4, 8/6, 10/8 и т. д.; третьи от основания трехкратные от базовых сверхчастных): 9/6, 12/9, 15/12 и т.д. Разность между числами во втором ряду составляет 2, в третьем — 3, в четвертом — 4 и т. д.

[142] У Никомаха о «пророческих плитках» не упоминается. «Эпантемы» (ἐπάνθημα «цветение») — наиболее красивые и изящные свойства чисел и методы доказательства в математике (см.: *Tennulius S.* Notae in Iamblichi Arithmeticam // Iamblichus Chalcidensis ex Coele-Syria in Nicomachi

Если продолжить ряд многократных до десятки, то в длину и в глубину возникнут угловые единицы, крайние — единожды (αἱ μὲν ἄκραι ἅπαξ), а средняя — дважды (ἡ δὲ μέση δίς), так чтобы и здесь сохранялось свойство пропорции: ведь произведение крайних членов будет равно произведению средних, и одна из двух крайних единиц будет иметь логос точки, а вторая — [логос] квадрата, а средняя — [логос] стороны[143]. И какое бы число в таблице мы ни взяли, оно будет равно половине суммы [двух чисел], находящихся с обеих сторон от него, как в длину, так и в глубину. Если же взять [числа] по диагонали, то у [одной их] части это отношение будет меньше единицы, а у [другой] части — больше единицы[144]. Более того, диагональные [числа], от начального угла, т. е. от единицы, до конечного [с противоположной стороны], всегда квадратные, и по обеим сторонам от каждого из них, как в длину, так и в глубину, стоят два «неравносторонних» [числа], так что и здесь сохраняется то общее правило, [согласно которому] из [суммы] двух последовательных «неравносторонних» [чисел] и дважды взятого пропорционально среднего[145] между ними квадратного

Geraseni Arithmeticam introductionem, et De fato. Nunc primum editus, in latinum sermonem conversus, notis perpetuis illustratus à Samuele Tennulio, Accedit Joachimi Camerarii Explicatio in duos libros Nicomachi, cum indice rerum & verborum locupletissimo. Arnhemiae 1668. P. 139).

143 Помимо первоначальной единицы, в углах таблицы возникнут две единицы второго разряда, т. е. десятки, и одна единица третьего разряда, т. е. сотня (см.: Никомах. *Арифметика,* I. 19, 17–18), при этом единица и сотня будут крайними членами, а десятки — средними. Единица будет иметь логос точки как не имеющая измерения, сотня будет относится к десятке как квадрат 100 со стороной 10, а десятка к сотне — как сторона квадрата 100.

144 По диагонали слева направо (1, 4, 9, 16 и т. д.) любое из чисел меньше полусуммы соседних чисел: например, $4 < (1 + 9) : 2$. По диагонали справа налево (10, 18, 24, 28 и т. д.), напротив, любое число больше полусуммы окружающих его чисел: например, $18 > (10+24) : 2$. — *Примеч. ред.*

145 Схолия в рукописи: ἐνταῦθα κατὰ ἀριθμητικὴν ἀναλογίαν ἐκληπτέον (*Scholia in Iamblichum*, 39. 25) — «здесь подразумевается арифметическая пропорция».

[числа] всегда рождается квадратное [число][146], и наоборот, из [суммы] двух <последовательных> квадратных [чисел] и удвоенного пропорционально среднего[147] между ними «неравностороннего» [числа] подобным же образом [рождается] квадратное [число][148]; и [они] попеременно то нечетные, <40> то четные[149]. Так вот, четные [квадратные числа] здесь возникают из-за того, что стоящие в середине квадратные [числа] являются <четными> только через одно, будучи по природе [попеременно] нечетными и четными, а находящиеся с обеих сторон «неравносторонние» — всегда четные[150]: среднее [квадратное число], независимо от того, является ли оно четным или же нечетным, умноженное на два, всегда производит четное. А нечетные [числа] уже не возникают, поскольку по сторонам от «неравносторонних» не стоят квадратные [числа]: ведь нечетность сохранялась, когда стоящие по краям [квадратные числа], среди которых всегда есть нечетное [число], брались только один раз. И при каждом квадратном числе по обеим [сторонам] от него в виде буквы Г, в свою очередь, можно наблюдать упорядоченные отношения с самого начала, т. е. начиная с двукратного [отношения][151]. Если же мы поставим в виде буквы Г по обе-

---

[146] Например, $6 + 9 \cdot 2 + 12 = 36$; $12 + 16 \cdot 2 + 20 = 64$ и т. д. — *Примеч. ред.*

[147] Схолия в рукописи: ὧδε κατὰ τὴν γεωμετρικὴν ἀναλογίαν λέγει (Ibid., 39. 27) — «здесь говорится о геометрической пропорции».

[148] Например, $4 + 6 \cdot 2 + 9 = 25$; $9 + 12 \cdot 2 + 16 = 49$; $16 + 20 \cdot 2 + 25 = 81$ и т. д. — *Примеч. ред.*

[149] Квадратные числа, полученные первым способом — всегда четные, вторым — всегда нечетные. — *Примеч. ред.*

[150] Схолия в рукописи: ἰστέον ὅτι ἑτερόμηκες νῦν καλεῖ κοινότερον καὶ τοὺς προμήκεις κατὰ τὸν καθόλου γεωμετρικὸν κανόνα τὸν νῦν ἡμῖν δεδειγμένον γραμμικῶς (Ibid., 40. 4) — «Следует знать, что “неравносторонними” в более общем смысле здесь называются также “продолговатые” числа, согласно общему геометрическому правилу, представленному здесь линейно».

[151] Имеется в виду Г в зеркальном отражении. Над числом 4 находятся 2 и 1, что составляет двукратное отношение 4 : 2 : 1; над числом 9 находят-

им сторонам «неравносторонних» [чисел] квадратные [числа], складывая друг с другом единожды крайние [числа] и дважды — среднее [число], то получим квадратные [числа], которые, как мы говорили, здесь остаются нечетными[152].

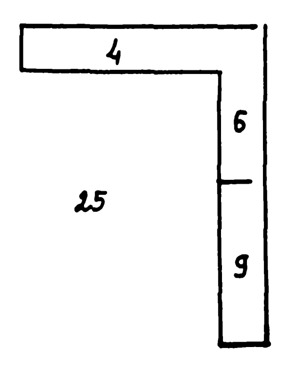


Рис. 10

Диагональные числа будут разниться друг от друга либо на нечетные [числа] начиная с тройки с начала и до конца, либо на четные начиная с двойки с середины до краев, причем [в последнем случае] другие образуют в правильном порядке парные сочетания, сопряженные между собой по равенству[153].

ся 6 и 4, что составляет полуторное отношение 9 : 6 : 4, над числом 16 — 12 и 9, что составляет сверхтретье отношение 16 : 12 : 9 и т. д.

[152] Например, справа и сверху от неравностороннего числа 6 в виде буквы Г в зеркальном отражении находятся квадратные числа 4 и 9: суммируя эти числа по указанному правилу, получаем квадратное число 25: 4 + 9 + 6 + 6 = 25; справа и сверху от неравностороннего числа 12 находятся квадратные числа 9 и 16: 9 + 16 + 12 + 12 = 49; справа и сверху от неравностороннего числа 20 находятся квадратные числа 16 и 25: 16 + 25 + 20 + 20 = 81 и т. д. Получаются последовательные нечетные квадратные числа 25, 49, 81 и т. д.

[153] Разность между квадратными числами 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, расположенными по диагонали от 1 до 100, представляет собой последовательность нечетных чисел 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19; разность между числами 10, 18, 24, 28, 30, 30, 28, 24, 18, 10, расположенными по

[О сверхчастном][154]

Сверхчастное отношение возникает [тогда], когда в общем случае больший из сопоставляемых членов содержит меньший и еще одну его долю: если эта доля будет половиной, [то отношение будет] полуторным, если третьей частью, [то] сверхтретьим, если же четвертой — сверхчетвертным, и так далее последовательно всякий раз, при этом бо́льшие члены становятся антецедентами в отношении меньших, а меньшие, наоборот, [становятся] консеквентами в отношении бо́льших и <41> всегда имеют в названии приставку ὑπο-[155]. Пример сверхчастного полуторного [отношения] мы [получим], если возьмем непрерывную последовательность [чисел] и, выбирая четные числа начиная с двойки, сравним с первым то, которое следует за ним с нулевым интервалом; со вторым — то, [что] через единицу от него, с третьим — через двойку, с четвертым — через тройку, и так далее последовательно[156]. [Пример] сверхтретьего [отношения]

диагонали от 10 до 10, пересекающей первую диагональ в виде буквы X, составляет последовательные четные числа 2, 4, 6, 8 и 8, 6, 4, 2, если двигаться от середины к краям.

[154] См.: Никомах. *Арифметика,* I. 19.

[155] «Вторым видом большего, равно по природе и по порядку, является сверхчастное, которое содержит в себе сравниваемое с ним целое и еще одну его долю. Если эта доля является половиной, то больший из сравнимых членов называется полуторным, а меньший — подполуторным; если третей частью, то члены называются сверхтретьим и подсверхтретьим, и если ты последуешь дальше, названия всегда будут согласовываться с этим принципом, так что эти виды будут уходить в бесконечность, хотя они и так уже являются видами бесконечного рода» (Там же, I. 19, 1–2); «Сверхчастным будет отношение, в котором больший член содержит один раз меньший и еще одну долю меньшего, так что больший член превосходит меньший на число, являющееся долей меньшего. Таково отношение четырех к трем: здесь разность составляет единицу, т. е. третью часть от трех; и шесть превосходит четыре на два, т. е. на половину от четырех» (Теон, 76–77).

[156] «И получается так, что у первого из них, полуторного, в качестве второго члена отношения берутся последовательные четные числа, начиная с двойки, и никакие другие, а в качестве первого члена отношения

(ἐπιτρίτου) — если, выбирая [числа], разнящиеся на тройку, начиная с тройки, мы сравним с первым из них то [число], которое следует за ним с нулевым промежутком, со вторым [числом] —[следующее за ним] через единицу, с третьим — [следующее за ним] через двойку, с четвертым — [следующее за ним] через тройку и так далее, в соответствии с предыдущим[157]. Пример сверхчетвертного [отношения] (ἐπιτετάρτου) мы получим, если выберем числа, разнящиеся [между собой] на четверку, начиная с четверки, [и] снова сравним с первым из них то [число], которое следует за ним

берутся последовательные трехкратные числа, начиная с тройки, и никакие другие. А соединяются они по порядку: первый с первым, второй со вторым, третий с третьим — 3 к 2, 6 к 4, 9 к 6, 12 к 8, — и вообще соответственные с соответственными» (Никомах. *Арифметика*, I. 19, 2–3). Полуторные отношения (в первом ряду — номера столбцов, во втором — антецеденты, в третьем — консеквенты); в первом столбце — коренные числа, во втором — вторые по порядку от коренных (с двукратным увеличением), в третьем — трети (с трехкратным увеличением), и т. д.:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20

[157] «Собравшись рассмотреть второй вид сверхчастного, сверхтретье (поскольку по природе за половиной идет треть), мы определим его так: число, содержащее в себе сравниваемое с ним целое и вдобавок третью долю этого целого. Мы получим его образцы, если соотнесем четырехкратные числа, начиная с четверки, с трехкратными, начиная с тройки, соединив их по порядку — 4 к 3, 8 к 6, 12 к 9, и так до бесконечности. И ясно, что противоположное сверхтретьему, произносимое с приставкой ὑπὸ и называемое подсверхтретьим, есть такое, которое укладывается в целом вместе со своей третью, как 3 к 4, 6 к 8, 9 к 12 и прочие пары чисел, стоящие на одинаковых местах в обоих рядах» (Там же, I. 19, 4–5). Сверхтретьи отношения (в первом ряду — номера столбцов, во втором — антецеденты, в третьем — консеквенты); в первом столбце — коренные числа, во втором — вторые по порядку от коренных (с двукратным увеличением), в третьем — трети (с трехкратным увеличением), и т. д.:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30

с нулевым промежутком, со вторым — то, которое следует за ним через единицу, с третьим — [то, которое следует за ним] через двойку, и каждый раз [будем производить действия] подобно тому, как указано выше. И в отношении остальных видов сверхчастного будем поступать соответствующим образом, по самому названию доли умножая первые числа, способные из самих себя давать долю, в соответствии с которой их сверхчастными будут сопоставляемые [с ними числа]: они будут разниться с ними на единицу и станут основаниями отношений (πυθμένες τῶν λόγων)[158]. Название доли всегда будет видно по меньшему отношению; а по большему [отношению] оно будет на единицу больше[159]. Доля не может рассматриваться по бóльшим членам потому, что (как будет видно) ни одно из коренных [чисел] не будет содержать в себе ту долю, согласно которой каждое из них является сверхчастным сопоставляемого [с ним] меньшего [числа], а в соответствии с коренными числами увеличиваются отношения.

[О сверхмногочастном][160]

Сверхмногочастная связь (ἐπιμερὴς ... σχέσις) есть [такая], когда больший член содержит в себе <42> меньший

[158] «Коренные числа», «базовые числа», «основания» (πυθμήν «дно, основание») — коэффициенты пропорциональности.

[159] «А доля, по которой называется всякое сверхчастное, обнаруживается в нижнем из коренных чисел, а не в большем» (Никомах. *Арифметика,* I. 19, 7); «Каждое сверхчастное отношение именуется по превосходящей части. Когда эта часть составляет половину меньшего члена, отношение называется полуторным, каковы три к двум и шесть к четырем. Большее содержит здесь меньшее и его половину: три — два и его половину, единицу; шесть — четыре и его половину, два. Далее, когда меньшее превосходится на третью часть, отношение называется сверхтретьим, и таковы четыре к трем; а когда превосходится на четверть — сверхчетвертным, и таковы 5 к 4 и 10 к 8; и подобным образом получаются сверхпятерное, -шестерное, -семерное, и все прочие сверхчастные отношения» (Теон, 77).

[160] См.: Никомах. *Арифметика,* I. 20; 21.

и еще некоторые его части[161], разумеется, больше, чем одну[162]. Если [таких частей] две, то [больший член] называется сверхдвухчастным (ἐπιδιμερής), а меньший — обратным сверхдвухчастному (ὑποδιμερής); если три, то [больший член называется] сверхтрехчастным (ἐπιτριμερής), [а меньший] — обратным сверхтрехчастному (ὑποτριμερής); если же четыре, то [больший член называется] сверхчетырехчастным (ἐπιτετραμερής), [а меньший] — обратным сверхчетырехчастному (ὑποτετραμερής), и так далее

[161] Термин «доля» (μόριον) используется в применении к сверхчастному (ἐπιμόριος) отношению, термин «часть» (μέρος) — в применении к сверхмногочастному (ἐπιμερής). «Доли» (в латинской терминологии — аликвотные части) полностью измеряют целое (см.: Евклид, VII, опр. 3) и, будучи повторены целое число раз, оказываются равны целому, например, 4 : 8, 4 : 12, 4 : 16 и т.д. «Части» (в латинской терминологии — аликвантные части) измеряют целое не полностью и, будучи умноженными на целое число, оказываются либо больше, либо меньше целого, например, 4 : 7, 9 : 10 и т. д. В сверхчастных отношениях, например, $^1/_2$, $^1/_3$, $^1/_4$, $^2/_4$, $^2/_6$, $^2/_8$ и т. д., единицы и двойки в числителе (аликвотные части) полностью измеряют числа в знаменателе. В сверхмногочастных отношениях, например, $^2/_3$, $^3/_5$, $^4/_7$, $^4/_6$, $^6/_{10}$, $^8/_{14}$, меньшие числа (аликвантные части) не могут полностью измерить бóльшие, потому что являются не *долями* (μόρια), а *частями* (μέρη) бóльших чисел. См. подробнее: *Tennulius S.* Notae in Iamblichi Arithmeticam. P. 142; «Начала» Евклида. Книги VII–X. С. 264.

[162] «Сверхмногочастное сопряжение получается, когда число в сравнении с другим содержит его в себе как целое, а вдобавок — более одной его доли; и "более одной" начинается с 2 и далее проходит по всем числам подряд» (Никомах. *Арифметика,* I. 20, 1); «Сверхмногочастным будет отношение, в котором больший член содержит один раз меньший и еще несколько долей меньшего, каковые могут быть одинаковыми или же разными и различными. Одинаковыми могут быть две трети, две пятых, и тому подобные. Так число 5 превышает 3 на его две трети, 7 к 5 — на две пятых, 8 к 5 — на три пятых, и т. д. Разными и различными долями — когда большее содержит меньшее, его половину и его треть, и таково отношение 11 к 6; или превышая его на половину и четверть, каково отношение 7 к 4, или — клянусь Зевсом! — на треть и четверть, и таково отношение 19 к 12. И в других подобных сверхмногочастных наблюдается превышение на две части, три или большее число, и эти части могут быть подобными и неподобными» (Теон, 78).

соответственно[163]. Мы получим пример сверхдвухчастных [отношений], если, взяв последовательность нечетных [чисел] начиная с тройки, сопоставим с каждым [из них] то [число], которое [следует] за ним через единицу; [пример] сверхтрехчастных [получим], если, взяв последовательность нечетных [чисел] начиная с четверки, сопоставим с ними те [числа], что отстоят от них на два[164].

Если такие образования — не чистые, а смешанные с другими связями, мы будем составлять последовательности соответственно отношению многократных (κατὰ πολλαπλασίων λόγον), словно умножая коренные числа на доли, представляющие собой части, в соответствии с которыми [отношение] было названо сверхмногочастным (ἐπιμερής), как, например, сверхдвухчастное [отношение] 5 : 3, и затем удвоенные и утроенные [сверхдвухчастные отношения], и [далее] до бесконечности; сверхтрехчастное [отношение] 7 : 4, и затем удвоенные и утроенные [сверх-

---

[163] По TLG, слова ὑποδιμερής, ὑποτριμερής и ὑποτετραμερής встречаются только в данном месте.

[164] «...корень сверхмногочастного получается, когда сравниваемое содержит в себе целое с добавлением двух его долей, и этот вид называется “сверхдвухчастное”; а если к целому добавляются три части, такой вид называется «сверхтрехчастное»; а затем идут “сверхчетырехчастное”, “сверхпятичастное”, и так далее до бесконечности. “Доли” имеют свой корень и начало в числе три, ибо в этом случае невозможно начать с половины. Ведь если мы предположим, что некоторое число содержит в себе 2 половины сравниваемого, помимо целого, нам сразу же придется говорить о многократном, а не о сверхмногочастном, потому что 2 половины вместе с целым дают двукратное начальное число. Поэтому нужно начать с 2 третей, затем идет 2 пятых, затем 2 седьмых, затем 2 девятых, и так надо идти по нечетным числам» (Никомах. *Арифметика*, I. 20, 1–2).
Таблица коренных сверхмногочастных отношений (сверхдвухчастное, сверхтрехчастное, сверхчетырехчастное и т. д.):

3	4	5	6	7	8	9	10
5	7	9	11	13	15	17	19

Число 5 содержит в себе 3 и еще две третьих его части; число 7 — 4 и еще три четвертых его части; число 9 — 5 и еще четыре пятых его части и т. д.

трехчастные отношения] и т. д. соответственно; сверхчетырехчастное [отношение] 9 : 5, и соответственно сколь угодно далее, так чтобы последовательность меньших членов возникала в коренных числах соответственно числам, следующим за тройкой, а [последовательность] бо́льших — соответственно нечетным числам, следующим за пятеркой.

5	3	7	4
10	6	14	8
15	9	21	12
20	12	28	16

Рис. 11

В целом же мы получим основания всякого отношения. В многократных [отношениях] (ἐν ... πολλαπλασίοις) меньшим из сопоставляемых членов будет единица, причем особенностью двукратного [отношения] будет то, что она же составит и разность [между членами]. В сверхчастных (ἐν ... ἐπιμορίοις), соответственно половине, меньшим членом будет двойка, разность же между членами снова составит единицу. <43> В сверхтретьем (κατὰ ... τὸ ἐπίτριτον), сверхчетвертном (κατὰ ... τὸ ... ἐπιτέταρτον) и последующих сверхчастных отношениях меньший член будет давать свое название доле, по которой называется сверхчастное отношение, а разностью [между членами] во всех [случаях] будет также единица. Более того, та же самая единица, хотя она не присутствует в коренных числах в сверх[много]частном [отношении][165], не отражаясь в явной форме в его членах, как в видах многочастных [отношений], и не являясь разностью между ними, как в сверхчастных [отношениях], из-за того,

[165] В рукописи ошибочно ἐπιμορίῳ «в сверхчастном» (отмечено издателем).

что больший член [сверхмногочастного отношения] превосходит меньший более чем на одну часть, тем не менее будет видна в членах [сверхмногочастного отношения] другим образом: если сравнить несоизмеримые доли, остающиеся в большем [члене], с меньшим, их разность всегда будет составлять единицу.

[О смешанных связях][166]

Наконец, нужно сказать о смешанных связях, [возникающих] из многократного [отношения] и двух оставшихся, сверхчастного <и сверхмногочастного>, и об их консеквентах, чтобы, в соответствии с совершенством десятки, естественным образом возникали и отношения неравенства, поскольку существует пять антецедентов и пять сопряженных с ними консеквентов: антецеденты именуются согласно многочастному, сверхчастному, сверхмногочастному, многократно-и-сверхчастному и многократно-и-сверхмногочастному, а консеквенты — так же с добавлением приставки ὑπο-. Поскольку отношение равенства не содержит разности [членов], а представляет собой не что иное, как тождество и единство, или же равенство 1 : 1, оно будет обладать другой природой, очевидно, противоположной неравенству, и поэтому оно не причисляется к видам неравенства. Действительно, равенство будет иметь логос начала в отношении к <44> неравенству, точно так же, как в геометрических фигурах — прямой угол в отношении к тупому и острому и в музыкальных интервалах — «меса»[167] в отношении к более высоким и более низким звукам: ведь они, получив по отношению равенства нечто ограниченное и определенное, приобрели отклонение от него как в бóльшую, так и в мень-

[166] См.: Никомах. *Арифметика,* I. 22–23.

[167] Меса (ἡ μέση «средняя») — центральная из пяти струн архаической лиры и центральный элемент системы звуков в древнегреческой теории музыки.

шую[168] сторону по неравенству, двигаясь в направлении беспредельного.

Чтобы показать, что отношения неравенства возникают из равенства по природной закономерности (ἀνάγκῃ), а не по нашему решению, и прежде всего, конечно, что многократность начинается с двукратности, а из нее, в свою очередь, [возникает] сверхчастность (ἐπιμοριότητα)[169] начиная с половины, а из той в соответствующем порядке — сверхмногочастность (ἐπιμερότητα) и последующие [получающиеся] из них смешанные [отношения], нужно взять последовательность из трех членов[170], сначала в единицах, затем <в> двойках, затем в тройках и так далее соответственно, и для каждой последовательности составить еще три члена путем трех прибавлений, в каждом случае одних и тех же, и для каждой из вновь составленных [последовательностей составить еще] три [члена], и из этих [последовательностей произвести] следующие, и так далее всегда соответственно. И при каждом составлении следует стараться располагать члены как в природной последовательности, так и в обратном порядке, и составлять вторую последовательность с помощью тех же прибавлений, используя те [члены], что [составлены] из [предыдущих]. Правило же будет такое: сделай первый член равным первому из данных изначально, второй — сумме первого и второго, а третий — сумме первого, удвоенного второго и третьего[171]. Таким образом из всех трех взятых <45> в равном отношении членов, как в единицах, так и в двойках и в тройках и т. д, с помощью

---

[168] В рукописи ошибочно τὸ ἴσον: «равную».

[169] По TLG, сущ. ἐπιμοριότης встречается только в данном месте.

[170] «Пропорция из трех членов является наименьшей возможной» (Евклид, V, опр. 8).

[171] По указанному правилу из непрерывной пропорции $a : b : c$ получается новая непрерывная пропорция $a : (a + b) : (a + 2b + c)$; а если производится перестановка членов, то новая непрерывная пропорция будет иметь следующий вид: вид $c : (b + c) : (a + 2b + c)$.

вышеуказанного правила в общем будут получаться многократные, а в частности, из многократных — двукратные, первые — из единиц, а последующие — из двоек, а те, что после них — из троек, и т. д. соответственно. Из получившихся двукратных [возникнут] трехкратные, опять же первые — из первых и следующие — из следующих, а из трехкратных — четырехкратные, сохраняющие свой порядок, а из четырехкратных — пятикратные, и в каждом случае следующие члены [будут получаться] из предыдущих.

Если же при составлении [последовательности] мы расположим [ее] члены не в природном порядке, а поменяем местами первые составленные из равенств члены так, чтобы третий член оказался на месте первого, а первый — на месте третьего, а средний таким образом остался бы на своем месте, а затем с помощью тех же правил составим другие [члены], то возникнут в общем сверхчастные от многочастных, а в частности — из упорядоченных двукратных [получатся] полуторные, [расположенные] в правильном порядке, из трехкратных — сверхтретьи, сохраняющие тот же порядок, и таким же образом из четырехкратных — сверхчетвертные, из пятикратных — сверхпятерные, и так далее, и при этом по некоему природному родству сверхчастные будут располагаться параллельно с [теми] видами многократного, по которым они получают свои названия. А если, в свою очередь, переставить местами члены их самих, то мы непременно получим из них сверхмногочастные отношения, опять же первые — из первых, вторые — из вторых, третьи — из третьих и т. д. соответственно, и они при этом <46> будут располагаться в правильной последовательности соответственно своему первоначальному названию (τῇ ἐξ ἀρχῆς παρωνυμήσει)[172].

К примеру, пусть будут даны три единицы, взятые в равном отношении. И если мы по вышеуказанному пра-

[172] По TLG, сущ. παρωνύμησις встречается только в данном трактате Ямвлиха.

вилу первый член сделаем равным первому, то получится единица, если же второй [сделаем равным] сумме первого и второго, то [получится] двойка, а если третий [сделаем равным] сумме первого, удвоенного второго и третьего, то [получится] четверка, и возникнет двукратное отношение: 1 : 2 : 4. А из него по тем же правилам получим трехкратное [отношение]: 1 : 3 : 9, и из того — четырехкратное: 1 : 4 : 16, и так далее соответственно. Если же мы возьмем двойки в равном отношении, то получатся следующие члены, также в двукратном отношении: 2 : 4 : 8, а из них, в свою очередь [возникнет] последующее трехкратное [отношение]: 2 : 6 : 18, а из того — четырехкратное: 2 : 8 : 32, и [все] следующие в совокупности.

1	1	1	2	2	2	1	2	4
1	2	4	2	4	8	4	6	9
1	3	9	2	6	18	9	15	25
1	4	16	2	8	32			

Рис. 12

Если же мы по тем же правилам поменяем местами [члены] двукратного отношения 1 : 2 : 4, то получим первые [члены] полуторной пропорции, а именно, 4 : 6 : 9, и если их, в свою очередь, поменять местами, то из них подобным же образом [получится] сверхдвухчастное [отношение], а именно, 9 : 15 : 25. Из этого становится совершенно ясным родство отношений. Ведь если двукратное отношение возникло из равенства, а половина, как мы узнали, получила название в соответствии с [числом] два, то затем в правильном порядке было составлено полуторное отношение в сверхчастных, как родственное ей, а из него, в свою очередь,

по родству с двойкой — сверхдвухчастное [отношение] в сверхмногочастных. Если же [взять] первые [члены] в трехкратном отношении, то из них возникнут сверхтретьи [отношения], и из тех — сверхтрехчастные; а если в четырехкратном, то [возникнут] сверхчетвертные (ἐπιτέταρτοι) [отношения], и из тех — сверхчетырехчастные, и [так] всегда [будут возникать] следующие [отношения], сохраняющие <47> родство названий, и коренные числа — из коренных чисел, и вторые — из вторых, и третьи — из третьих, и всегда тем же образом. Мы не считаем, что в трех членах будут возникать те же самые основания сверхчастных, которые обнаруживаются в двух: ведь если какое-либо [сверхчастное] отношение существует в двух [членах], то невозможно добавить [к ним] третий член, сохраняющий то же самое отношение к среднему [члену], потому что больший [член] не содержит в себе ту же долю, по которой он является сверхчастным первого [члена], так чтобы и третий [член] сохранял то же отношение к нему. Ведь всякое коренное число сверхчастного отношения, члены которого разнятся между собой на единицу, не содержит [членов], способных разделяться одинаковым образом, но если меньший делится на две части, то больший — на три, если меньший на три, то больший — на четыре, и больший [член] всегда получает на единицу большее деление, чем меньший; следовательно, если в каком бы то ни было [сверхчастном] отношении рассматривать долю по меньшему [члену], который является консеквентом относительно большего, то не может существовать такой третий антецедент, для которого консеквентом по той же самой доле был бы больший [член][173]. Итак, поскольку коренные числа в трех членах не те же самые, что в двух, то они будут проявляться в пропорциональных членах (τοῖς ἀνάλογον) иным образом: они станут разностями

[173] Так, если взять сверхтретье отношение 4 : 3, то к нему не может быть добавлен антецедент, выраженный целым числом, который находился бы в отношении 4 : 3 к 4. См.: Евклид, IX, предл. 16.

между ними. Например, если дана пропорция в полуторном отношении 4 : 6 : 9, коренными числами будут разности 3 и 2; опять же, [если дана пропорция] в сверхтретьем отношении 9 : 12 : 16, коренными числами будут разности 4 и 3, и то же самое будет происходить во всех видах сверхчастных [отношений] всегда одинаковым образом.

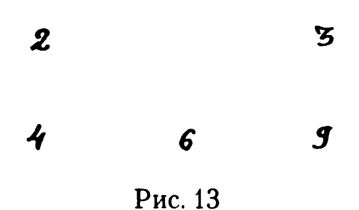


Рис. 13

Соответственно этому, коренными числами в [пропорции] из трех [членов в сверхчастном отношении] будут [члены сверхчастного отношения] из двух [членов], которые [являются] разностями [между ними].

В многократных [отношениях], <48> если взять первоначальные пропорциональные [члены], коренными числами всегда будут меньшие члены в каждом отношении. Причиной этого является единица, которая представляет собой консеквент во всех отношениях многократного. Точно так же и разности между членами пропорции будут содержать то же отношение, [что и сами члены], хотя [разности] не являются коренными числами отношений, как [это] происходило в случае сверхчастных[174]. Исключение изначально составляют только пропорциональные [члены] в двукратном [отношении]: в них разностями являются меньшие члены, т. е. коренные числа[175].

[174] Например, в трехкратном отношении 1 : 3 : 9 разности 2 : 6 не являются коренными числами, хотя и находятся между собой в том же отношении 1 : 3, что и сами члены, тогда как в сверхтретьем отношении 9 : 12 : 16 разности 3 : 4 являются коренными числами.

[175] Разности между членами двукратного отношения 1 : 2 : 4 будут иметь те же меньшие члены 1 : 2, что и сами члены отношения.

В видах сверхмногочастного члены, содержащие коренные числа, не обнаруживаются ни в разностях, как в случае сверхчастных, ни в меньших членах, как в случае многократных: они [могут быть обнаружены] согласно некоторой другой правильно упорядоченной пропорции[176]. [Члены] пропорции в сверхдвухчастном (ἐπιδιμερεῖ) отношении содержат коренные числа в разностях [между членами], разделенных пополам, обнаруживая и здесь родство половины в отношении двойки, в соответствии с которым отношение является сверхдвухчастным[177]. [Члены] пропорции в сверхтрехчастном (ἐπιτριμερεῖ) [отношении содержат коренные числа] в третьей части от [суммы] разностей[178], в сверхчетырехчастном (ἐπιτετραμερεῖ) — в четвертой части, в сверхпятичастном (ἐπιπενταμερεῖ) — в пятой части, и т. д. всегда подобным же образом, при том что сохраняется родство доли к отношению. Ведь отношения сами по себе будут иметь название в частях в сравнении с долями, поскольку больший член имеет превосходство над меньшим, название которого на единицу меньше: первое отношение третьих [долей] будет сверхдвухчастным, второе [отношение] четвертых [долей] — сверхтрехчастным, третье [отношение] пятых [долей] — сверхчетырехчастным и т. д. подобным же образом.

[176] В пропорции 4 : 6 : 9 члены не являются корнями отношения (коэффициентами пропорциональности), поскольку могут делиться. Коренные числа выражаются разностями между членами 2 : 3 и представляют собой отношение из двух членов.

[177] Сверхдвухчастное отношение 9 : 15 : 25 содержит коэффициент пропорциональности в разностях между членами, разделенных пополам: 15 – 9 = 6, 25 – 15 = 10, 6 : 2 = 3, 10 : 2 = 5, коэффициент пропорциональности – 3 : 5.

[178] Сверхтрехчастное отношение 16 : 28 : 49 содержит коэффициент пропорциональности в разностях 12 и 21 разделенных на 3, т. е. 4 : 7.

[О возникновении смешанных связей][179]

<49> Смешанные связи рождаются из [соединения] многократного [отношения] с одним из двух оставшихся: сверхчастным или сверхмногочастным. Они [возникают] из тех [отношений], которые предшествуют им самим: многократно-и-сверхчастное отношение [родилось] из сверхчастного, а из него возникло сверхмногочастное [отношение]. В частности, двукратное с половиной [отношение] рождается из полуторного, и хотя члены [отношения] расположены уже не в обратном, а в природном порядке, мы пользуемся теми же самыми тремя правилами. Если дана пропорция в полуторном [отношении] 4 : 6 : 9, в которой коренными числами [являются] разности [между членами], то будет образовываться двукратная с половиной [пропорция] с членами 4 : 10 : 25. Из [пропорции] в сверхтретьем отношении 9 : 12 : 16, в которой опять же коренными числами [являются] разности [между членами], если мы начнем с меньшего члена, точно так же [будет образовываться] двукратная с третью [пропорция] с членами 9 : 21 : 49. А из [пропорции] в сверхчетвертном [отношении] 16 : 20: 25, коренными числами в которой все так же [являются] разности [между членами], рождается двукратная с четвертью [пропорция] с членами 16 : 36 : 81, и так далее подобным же образом, при том что и здесь сохраняется родство доли, следующей в [своем названии] за многократным отношением, и названия сверхчастного отношения, из которого возникает смешанная связь.

16	20	25
16	36	81

Рис. 14

Когда порождающая связь полуторная, рождающаяся — двукратная с половиной; когда [порождающая]

[179] См.: Никомах. *Арифметика,* I. 22; 23.

сверхтрехчастная, [рождающаяся] — двукратная с одной третью; когда [порождающая] сверхчетырехчастная, [рождающаяся] — двукратная с одной четвертью, и так далее соответственно. Их основания также будут располагаться <50> в правильном порядке: поскольку возникли смешанные связи и отношения возросли, [коренные числа] уже не будут проявляться непосредственно в разностях образующихся [членов], как [это] было в случае простых связей, а будут обнаруживаться в долях разностей. Коренные числа двукратного с половиной отношения [будет обнаруживаться] в третьей части разностей [членов], [коренные числа] двукратного с одной третью — в четвертой части [разностей][180], двукратного с одной четвертью — в пятой части, и так далее соответственно, при том что знаменатель соответствующей доли будет всегда на единицу больше, чем название соотносимой с ней доли в видах многократно-и-сверхчастного [отношения].

Следует наблюдать, как при каждом составлении сверхмногочастных и многократно-и-сверхчастных связей вместе с ними зарождается некая изящная обратная пропорция. Сверхмногочастные [связи] измерили [больший член отношения] полной мерой единожды и оставили в остатке больше, чем одну, несоизмеримую долю, начиная с двух: ведь первая [сверхмногочастная связь] — сверхдвухчастная, затем — сверхтрехчастная, сверхчетырехчастная и т. д. соответственно. А многократно-и-сверхчастные [связи], противоположным образом, измеряют [больший член отношения] полностью дважды и оставляют в остатке всегда одну меру, начиная от доли, сопрягающейся с числом два, и далее увеличивающуюся соответствующим образом.

[180] Коренные числа двукратного с половиной отношения 4 : 10 : 25 составляют ⅓ разностей 6 и 15, т. е. 2 : 5, двукратного с одной третью 9 : 21 : 49 — ¼ разностей 12 и 28, т. е. 3 : 7.

Во всех образующихся связях, так же как и в тех [связях], от которых они образуются, крайние члены [пропорции] становятся квадратными [числами][181].

Последняя смешанная связь, [а именно], многократно-и-сверхмногочастная (πολλαπλασιεπιμερής), рождается из сверхмногочастной. Из сверхдвухчастной, или дважды сверхтретьей (ἐκ ... τῆς ἐπιδιμεροῦς <ἢ> δὶς ἐπιτρίτου), в частности, [из отношения] 9 : 15 : 25, если начать с меньшего члена, рождается двукратная с добавлением двух третьих долей (ἡ διπλασιεπιδιμερὴς τρίτων) <51> с членами 9 : 24 : 64; из сверхтрехчастной, или трижды сверхчетвертной (ἐκ ... τῆς ἐπιτριμεροῦς ἢ τρὶς ἐπιτετάρτου) [с членами] 16 : 28 : 49 — двукратная с добавлением трех четвертых долей (ἡ διπλασιεπιτριμερὴς τετάρτων) с членами 16 : 44 : 121[182];

---

[181] «Из сопряжения и пропорции полуторного, переставленного так, чтобы оно начиналось с большего члена, составляется сверхмногочастное сверхдвухтретье сопряжение; а если оно прямо начинается с меньшего члена, то получается многократно-и-сверхчастное сопряжение, а именно двукратное-и-половинное. К примеру, из 9, 6, 4 получается 9, 15, 25 либо 4, 10, 25. Из сверхтретьих, когда они начинаются с большего члена, в сверхмногочастном получается триждысверхчетвертное, а когда с меньшего — двукратное-и-сверхтретье. К примеру, из 16, 12, 9 получается 16, 28, 49 либо 9, 21, 49. Из превышающих на четверть, когда они начинаются с превосходящего члена, в сверхмногочастном получается четырежды- сверхпятерное, а когда с меньшего члена, то во многократно-и-сверхчастном получается двукратное-и-сверхчетвертное. К примеру, из 25, 20, 16 получается 25, 45, 81 либо 16, 36, 81. И в том, что получается обоими способами, последний член всегда является одним и тем же квадратом, а первый оказывается наименьшим, и оба крайних всегда являются квадратами» (Никомах. *Арифметика*, I. 23, 14–15).

[182] «Многократным-и-сверхмногчастным будет отношение, в котором больший член несколько раз содержит меньший и еще две или больше его долей, подобных или различных. Так 8 дважды содержит 3 и две его трети, и о нем говорят, как о двукратном и дважды сверхтретьем; и 11 к 3 является трехкратным и дважды сверхтретьим; а 11 к 4 — двукратным, сверхполовинным и сверхчетвертным или же двукратным и трижды сверхчетвертным. Легко найти много других многократных-и-сверхмногочастных. Они возникают, когда меньшее число измеряет большее не нацело, но так, что остается число, которое является несколькими

из сверхчетырехчастной, или четырежды сверхпятерной (ἐκ τῆς ἐπιτετραμεροῦς ἢ τετράκις ἐπιπέμπτου) [с членами] 25 : 45 : 81 рождается двукратная с добавлением двух пятых долей (ἡ διπλασιεπιτετραμερὴς πέμπτων) с членами 25 : 70 : 196.

9	15	25	16	28	49	25	45	81
9	24	64	16	44	121	25	70	196

Рис. 15

Продолжая таким образом до бесконечности, мы обнаружим образование соответственно последовательно увеличивающихся многократно-и-сверхмногочастных связей с помощью сверхмногочастных: из сверхдвухчастной третьих долей (ἐκ ... ἐπιδιμεροῦς τρίτων) возникла двукратная с добавлением двух третьих долей, из сверхтрехчастной четвертых долей (ἐκ ... τῆς ἐπιτριμεροῦς τετάρτων) — двукратная с добавлением трех четвертых долей, из сверхчетырехчастной пятых долей (ἐκ ... τῆς ἐπιτετραμεροῦς πέμπτων) — двукратная с добавлением четырех пятых долей. Их коренные числа также окажутся расположенными в регулярной последовательности: [коренные числа] двукратной с добавлением двух третьих долей будут видны в пятой части разностей, двукратной с добавлением трех четвертых долей — в седьмой части [разностей][183], двукратной с добавлением

частями меньшего, каково отношение 14 к 3: ведь три измеряет 14 не нацело, поскольку взятое четырежды, оно дает 12, которое меньше 14 на двойку, которая является двумя частями от 3, и ее называют двумя третями. И многократным-и-сверхмногочастным противоположны обратные им» (Теон, 79–80).

[183] В двукратной с добавлением двух третьих долей пропорции 9 : 24 : 64 разности между членами составляют 15 и 40; 15 : 5 = 3, 40 : 5 = 8, коренные числа — 5 : 8; в двукратной с добавлением трех четвертых долей 16 : 44 : 121 разности составляют 28 и 77; 28 : 7 = 4, 77 : 7 = 11, коренные числа — 7 : 11.

четырех пятых долей — в девятой части, и доля всегда будет получать название путем добавления двойки, например, 11, 13, 15, и всегда одинаковым образом.

[Правило отыскания любых сверхчастных отношений][184]

После того как мы увидели образование связей одномерных и смешанных [чисел], берущее начало от [отношения] равенства, нам нужно принять следующую общую теорему, которая будет полезна для отношений гармонической теории[185]. <52> Каждое многократное, начиная с единицы или

[184] См.: Никомах. *Арифметика,* II. 3; 4; ср.: Боэций. *Музыка,* II. 8.

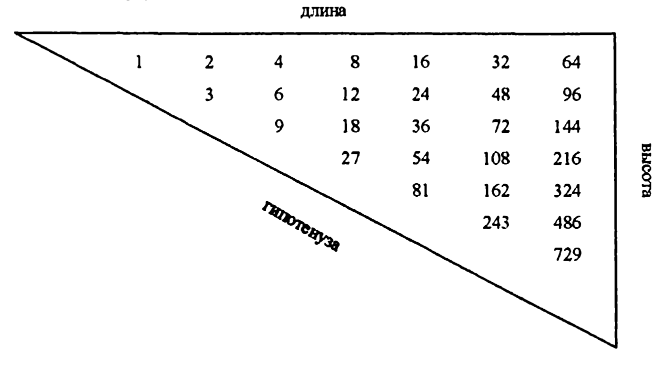
[185] Ямвлих сильно сокращает текст, связывающий I и II книги *Введения* Никомаха, из-за чего оказываются выпущены важные логические звенья: «Мы показали, что равенство является элементом для соотнесенного количества; а для количества самого по себе первоначальными элементами являются единица и двойка, из которых как из последних все слагается до бесконечности и на которые мы мысленно все разлагаем. Мы также показали, что распространение и нарастание неравного идет от равенства, и что оно прямо упорядочено по всем сопряжениям согласно трем правилам. И чтобы показать, что равенство поистине является элементом, осталось продемонстрировать, что разложение завершается на нем же. Рассмотрим для этого нашу процедуру. Представь себе три члена в любом сопряжении и пропорции, будь оно многократным, или сверхчастным, или сверхмногочастным, или многократно-и-сверхчастным, или многократно-и-сверхмногочастным, лишь бы только средний член относился к меньшему так же, как больший к среднему. Вычти меньший член из среднего, будь он по порядку первым или же последним, и установи меньший член первым членом твоей новой прогрессии; на второе место установи то, что осталось от второго члена после вычитания; а потом вычти сумму нового первого члена и удвоенного нового второго члена из оставшегося, наибольшего из данных членов, и установи разность третьим членом, — и получившиеся числа будут иметь некоторое новое сопряжение, более примитивное по природе. И если ты снова таким же способом произведешь вычитание этих трех членов, ты обнаружишь, что они преобразуются в три новых члена более примитивного вида; и ты найдешь, что эта последовательность будет всегда продолжаться, пока не дойдет до равенства. А отсюда с необходимостью становится очевидным, что равенство является элементом для соотнесенного количества. Из этой теории вытекает элегантная теорема,

с любого первого и несоставного числа, будет стоять во главе такого числа соименных ему сверхчастных отношений, на каком месте оно окажется, считая от единицы или от первого и несоставного [числа]. Под каждым первым многократным в глубину будет записано одно сверхчастное, под каждым вторым — два сверхчастных, под [каждым] третьим — три, под [каждым] четвертым — четыре[186], и так далее соответственно, так что возникающая таблица в форме [расширяющейся] трубы обнаружит большое изящество по длине, глубине и гипотенузе[187]. Из двукратных [отношений] возникнут трехкратные и полуторные, из трехкратных — четырехкратные и сверхтретьи, из четырехкратных — пятикратные и сверхчетвертные, и сколь угодно далее, при том

чрезвычайно полезная по ее приложению к Платоновскому учению о порождении души и ко всем гармоническим интервалам» (Никомах. *Арифметика,* II. 1; 2).

[186] Так, первое двукратное — двойка — стоит во главе одного полуторного отношения (2 : 3), так как 3 не делится на два и из-за этого не может образовать следующего полуторного отношения ни с одним числом; второе двукратное — четверка — стоит во главе двух полуторных отношений (4: 6 и 6 : 9), третье двукратное 8 — во главе трех (8 : 12, 12 : 18 и 18 : 27), четвертое двукратное 16 — во главе четырех (16 : 24, 24 : 36, 36 : 54 и 54 : 81).

[187] Имеются в виду катеты и гипотенуза прямоугольного треугольника. Числа, расположенные вдоль катетов, содержат двухкратное («в длину») и полуторное («в глубину») отношение, вдоль гипотенузы — трехкратное отношение.



что всегда будет сохраняться та же самая последовательность. Вдоль гипотенузы всегда будут возникать последовательные многократные [числа], становясь препятствием для [возникновения] следующих сверхчастных указанного выше порядка, поскольку они не содержат такого сверхчастного, согласно которому называется сверхчастное, например, три вторых, четыре третьих, пять четвертых, и всегда тем же образом[188]. В каждой «трубе» число, расположенное в прямом углу, будет сохранять некое упорядоченное отношение к родственным [числам] по обеим сторонам [от него] в ширину и глубину: например, в ряду двукратных оно будет двукратным и подполуторным, в [ряду] трехкратных — трехкратным и подсверхтретьим, и в остальных случаях соответственно[189].

---

[188] «На вышеприведенной схеме [в верхнем ряду] первое двойное кратное число [2] соотносится [в следующем ряду] с тройкой — единственным числом, которое может произвести с ним полуторное отношение. Тройка же не может соотноситься с каким-либо полуторным числом, поскольку у нее нет половины. Дальше следует четверка, второе двойное число. Оно предшествует двум полуторным числам, 6 и 9. У числа 9 нет половины, поэтому с ним никакое полуторное число не сопоставимо. В других [двойных числах] такая же закономерность» (Боэций. *Музыка*, II. 8, 2).

[189] Таблица трехкратных и сверхтретьих отношений (в первом столбце порядковый номер трехкратного числа считая от единицы, во втором — трехкратные числа, в следующих столбцах — числа, с которыми трехкратные образуют сверхтретьи отношения):

	1					
1	3	4				
2	9	12	16			
3	27	36	48	64		
4	81	108	144	192	256	
5	243	324	432	576	768	1024

Таблица четырехкратных и сверхчетвертных отношений (в первом столбце порядковый номер четырехкратного числа, считая от единицы, во втором — четырехкратные числа, в следующих столбцах — числа, с которыми четырехкратные образуют сверхчетвертные отношения):

[Об отношении чисел, которые измеряются другими числами][190]

Нужно предварительно принять и еще одну теорему, которая будет нам весьма полезна во *Введении в музыку.* <53> Если разность двух неравных чисел измеряет [эти числа] некоторыми другие числами, различающимися между собой на единицу, большее — бóльшим, а меньшее — меньшим, она измерит [их] или полностью (πληρούντως), или с избытком (ὑπερβαλλόντως), или с недостатком (ἐλλιπῶς). Но поскольку «полнота» (τὸ … πλῆρες) есть «полное» единственным образом, так же как «совершенство» и «равенство», по свойству добродетелей, а «недостаток» и «избыток» беспредельны и неограниченны, так же как и пороки, по природе неравенства, то если [данные числа] будут измерены полностью, они будут находиться в том же отношении [друг к другу], что и те [числа], которыми их измерила [их] разность: большее из них будет относиться к меньшему так же, как большее на единицу из тех [чисел] — к меньшему на единицу[191]; в двух остальных случаях [отношение будет] или больше, или меньше, но не таким же. Если измерение будет недостаточным, так что после приложения меры в ка-

	1					
1	4	5				
2	16	20	25			
3	64	80	100	125		
4	256	320	400	500	625	
5	1024	1180	1600	2000	2500	3125

[190] Ср.: там же, II. 9.

[191] Издатель приводит схолию к данному месту в рукописи: Οἱ ἐλάχιστοι ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόντων αὐτοῖς μετροῦσι τοὺς τὸν αὐτὸν λόγον ἔχοντας ἰσάκις ὅ τε μείζων τὸν μείζονα καὶ ὁ ἐλάσσων τὸν ἐλάσσονα — «Числа, наименьшие из имеющих то же самое отношение с ними, равное <число раз> измеряют имеющие то же самое отношение <числа>, причем большее <измеряет> большее, а меньшее — меньшее» (Евклид, VII, предл. 20).

ждом из двух измеренных [чисел] в остатке столько же раз останется какое-то несоизмеримое [количество, сколько оставили] и те [числа], что перед ними, и [это количество] будет одинаковым, то целые [числа] будут находиться [между собой] в большем отношении, чем [отношение] их частей, оставшихся после их измерения полной мерой, к взаимно сопоставляемым с ними [частям], и в целом чем меньше [будут] числа, уменьшающиеся в соответствии с одинаковой разностью, тем больше будут увеличиваться их отношения, [бóльшие] чем [отношения] тех [чисел], которые больше них; то же можно увидеть и во всех средних арифметических, где меньшие члены всегда находятся в больших отношениях, а большие — в меньших. Если же измерение будет избыточным, <54> так что после того, как все [числа] будут измерены их общей разностью, они будут превосходить меру на некоторое равное количество сообразно их количеству, то все [числа] будут находиться между собой в меньшем отношении, чем [числа], определяющие равный избыток меры в обоих [отношениях].

Приведем примеры трех таких сопряжений, [получающихся] тремя вышеописанными способами. [Пример] полного измерения: 50 и 55; недостаточного: 48 и 53; избыточного: 53 и 58. Общая разность во всех [трех сопряжениях] — пятерка. Пятерка, являющаяся [общей] мерой для обоих членов в каждом сопряжении, будет измерять бóльшие [члены] одиннадцать раз, а меньшие — десять раз. В первом [сопряжении] как целые [числа], так и те [числа], которыми они были измерены, будут иметь равные отношения, поскольку они действительно будут в одном и том же сверхдесятерном (ἐπιδεκάτῳ) отношении[192].

[192] 50 : 55 = 10 : 11, поскольку 50 и 55 полностью измеряются своей разностью 5 соответственно 10 и 11 раз. Схолия в рукописи: ταῦτα παρ' Εὐκλείδῃ καὶ σαφέστερα καὶ συντομώτερα καὶ ἀποδεικτικώτερα ἔκκεινται — «это выражено у Евклида и яснее, и короче, и доказательнее».

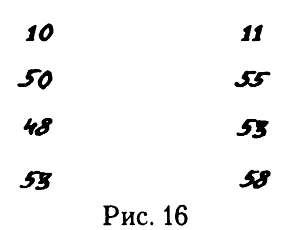


Рис. 16

<Во втором сопряжении целые числа будут иметь бо́льшие отношения, чем те числа, которыми они были измерены: те будут в отношении 11 : 10>, а целые [числа] — уже не в том же, но в большем [отношении], чем 11 : 10, поскольку 53 содержит 48 и бо́льшую [часть], чем его десятая доля[193]. В третьем [сопряжении] целые [числа будут иметь] меньшие [отношения], чем те, которыми они были измерены: ведь те будут в том же самом отношении 11 : 10, а целые [числа] — <в> меньшем [отношении], чем 11 : 10, поскольку 58 : 53 меньше, чем 11 : 10, так как большее [число] действительно содержит меньшее и меньшую [часть], чем его десятая доля[194].

Если к неравным членам добавить равные числа, то разность между теми [числами], что [были даны] <55> изначально, и теми, которые [возникли] после прибавления, останется той же, а отношение между последними [числами], т. е. сложенными с прибавлением, будет меньше. Если от неравных членов отнять равное [количество], то те числа, которые останутся после вычитания, будут иметь ту же разность, что и те, которые [были] изначально, но отношение [между ними] окажется больше[195].

[193] $53 = 48 + \frac{48}{10} + \frac{48}{240}$.

[194] $53 + \frac{53}{10} = 58\frac{3}{10}$.

[195] «Большее и меньшее числовые отношения понимаются так: половина больше, чем треть; треть больше, чем четверть; четверть больше, чем пятина, и так далее в том же роде. Отсюда полуторное отношение больше, чем сверхтретное, а сверхтретное превосходит сверхчетвертное, и так дальше. И поэтому большее отношение сверхчастичных чисел всегда

[О «сложении» интервалов][196]

Нужно предварительно заметить также следующее, что́ далее будет нам полезно для той же [теории музыки]. Если любой интервал будет составлен дважды (ἐὰν διάστημα ὁτιοῦν δὶς συντεθῇ), т. е. если любое отношение будет перенесено (τουτέστιν ὁστισοῦν λόγος διαφορηθῇ), — разумеется, при том, что средний член останется общим, — то крайние [члены] всегда будут в большем отношении, чем те, что содержат простой интервал. В случае, если переносимый (διαφορούμενον) интервал будет в многократном отношении, то и охватывающие [его] крайние [члены] будут образовывать многократное [отношение][197]; если же [переносимый интервал будет] в сверхчастном [отношении], то охватывающие [его] крайние [члены] не будут образовывать ни сверхчастное, ни многократное [отношение], но [будут находиться] в некоторой другой смешанной связи[198].

наблюдается в числах меньших. Это становится очевидным на примере ряда натуральных чисел. Пусть дан следующий ряд натуральных чисел: 1 2 3 4 5. Два к одному дают двойное число, три к двум полуторное, четыре к трем сверхтретное. Числа 3 и 4 [в указанных отношениях] больше; числа 3, 2, 1 меньше. Таким образом, в больших [натуральных числах] содержится меньшее отношение, а в меньших большее. Отсюда очевидно, что если к любым [двум] числам, состоящим друг с другом в [определенном] сверхчастичном отношении, добавить одно и то же целое число, то отношение чисел до прибавления одного и того же целого числа будет больше, чем [отношение чисел, которое получается] после добавления к ним одного и того же целого числа» (Никомах. *Арифметика,* II. 9, 9–11).

[196] Ср.: Псевдо-Евклид, предл. 1; 2; 4; 5; Боэций. *Музыка,* II. 10.

[197] «Если составной интервал образуется удвоением кратного интервала, то этот интервал будет кратным» (Псевдо-Евклид, предл. 1); ср.: «Если кратный интервал умножить на 2, то отношение, которое получится от такого умножения, будет тоже кратным» (Боэций. *Музыка,* II. 10, 1).

[198] Ср.: «...Если сверхчастичное отношение умножить на 2, то полученный результат не будет ни кратным, ни сверхчастичным» (Боэций. *Музыка,* II. 10, 2).

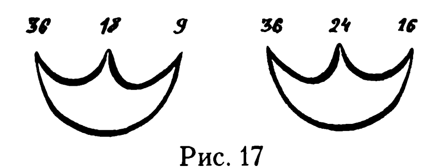


Рис. 17

То же можно сказать и наоборот: если составной (σύνθετον) интервал окружают крайние [члены], находящиеся в многократном отношении друг к другу, то и перенесенный (διαφορηθέν) интервал будет в многократном отношении[199]; если же отношение крайних [членов] является не многократным или сверхчастным, а смешанным, то перенесенный интервал будет не многократным, а сверхчастным или разнородным[200]. На основании этого в гармонических отношениях можно будет подтвердить, какие созвучные интервалы в сложении с [другими] созвучными [интервалами] произведут бóльшие созвучия, а какие — нет, и в каком отношении будут составляемые сложные [интервалы], а в каком — те, что [были] изначально[201].

---

[199] «Если удвоением интервала образуется кратный составной интервал, то и исходный интервал является кратным» (Псевдо-Евклид, предл. 2).

[200] «Если удвоением интервала составляется некратный интервал, то и исходный интервал не является кратным» (Псевдо-Евклид, предл. 5); ср.: «... если результат умножения [на 2] — не кратное отношение и не сверхчастичное, тогда то отношение, которое умножалось на 2, было сверхчастичного или другого рода, но только не кратного» (Боэций. *Музыка*, II. 10, 2).

[201] Под «сложением» интервалов понималось перемножение первоначальных отношений, что имело практическое применение в теории музыки. Так, интервал двойной октавы получался возведением в квадрат двукратного отношения: $\frac{2}{1} \times \frac{2}{1} = \frac{4}{1}$, интервал двойной квинты — возведением в квадрат полуторного отношения: $\frac{3}{2} \times \frac{3}{2} = \frac{9}{4}$, и т. д. На рис. 17 представлено «удвоение» (т. е. возведение в квадрат) двукратного отношения 18 : 9 и полуторного 24 : 16. $\frac{18}{9} \times \frac{18}{9} = \frac{36}{9}$, или четырехкратное отношение, что в два раза больше, чем изначальное двукратное; $\frac{24}{16} \times \frac{24}{16} = \frac{36}{16}$, или двукратное с четвертью отношение, что больше, чем изначальное полуторное. В пифагорейской теории к созвучным интервалам относились кратные интервалы октавы (2 : 1), дуодецимы (3 : 1) и двойной окта-

Нужно предварительно заметить еще следующее. Если число умножит другое число, <56> то произведение будет обладать свойствами каждого из производящих [чисел]. И если два числа, находящиеся в каком-либо отношении, умножают два других [числа], имеющие [между собой] другое отношение, [при этом] большее [число умножает] большее, а меньшее — меньшее, то их произведения будут сохранять и то, и другое отношение; и если множители (οἱ γεννήτορες) будут коренными [числами], то и доля вышеуказанных [чисел] в произведениях окажется коренной; а если они не будут коренными [числами], то они сохранят ту же пропорцию порядка[202].

Также нужно предварительно заметить вот что. В последовательности с четным числом членов [и] с одинаковой разностью [между членами], [независимо] от того, будут ли члены [последовательности] четной природы или нечетной, или же и той, и другой, сумма всех членов будет во столько раз больше суммы одних только крайних членов, сколько составляет половина от [общего] числа членов,

---

вы (4 : 1), а также сверхчастные интервалы квинты (3 : 2) и кварты (4 : 3). См. подробнее: «Начала» Евклида. Книги VII–X. С. 308; *Щетников А. И.* Евклидов корпус. Деление канона // ΜΟΥΣΙΚΗ ΤΕΧΝΗ. Очерки истории античной музыки. СПб., 2013. С. 94, примеч. 4.

[202] К примеру, если взять коренные числа в двойном с половиной отношении 5 : 2 и в полуторном 3 : 2 и умножить их меньшие члены на меньшие, а большие — на большие, то получится смешанное (трехкратное с добавлением трех четвертей) коренное отношение 15 : 4; если взять двойное с половиной отношение 10 : 4 и полуторное 6 : 4 и умножить их меньшие члены на меньшие, а большие — на большие, то получится то же самое трехкратное с добавлением трех четвертей отношение 60 : 16, при том, что ни изначальные члены, ни получившиеся произведения не являются коренными числами. Если же сложить двойное с половиной отношение с полуторным, то крайние члены окажутся в том же трехкратном с добавлением трех четвертей отношении 10 : 6 : 4. Ср.: Евклид, V, предл. 15.

от которой [и] получит [свое] название многократность (ἡ πολλαπλασιότης)[203].

Мы пока отложим следующий за этим раздел о пропорциях, так как пропорция – это система отношений (σύστημα λόγων), и рассмотрим сначала [учение] о плоскостных и телесных [числах], отложенное нами для пользы обучения, поскольку оно относится к разделу о количестве как таковом.

[III]

[О ПЛОСКОСТНЫХ ЧИСЛАХ]

[О возникновении плоскостных чисел][204]

Когда любое число, начиная с единицы, или само по себе, или же в сумме с [другими числами], меньшими, чем оно [само], разлагается на единицы и вытягивается в линию, оно называется «прямолинейным» (εὐθυγραμμικὸς), потому что, не имея ширины, оно увеличивается только в длину. Следует знать, что древние [математики], <57> разлагая количество числа на единицы, придавали ему больше естественное значение, а не символическое, как нынешние. «Прямолинейными», в частности, называются [числа], которые не составляют фигуру на плоскости, как, например, 5, 7 и подобные [им]. Они называются [также] «измеряющими прямую» (εὐθυμετρικοί), потому что измеряются единицей на прямой линии. И поскольку начало и элемент

[203] Иными словами, чтобы вычислить общую сумму любого четного числа членов арифметической прогрессии, нужно умножить сумму крайних членов на число членов прогрессии, разделенное на два (так называемое «правило Гаусса»).

[204] См.: Никомах. *Арифметика,* II. 6; 7.

длины — это точка, а линия, как говорят геометры — это ее течение (ῥύσιν)[205], то по подобию [точки] и единица будет иметь логос точки и знака (στιγμῆς καὶ σημείου)[206], как бы являясь началом количества, и, в самом деле, словно истекая (ῥυεῖσα) из себя самой и по своей величине расступаясь на [число] один, будет увеличиваться в длину[207]. Таким образом, [единица] будет иметь некоторые общие свойства с точкой. Она является началом количества, как [точка является началом] размера. Подобно [точке], она не имеет размера и, возведенная в квадрат, не превышает саму себя: как единожды один ничем не больше одного, так и точки, следующие одна за другой, не составляют ничего больше точки. Ведь линия не является соединением большего количества точек, а представляет собой либо непрерывность ощутимого (ψαυστῶν ἀδιαστασία), либо неощутимость разделенного (διαστάντων ἀψαυστία)[208]: стало быть, точка уже не является частью линии. Точка не только есть то, что не имеет частей[209], но и [сама она] не служит частью чего-либо другого. Общее свойство единицы и точки состоит еще и в том, что [единица], которая наблюдается на вершине трехмерных пирамид, [построенных] на основаниях с бесконечным чис-

---

[205] «...Так как утверждают, что линия, двигаясь (κινηθεῖσαν), образует плоскость, а точка — линию, то и движения единиц (αἱ τῶν μονάδων κινήσεις) должны составлять линии: ведь точка — это единица, имеющая определенное положение» (Аристотель. *О душе*, 409a4–5). Там, где Аристотель использует слова κινέω («двигаться») и κίνεσις («движение»), у Ямвлиха находим ῥέω («течь, струиться») и ῥύσις («течение»).

[206] «Единица в возможности содержит логос начала, знака и точки (σημείου καὶ στιγμῆς)» (Theon, 95; перевод мой. — *Л. Щ.*). Сущ. στιγμή (от гл. στίζω: «покрывать уколами») и σημεῖον (деминутив от σῆμα — «знак») здесь употреблены в синонимическом значении.

[207] Имеется в виду длина ряда натуральных чисел.

[208] Под первым подразумевается геометрическая линия, под вторым — последовательность чисел. Сущ. ἀψαυστία встречается только единожды в данном месте.

[209] Евклид, I, опр. 1.

лом углов (ἀπειρογόνων), мыслится принимающей любую форму (πανσχήμων), как и та. [Единица] имеет также особые свойства, которые отличают ее от точки. Она является словно порождающей члены (ὁρογενὴς)[210] [ряда натуральных чисел] и путем сложения себя [с собой] расступается в длину, а кроме того — является частью [числа][211]. Если же мы прекратим записывать единицы по одной с промежутком [между ними] и создавать <58> «длину» и перейдем к «ширине», изображая их в виде фигур на плоскости, то такое число будет называться «плоскостным» (ἐπίπεδος)[212]. Оно имеет уже два измерения и может быть изображено в самой разной форме, начиная с треугольника. На этой фигуре следует остановиться подробно и дать представление о ее упорядоченном возникновении.

[О треугольных числах][213]

Если мы возьмем ряд последовательных чисел начиная с единицы и, не пропуская ни одного, будем складывать вместе все следующие [друг за другом] числа по одному, т. е. сначала возьмем число один, затем прибавим к нему два, затем к двум [прибавим] три, и к ним — четыре, и [так] сколь угодно далее, то начиная с единицы будут последовательно составляться треугольники 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36

[210] Сущ. ὁρογενὴς, кроме данного места, больше нигде не встречается.

[211] Спорное место, противоречащее определению числа у Евклида (см.: Евклид, VII, опр. 3).

[212] В переводе *Начал* Евклида используется термин «плоскостное число»: «Когда же два числа, перемножаемые между собой, производят нечто, то возникающее <число> называется плоскостным, стороны же его суть перемножаемые между собой числа (Евклид, VII, опр. 17), в переводах А. И. Щетникова — термин «плоское число»: «Составные, охватываемые двумя множителями, называются плоскими, ибо в теории они рассматриваются как имеющие два протяжения и охватываемые длиной и шириной» (Теон, 24–25); «Плоские числа суть те, которые получаются перемножением двух чисел — длины и ширины» (Там же, 31). В современной терминологии — частный случай фигурных чисел.

[213] См.: Никомах. *Арифметика,* II. 8.

и так далее, каждый из которых будет изображаться как в виде треугольного числа, разложенного на единицы, так и в виде единицы самой по себе, поскольку в возможности она является треугольной[214]. Стороны каждого [треугольного числа] после единицы будут состоять из такого числа единиц, сколько [их] содержится в гномоне, — то есть, клянусь Зевсом, сколько единиц содержится в самом последнем взятом в сложении гномоне: это свойство присуще исключительно треугольникам. Гномоном же называется [число], которое увеличивает каждый вид многоугольников путем прибавления [себя к ним], сохраняя [при этом] свой вид: например, тройка, добавленная к треугольному числу три, составила имеющее тот же вид «знаменитое» [число 6] (τὸν ἐπίσημον)[215]. [Это] название было заимствовано у тех, кто [занимается] геометрией, где гномоном называется остаток, получившийся [отнятием] из квадрата [другого] квадрата[216]. Фигура [треугольного числа] всегда будет равносторонним треугольником. Таким образом, треугольным будет число, которое рождается из [чисел], следующих за <59> единицей с разностью в единицу, путем последовательного прибавления каждого следующего числа к сумме [всех]

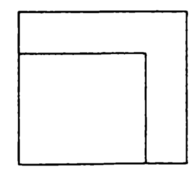
[214] Таблица треугольных чисел:

Порядковый номер треугольного числа	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Треугольные числа	1	3	6	10	15	21	28	36	45	55	66	78

Общая формула: $1 + 2 + 3 + \ldots + n = \frac{1}{1}n(n + 1)$.

[215] Схолия в рукописи: ἐπίσημον λέγει τὸν ς′ — «“знаменитым” называется [число] 6» (Scholia in Iamblichum, 58. 23). В издании ошибочная конъектура: [ν]ς′.

[216] Гномон в геометрии:



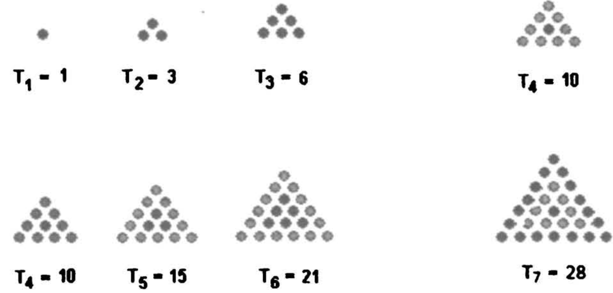
предыдущих (σωρηδὸν)[217]. При изображении на плоскости четвертый [треугольник] начнет заключать в себе первый, пятый [будет заключать в себе] второй, и соответственно остальные [треугольники], до тех пор, пока седьмой снова не заключит в себе тот, который заключает в себе первый, поскольку он сам — четвертый [по порядку] от четвертого[218], и последующие [треугольники] соответственно будут вести себя таким же образом

[О квадратных числах][219]

Вернемся снова к началу [раздела]. Если в ряду чисел начиная с единицы мы будем складывать [числа] уже не последовательно, а через одно, т. е. [только] нечетные [числа] (например, 1, затем 1 + 3, затем 1 + 3 + 5, и далее 1 + 3 + 5 + 7 и т. д. соответственно), то будут возникать квадратные [числа], и они будут изображаться на плоскости в виде квадратов, разложенных на единицы[220]. Гномоны, образующие угол, всегда будут накладываться на две стороны, и квадратные числа будут увеличиваться уже не с одной стороны, как [треугольные], которые рассматривались выше,

[217] Термин σωρηδόν (от сущ. σωρός: «куча, груда») обозначает способ последовательного сложения следующих друг за другом чисел.

[218] Изображение треугольных чисел на плоскости. Треугольники нижнего ряда (10, 15, 21, 28) «заключают в себе» треугольники верхнего ряда (1, 3, 6, 10):

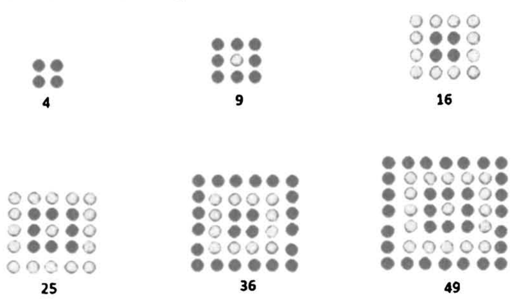


[219] См.: Никомах. *Арифметика,* II. 9.

[220] Формула: $1 + 3 + 5 + 7 + ... + (2n - 1) = n^2$.

[а с двух]. Здесь также третий [квадрат] начнет заключать в себе первый, четвертый [будет заключать в себе] второй, пятый [будет заключать] третий и вместе с тем первый, шестой — четвертый и одновременно второй, и в целом числа, занимающие четное место в ряду [квадратов, будут заключать в себе] четные [числа], а занимающие нечетное место — нечетные[221]. Итак, квадратное число есть [такое], которое составляется из [последовательного] сложения [чисел] начиная с единицы, разнящихся [между собой] на двойку: например, 1, 4, 9, 16, 25, 36 и каждое следующее [число], сторона которого будет состоять из стольких единиц, сколько гномонов было взято в сумме[222]. Поскольку форма квадрата, если провести диагональ в геометрической [фигуре], разлагается на два треугольника, и очевидно, что она из них же и состоит[223], <60> то можно обнаружить, что и в арифметических [числах] квадрат составляется из каждых двух последовательных треугольных чисел. Квадратные [числа] рождаются, если каждое число, начиная с единицы, умножить на него же: единица, умноженная на единицу, становится квадратной; двойка, умноженная на двойку, составляет

[221] Изображение на плоскости:



[222] Квадратные числа с длиной сторон и гномонами:

Квадратные числа	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
Длина стороны	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Гномоны	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19

[223] См. Евклид, I, предл. 41.

квадрат 4; тройка, умноженная на тройку — [квадрат] 9, и т. д. последовательно.

[О других многоугольных числах][224]

Если из ряда последовательных чисел начиная с единицы мы будем складывать [числа] через два, то возникнут пятиугольные [числа] 1, 5, 12, 22, 35 и так далее, так же разлагающиеся на единицы и изображаемые в форме пятиугольников, к которым [гномоны] прибавляются с трех сторон. Сторона каждого [пятиугольника] будет состоять опять же из стольких единиц, сколько гномонов было прибавлено для его возникновения. Итак, пятиугольным числом будет то, которое составляется путем последовательного сложения [чисел] начиная с единицы, разнящихся [между собой] на тройку; шестиугольным — [то, которое составляется путем последовательного сложения чисел, разнящихся между собой] на четверку; семиугольное — [то, которое составляется путем последовательного сложения чисел, разнящихся между собой] на пятерку, и так далее последовательно. При этом названия многоугольников будут на двойку превосходить разность [их] гномонов. Если расположить в ряд следующие друг за другом многоугольные [числа] начиная с треугольных, поместив перед ними последовательность [натуральных] чисел, то в [получившейся] таблице треугольные [числа] окажутся четными и нечетными два через два, квадратные — одно через одно, пятиугольные, так же как и треугольные — два через два, и вообще все [числа], расположенные <в нечетных рядах будут четными через два, а в> четных — <один через один>[225]. <61> Ведь все мно-

[224] См.: Никомах. *Арифметика,* II. 10; 11.

[225] Многоугольные числа и их гномоны:

Гномоны треугольных чисел	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Треугольные числа	1	3	6	10	15	21	28	36	45	55
Гномоны квадратных чисел	1	3	5	7	9	11	13	15	17	19

гоугольные [числа] получили [свои] гномоны в определенном природном порядке: треугольные [числа получили] нечетные и четные [гномоны] через один, квадратные — только нечетные, пятиугольные снова [нечетные и четные] через один, шестиугольные — только нечетные, и точно так же во всех случаях соответственно.

[О единице как фигурном числе]

Единица стоит в начале всякого возникновения многоугольных чисел и в связи с этим может принимать любую форму: говорят, что это похоже на окружность и сферу, потому что окружность охватывается одной линией, так же как сфера — одной плоскостью, и потому, что окружность способна вместить в себя и заключить в себе всякую многоугольную фигуру на плоскости, так же как сфера — [любое геометрическое] тело. Как будет показано ниже, единица также стоит в начале возникновения телесных фигур и в возможности содержит в себе все [их] логосы; кроме того, она, словно двигаясь сама по себе и вокруг самой себя, возвращается к самой себе. Подобно тому, как окружность, [двигаясь] от какого-либо [начального пункта] вокруг некоего [центра] на равном расстоянии [от него], возвращается к самой себе. Поскольку в единице проявляется логос окружности (ὁ κυκλικὸς λόγος), а изображения многоугольников [на плоскости] начинаются с тройки, то пифагорейцы правильно называли двойку «неопределенной» (ἀόριστον), потому что с ее помощью нельзя ограничить (οὐδ᾽ … περιορίζεται)

Квадратные числа	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
Гномоны пятиугольных чисел	1	4	7	10	13	16	19	22	25	28
Пятиугольные числа	1	5	12	22	35	51	70	92	117	145
Гномоны шестиугольных чисел	1	5	9	13	17	21	25	29	33	37
Шестиугольные числа	1	6	15	28	45	66	91	120	153	190
Гномоны семиугольных чисел	1	6	11	16	21	26	31	36	41	46
Семиугольные числа	1	7	18	34	55	81	112	148	189	235

какую-либо фигуру: ведь первое «прямолинейное» число и первоначало плоскостных [чисел] (στοιχεῖον ἐπίπεδον) — треугольник, существующий в трех границах (ὅροις)[226] в двух измерениях.

[О свойствах треугольника]

Поскольку многоугольники изображаются в виде фигур на плоскости с помощью треугольника, так как они имеют его в своем составе и разлагаются на него же, потому и <62> многоугольные [числа] будут образовываться с помощью треугольных в некотором правильном природном порядке. Треугольное [число] в возможности единица будет разностью первых многоугольников в действительности, если рассматривать их в высоту (ἐπὶ βάθος), [а именно], 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 и так далее. Первое в действительности и второе по порядку треугольное [число] три будет разностью вторых многоугольников: 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27. Третье [треугольное число] 6 [будет разностью] тре<тьих много>угольников[227] 10, 16, 22, 28, 36, 40, 46, 52, так же как четвертое — [разностью] четвертых [многоугольников], пятое — [разностью] пятых, и сколь угодно далее. И если изобразить многоугольные числа в виде фигур на плоскости, то две их стороны будут оставаться теми же самыми, увеличиваясь в каждом [многоугольнике], а оставшиеся стороны будут всегда меняться с добавлением гномонов: в треугольнике [это] одна [сторона], в квадрате — две, в пятиугольнике — три, и так далее до бесконечности, при том что и здесь названия многоугольников будут отличаться на двойку от числа меняющихся [сторон].

Отсюда был получен метод «эпантемы Тимарида».

---

[226] В рассуждении использованы однокоренные слова ἀόριστος (*букв.* «не имеющей границ»), περιορίζω («окружать границами, устанавливать пределы, определять»), ὅρος («межевой знак, граница, рубеж»).

[227] В рукописи ошибочно «треугольников» (τριγώνων).

[«Эпантема Тимарида»]

Если известные и неизвестные [величины] в сумме составляют некую известную [величину] (ὡρισμένων γὰρ ἢ ἀορίστων μερισαμένων ὡρισμένον τι) и каждая из [неизвестных величин] сложена с каждой из остальных по отдельности, то в случае, если [неизвестных величин] три, общая сумма всех [этих сложений] после <вычитания> [из нее] изначально известного количества будет равна целому [искомому] слагаемому, из которого будет вычитаться недостающее [количество] для каждого из остальных [слагаемых] (ἀφ' οὗ τὸ λεῖπον καθ' ἕκαστον τῶν λοιπῶν ἀφαιρεθήσεται); если же [неизвестных величин] четыре, то [общая сумма всех парных сложений будет равна] половине [искомого слагаемого], если пять — то [его] третьей части, если шесть — четвертой части, и всегда соответственно, при том, что и здесь обнаруживается разница <63> в двойку между числом слагаемых и названием доли.

Следует наблюдать, каким образом и в этом случае единица способна сопрягаться с «целым» (πῶς ... χώρας ἔσχε τῷ ὅλῳ συζυγῆσαι). В теореме об изображении многоугольников на плоскости мы говорили о том, что у треугольников есть одна меняющаяся сторона, у квадратов — две, у пятиугольников три, и так далее соответственно. А здесь, если в эпантеме будет три слагаемых, то после вычитания определенного члена мы приравняем всю сумму к целому [искомому] слагаемому сравнительно с остальными: целое в данном случае аналогично одной меняющейся стороне в треугольниках. И если там у квадратов будет две меняющихся стороны, то здесь, в случае четырех слагаемых, мы приравняем [всю сумму] к половине [искомого]; и если [там у пятиугольников будет] три [меняющихся стороны, то здесь, в случае пяти слагаемых, мы приравняем всю сумму] к третьей части [искомого][228]. И если мы будем всегда

[228] В рукописи испорченное место: εἴτε τρίτον ἐπιτρεῖς. Конъектуры, предложенные издателем: 1) εἴτε τρεῖς τὸ τρίτον «если [слагаемых] три,

поступать аналогично, не ошибемся. Таким образом, можно видеть, что эта эпантема не уводит [нас] в сторону, а имеет отношение к арифметической теореме и становится для нас причиной нахождения весьма искусного метода.

Например, пусть будет дано четыре числа, первое из которых в сумме со вторым в два раза больше, чем сумма третьего и четвертого, и опять же первое в сумме с третьим — в три раза больше, чем сумма второго и четвертого, и равным образом то же первое [число] в сумме с четвертым — в четыре раза больше, чем сумма двух средних, второго и третьего, а общая сумма всех [чисел] в пять раз больше [суммы] тех же двух средних [чисел], так чтобы возрастание многократных от двукратных до пятикратных происходило в прямом порядке. <64>

Так вот, доказывать [теорему] нужно следующим образом.

Поскольку необходима половина из-за двукратного [отношения], я беру [число] два: ведь это самое первое [число], содержащее половину, и первое двукратное [число]. А поскольку [необходима] также и третья часть, из-за трехкратного отношения, я умножаю два на три. Получившееся в результате [число] 6 благодаря обоим множителям будет первым [числом], способным содержать [одновременно] половину и третью часть. Опять же, поскольку требуется четвертая часть из-за четырехкратного отношения, я умножаю 6 на четыре, и поскольку нужно умножение на пять, [умножаю] 24 на пять, что составляет в итоге 120: я получаю это число [как] общую сумму четырех членов, которую как раз и следует делить на четыре искомых числа, находящиеся в вышеуказанных отношениях друг к другу. Число 120 должно быть разделено следующим образом. Поскольку первые два числа будут в два раза больше двух остальных, а коэффициент пропорциональности удвоенных чисел [состав-

то к третьей части»; 2) εἶτα τρίτον εἰ τρεῖς «затем — к третьей части, если [слагаемых] три».

ляет] два к одному, что в сумме равно трем, я умножаю 120 на два и 240 делю на три части. Следовательно, одна часть составляет 80. Так вот, я утверждаю, что [именно] столько единиц содержат два первых числа, которые будут в два раза больше двух оставшихся, очевидно, в сумме составляющих сорок единиц. В свою очередь, поскольку первое и третье [число] будут в три раза больше оставшихся второго и четвертого, т. е. [будут находиться к ним в отношении] три к одному, что в сумме дает четыре, я умножаю то же число 120 на три и получаю 360, которое делю на четыре: так что одна часть составит 90. Я утверждаю, что [именно] столько единиц содержат в сумме первое и третье число, и это в три раза больше [суммы] оставшихся второго и четвертого, которая, очевидно, составляет тридцать единиц. Снова, поскольку первое [число] в сумме с четвертым в четыре раза больше [суммы] двух <65> средних, второго и третьего, [что составляет отношение] четыре к одному, в сумме пять, я умножаю 120 на четыре, получаю 480, разделяю [это число] на 5 и получаю одну часть, [равную] 96. Я утверждаю, что [именно] столько единиц содержат в сумме первое и четвертое число, которые в четыре раза больше двух средних, равных [в сумме] 24 единицам. Итак, после того как были найдены попарные сопряжения чисел, но они еще не разделены между собой, знание эпантемы Тимарида предоставляет нам метод [их] разделения. Сложив вместе все числа попарно — я имею в виду числа 80, 90 и 96, получим в результате 266. Итак, я вначале вычитаю [из него] число 120, которое было первоначально разделено между четырьмя членами, и у меня остается 146. Поскольку слагаемых всего четыре, то половину его будет составлять [число], входящее в первое сопряжение, равное 80. Половина [от 146] составляет 73, стало быть, разность между 80 [и 73], а именно 7, будет равно второму члену. Поскольку второе сопряжение равно 90, я снова вычитаю 73 из 90, и получаю 17, которое, как я утверждаю, равно третьему члену. А поскольку третье

сопряжение состоит из 96 единиц, я опять же отнимаю [от этого числа] 73, и полученное в остатке 23 прибавляю к четвертому члену. Таким образом, я получаю первый член, равный 73, словно гномон для нахождения сопряжений, так что [с его помощью] можно найти [все] четыре [числа] по отдельности, разделив каждое [сопряжение]: они равны соответственно 73, 7, 17 и 23. В сумме они составляют 120 и заключают в себе вышеуказанные отношения, как двукратное, так и пятикратное. Таким образом, это самые первые коренные числа в совершенных единицах, содержащие перечисленные отношения. <66>

Если мы захотим разделить таким же образом единицу и образующиеся с ее помощью нечетные числа на две равные части, то мы найдем половины данных изначально чисел, которые будут содержать те же самые отношения, а именно: 36½, 3½, 8½ и 11½. В сумме они составят 60, что, очевидно, равно половине первоначальной суммы 120. Если мы умножим изначально данные числа на множитель любого вида или же преобразуем их в сверхчастные или сверхмногочастные, то получившиеся в результате числа всегда будут содержать те же самые отношения. Если даны четыре других числа, расположенные в том же порядке, то для того, чтобы <получить> [числа], занимающие те же места (ὁμοταγεῖς) в вышеуказанных парных сопряжениях подобных [чисел] (τῶν ὁμοιοτάτων), [а именно, чтобы получить] в целом вместо многократных — <обратные многократным>, в частности же, вместо двухкратных — полуторные, вместо трехкратных — сверхтретьи, а вместо четырехкратных сверхчетвертные, согласно тому же методу, поскольку необходимо полуторное отношение, я беру вместо двухкратного первое число, способное содержать в себе половину, т. е. [число] два, которое было также первым двухкратным для предыдущих чисел, и умножаю его на пять, потому что 5 есть собрание [единиц], содержащее полуторное отношение 3:2. И поскольку вместо трехкратного необходимо сверх-

третье отношение, а коренные числа сверхтретьих — 4 и 3, в сумме 7, я умножаю [7] на 10 [и] получаю 70. Опять же, поскольку вместо четырехкратного необходимо сверхчетвертное [отношение], а коренные числа сверхчетвертных — 5 и 4, в сумме 9, я умножаю 70 на 9 [и] получаю 630. Итак, это [число] будет равно сумме чисел, содержащих вышеуказанные отношения. <67> И поскольку необходимо полуторное отношение, потому что первые два числа [в сумме] должны быть в полтора раза больше суммы двух последних, а первое отношение (λόγος)[229] в коренных числах, содержащих полуторное отношение, есть число 3, я умножаю 630 на три и <получаю> 1890, которое делю на 5, поскольку [число 5] является суммой коренных чисел в полуторном отношении (*σύστημα τῶν πυθμενικῶν ἡμιόλιον*), и получаю пятую часть [от 1890], [а именно,] число <378>; я утверждаю, что [это число] является первым сопряжением первого и второго искомого числа, которые в [данной] последовательности [членов в сумме] будут в полтора раза больше [суммы] двух последних чисел. И снова, поскольку необходимо сверхтретье отношение, потому что первое и третье число в сумме должны быть сверхтретьими от [суммы] второго и четвертого, а первый член отношения в сверхтретьем коренном числе равен 4, я умножаю 630 на четыре и получаю 2520, которое я делю на сумму коренных чисел, содержащих сверхтретье отношение, а именно 7, и получаю 7-ю часть [от 2520], т. е. 360. И это [число] оказывается для меня числом второго сопряжением искомых первого и третьего числа, которые в сумме будут сверхтретьими от [суммы] второго и четвертого. Тем же образом, поскольку необходимо сверхчетвертное отношение, чтобы первое и четвертое числа в сумме были сверхчетвертными от [суммы] двух средних, а первый член отношения в сверхчетвертном коренном числе равен <5>, я умножаю 630 на пять и получаю 3150, которое делю на

[229] Видимо, ошибочно вм. ἀριθμός: «число».

сумму коренных чисел, содержащих сверхчетвертное отношение, то есть на 9, и получаю 9-ю часть [от 3150] — 350; я утверждаю, что это [число] есть третье сопряжение первого и четвертого числа, которые в сумме будут сверхчетвертными <68> от суммы второго и третьего числа. Чтобы разделить три сопряжения между четырьмя искомыми числами, я воспользуюсь тем же методом «эпантемы Тимарида». Я снова сложу числа сопряжений, а именно, 378, 360 и 350, чтобы у меня получилась суммарная величина 1088, и снова вычту [из нее] изначальную сумму 630. И поскольку искомых членов четыре, то половину остатка 458, т. е. 229, я приравняю к первому из искомых членов, который будет сопоставляться с тремя остальными. Если я отниму 229 от 378, которое было числом первого сочетания, у меня останется 149. Итак, я утверждаю, что это второе [число] в последовательности. И снова, поскольку второе сопряжение равно 360, я отниму [от него] то же самое число 229, и у меня останется 131, которое, как я утверждаю, есть третье число в последовательности. Точно так же, поскольку число третьего сопряжения 350, я отниму [от него] 229: остаток составит 121, и я получу четвертое число. Итак, порядок этих четырех членов следующий: 229, 149, 131 и 121. Сумма первого и второго [члена] составляет 1½ от суммы третьего и четвертого, сумма первого и третьего — 1 ⅓ [от суммы] второго и четвертого, а первый и четвертый в сумме опять же составят 1¼ от суммы второго и третьего, что и требовалось доказать. И это не относящееся к [нашему] предмету отступление было сделано не бесцельно, а для демонстрации искусства арифметических эпантем.

[Об отношениях многоугольных чисел][230]

Нам следует снова вернуться к рассмотрению многоугольных чисел и <69> обратить внимание на следующее.

[230] См.: Никомах. *Арифметика,* II. 12.

[Если представить] все [многоугольные числа] в виде таблицы, поместив в верхнем ряду последовательность чисел начиная с единицы, то [все числа первого ряда] окажутся гномонами непосредственно следующего за ними треугольного ряда; [если взять числа первого ряда] через одно, [то они окажутся гномонами ряда квадратных чисел, находящегося] через один [ряд от них]; [если взять те же числа] через два, [они окажутся гномонами ряда пятиугольных чисел, находящегося] через два [ряда от них]; [если взять числа] через три, [они будут гномонами ряда пятиугольных чисел, находящегося] <через три> [ряда от них], и т. д. соответственно[231].

При этом все гномоны семиугольных чисел будут оканчиваться так же, как и первые два [гномона], а именно, на 1 и 6, гномоны же других многоугольных [чисел] окажутся при рассмотрении самыми разными. Например, все совершенные [числа] будут находится в ряду шестиугольных [чисел]. И все шестиугольные числа будут обладать свойствами треугольных чисел, однако не все треугольные числа будут обладать свойствами шестиугольных чисел, но лишь половина из них, а именно, те, что идут через один: 1, 6, 15, 28, 45. Так что и здесь половина правильным образом сопрягается с числом два. Поскольку у шестиугольника в два раза больше углов и сторон, чем у треугольника, половина чисел треугольного ряда представляет собой шестиугольники, а совершенные числа в ряду шестиугольников являются одновременно и треугольными. В ряду пятиугольных чисел, где два четных числа находятся посередине между двумя

[231] Многоугольные числа и их гномоны:

Гномоны треугольных чисел	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Треугольные числа	1	3	6	10	15	21	28	36	45	55
Квадратные числа	1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
Пятиугольные числа	1	5	12	22	35	51	70	92	117	145
Шестиугольные числа	1	6	15	28	45	66	91	120	153	190
Семиугольные числа	1	7	18	34	55	81	112	148	189	235

примыкающими к ним нечетными, одно из четных чисел обязательно будет четно-нечетным, а второе — нечетно-четным.

Изучая фигуры многоугольников, можно найти и много других изящных и неожиданных привходящих свойств (παρακολουθήματα)[232]. Так, в первом [столбце] в глубину после единиц представлены числа, следующие друг за другом по порядку (ὁ ἐφεξῆς ἀριθμός); во втором [столбце] — [числа] с общей разностью <70> в тройку, находящиеся между собой в сверхчастном отношении начиная с полуторного; в третьем [столбце] — сверхмногочастные с общей разностью в шестерку, причем порядок их названий иной в отношении друг друга: они [все] сверхтрехчастные, но в первом [ряду добавляются три] пятых доли, в следующем — [три] восьмых, затем — [три] одиннадцатых, после этого — [три] четырнадцатых, и т. д. соответственно, поскольку в сопряжении сверхмногочастности доли всегда называются по половине консеквента[233].

10	16
16	22
22	28
28	34

Рис. 18

[232] Словом παρακολούθημα называется неожиданный результат, полученный попутно при доказательстве другой теоремы.

[233] Речь идет о столбце: 4, 10, 16, 22, 28 и т. д. Отношение 16 : 10 — сверхтрехчастное с добавлением трех пятых долей (название доли соответствует половине консеквента 10), отношение 22 : 16 — сверхтрехчастное с добавлением трех восьмых долей (в соответствии с половиной консеквента 16), отношение 28 : 22 — сверхтрехчастное с добавлением трех одиннадцатых долей (в соответствии с половиной консеквента 22) и т. д., то есть количество добавленных долей одинаковое, но их названия разные.

В таблице [многоугольных чисел] очевиднейшим образом обнаруживается, что всякое квадратное [число] есть сочетание треугольного [числа, находящегося] над ним, и [числа] того же вида, [находящегося] перед тем [числом, которое находится над ним][234]; всякое пятиугольное [число есть сочетание] треугольного [числа, находящегося] над ним в высоту, и удвоенного [треугольного числа, находящегося] перед тем [числом, которое находится над ним][235]; всякое шестиугольное [число] — [сочетание] треугольного [числа, находящегося] над ним в высоту, и утроенного [треугольного числа, находящегося] перед тем [числом, которое находится над ним][236]; точно так же и семиугольное [число есть сочетание треугольного числа, находящегося] над ним в высоту, и четырежды взятого [треугольного числа, находящегося] перед тем [числом, которое находится над ним][237], и то же самое будет происходить всегда по мере увеличения количества [углов] с прибавлением единицы.

Опять же, второе квадратное число 9 представляет собой сочетание треугольного [числа] 6, [находящегося] над ним и [треугольного числа] 3, [находящегося] перед [числом 6], как было сказано. [Находящееся] под ним пятиугольное [число] 12 представляет собой сочетание

---

[234] «В общем же ты найдешь, что четырехугольники составлены из треугольников, стоящих в ряду над ними на том же месте и предшествующих им из того же рода. А именно: 4 = 3 + 1, 9 = 6 + 3, 16 = 10 + 6, 25 = 15 + 10, 36 = 21 + 15, и т. д.» (Никомах. *Арифметика,* II. 12, 5).

[235] «А пятиугольники составлены из четырехугольников, стоящих прямо над ними на том же месте, и треугольников из первого рода, номер которых на единицу меньше. А именно: 5 = 4 + 1, 12 = 9 + 3, 22 = 16 + 6, 35 = 25 + 10, и т. д.» (Там же).

[236] «И еще раз, шестиугольники состоят из стоящих прямо над ними пятиугольников и названных выше треугольников. А именно: 6 = 5 + 1, 15 = 12 + 3, 28 = 22 + 6, 45 = 35 + 10, и сколь угодно дальше» (Там же, II. 12, 6).

[237] «И семиугольники составляются таким же образом: ведь 7 = 6 + 1, 18 = 15 + 3, 34 = 38 + 6, и следующие так же» (Там же, II. 12, 7).

[находящегося] над ним квадратного [числа] 9 и квадратного [числа] 4, [находящегося] перед [числом 9], за вычетом первого треугольного числа <1>[238], расположенного по диагонали от него. Находящееся под ним шестиугольное [число] 15 представляет собой сочетание находящегося над ним пятиугольного [числа] 12 и находящегося перед этим [числом числа] 5, за вычетом того же первого треугольного [числа] 1, умноженного на два. Находящееся под ним семиугольное [число] 18 представляет собой сочетание находящегося над ним пятиугольного [числа] 15 и находящегося перед этим [числом числа] 6, за вычетом того же первого треугольного [числа] 1, умноженного на три. Так что первые в действительности <71> многоугольные числа следуют по порядку после единиц в возможности без пропусков (παϱ′ οὐδὲν), и каждое из них определенным образом составлено из того числа, что находится над ним, и того, что находится перед тем.

Начнем опять сначала. Квадратное число 16, расположенное в четвертом ряду в ширину, представляет собой сочетание находящегося над ним треугольного числа 10 и находящегося перед этим числом числа 6, также с нулевым интервалом. [Находящееся] под ним пятиугольное [число] 22 представляет собой сочетание находящегося над ним квадратного числа 16 и находящегося перед этим числом числа 9, за вычетом первого в действительности треугольного числа 3, расположенного по диагонали от него. [Находящееся] под ним шестиугольное число 28 состоит из расположенного над ним пятиугольного числа 22 и находящегося перед этим числом числа 12, за вычетом того же треугольного числа 3, умноженного на два. [Находящееся] под ним семиугольное число 34 представляет собой сочетание находящегося над ним шестиугольного числа 28 и находящегося перед числом числа 15, за вычетом того же

[238] В рукописи ошибочно ε: «5». Конъектура принадлежит издателю.

треугольного числа 3, умноженного на три. И далее будет происходить то же самое, при том что по мере увеличения простирающихся в ширину многоугольников одновременно будут увеличиваться треугольники, служащиеся для них гномонами (τῶν γνωμονικῶν τριγώνων). Ведь следующий ряд многоугольных чисел, который начинается с треугольного числа 15, будет увеличиваться так же, как было описано ранее относительно треугольного числа 10, следующий ряд, начинающийся с числа 21 — соответственно с числом 15, и возрастание многоугольных чисел и образующих их треугольников будет происходить всегда одним и тем же образом. Общая теорема для них следующая: каждое многоугольное число представляет собой сочетание многоугольного числа, находящегося над ним, и меньшего на единицу треугольного числа, находящегося на одну ступень ниже[239].

На этом мы закончим краткий очерк, в котором мы показали свойства <72> плоскостных чисел.

[О природе «неравносторонних» чисел]

Теперь, когда настало время рассказать о «неравносторонних» [числах] (περὶ ἑτερομηκῶν), обладающих свойствами плоскостных [чисел], следует восхититься тщательности и точности пифагорейцев в вопросах математики. Ведь эти мудрецы заметили, что все логосы в числе в их разнообразнейшем и беспредельном множестве, словно от некоего общего корня, возрастают от единицы и переходят от возможности к действительности: [от нее происходят] четные и нечетные [числа] и особые категории чисел в каждом из этих двух [видов], и совершенные и противоположные им [числа], и десять связей, и многоугольные и плоскостные

[239] «И так всякий многоугольник составляется из стоящего прямо над ним многоугольника, у которого число углов меньше на единицу, и самого верхнего треугольника, у которого номер в ряду меньше на единицу» (Никомах. *Арифметика,* II. 12, 7).

[числа], от треугольника до бесконечности, и телесные [числа], как будет показано ниже, в соответствии со всеми видами телесных [фигур], а именно, сферические, кубические и пирамидальные, а также сторонние и диагональные [числа]. И в целом все свойства чисел, которые обнаруживаются в единице, с одной стороны, <объясняют> ее, а с другой, [сами] объясняются благодаря ей, и только логос «неравносторонних» [чисел] (λόγον τὸν ἑτερομηκικὸν) во всем арифметическом учении никак не связан с [единицей]: он не принимает ничего от нее и не отдает ей ничего от себя, словно сама природа намеренно каким-то образом объявила его противоположным и инородным ей.

[О гармонии противоположностей][240]

Благодаря противоположности этих начал[241] составляется все существующее, [в котором,] как будет показано далее, подобающее место по закону природы (ἀναγκαίως) занимает сущность гармонии. <73> Согласно пифагорейцам, «гармония есть некое сочетание (συναρμογά)[242] и соединение (ἕνωσις) противоположного и враждебного по природе». Иными словами, в целом и здесь сохраняется [правило]: «В мире нет ничего, что не имело бы своей противоположности». Так что прямо в самом названии «инаковости» (τῆς ἑτερότητος) можно увидеть «противоположность» (τὴν ἐναντιότητα): ведь [слова] <«иное» (ἕτερα) и> «противоположное» (ἐναντία) одинаковы [по значению]. Как представляется, «тождество» и «единство» относятся к природе единицы, так что само название «единица», как мы [уже] говорили, она получила из-за того, что она

[240] Ср.: Боэций. *Арифметика,* II, 32.

[241] Единицы и двойки.

[242] Слово συναρμογά в цитате принадлежит дорическому диалекту, на котором говорил Пифагор и на котором было написано большинство псевдо-пифагорейских сочинений.

обладает логосом «постоянства» (μονὴν) и «неподвижности» (στάσιν). [Независимо от того,] рассматривается ли она сама по себе или же связывается и смешивается с каким-либо числом, размером или величиной, она придает тому, [с чем соединяется], неподвижность и тождество: ибо единожды сто — 100, и единожды треугольник — треугольник, и единожды человек — человек, и во всех случаях так же[243].

Итак, поскольку единица является специальным образом видообразующей для нечетных чисел, а нечетные числа являются гномонами квадратных [чисел], квадратным же [числам], как мы видели, присущи тождество и равенство, то, пожалуй, правильно будет сказать, что тождественность переходит к не имеющим логоса (τοῖς ἀλόγοις) [числам] от единицы и посредством единицы. И если тождественность свойственна существующим вещам по причине единицы, то «инаковость» [свойственна им] по причине противоположной возможности[244]. Именно она является специальным образом видообразующей для чисел со сторонами разной длины: она совершенно не нуждается в единице для их образования, но сразу порождает инаковость и искажение тождества сторон, [существующего] благодаря единице[245]. [Двойка] представляет стороны всякого «неравностороннего» числа равными за вычетом единицы, <74> потому что и сама она равна единице за

243 «Она называется единицей от τὸ μένειν (быть неизменным): ведь единица в произведении с каким-либо числом сохраняет тот же вид (εἶδος); так единожды три — три, единожды четыре — четыре: очевидно, что единица, перейдя на эти числа, сохранила тот же вид и не произвела другого числа» (*Теологумены*, 1).

244 Речь идет о двойке. По предположению издателя, в рукописи далее по ошибке пропущено уточнение: «то есть двойки».

245 «Гетеромекное же число является первым искажением числа, образованного равными числами; первое искажение есть добавление единицы к одной из сторон» (Теон, 31).

вычетом единицы; она станет первой причиной неравенства и показателем (ἐμφαντική) «большего» и «меньшего». [Пифагорейская] традиция называет [словом] «иное» (τὸ ἕτερον) [число] два[246]: отсюда порождающими «неравностороннее» [число] (τὸν ἑτερομήκη) будут два числа, отличающиеся друг от друга на единицу. По мнению пифагорейцев, из «тождественного» (ἐκ ταὐτοῦ), т. е. «равного» и «одинакового», [и] из «иного», т. е. «неравного» и «неодинакового», словно из двух совершенно различных элементов, сначала возникают свойства чисел, вследствие противоположности двойки и единицы, и сразу же [вслед за этим] — все, [что есть] в мире, благодаря участию [чисел] и [их] отображению [в вещах]: ибо, как представляется, все остальные [вещи] являются отображением числа, а [само] число — [отображением] своих начал, единицы и двойки.

Подобно тому, как мы, обобщив название всех фигур с четырьмя сторонами и [четырьмя] углами, назвали всякое [плоскостное число], все стороны и углы которого равны, «квадратным» (τετράγωνον), таким же образом мы назовем [число], стороны которого обнаруживают наименьшее искажение инаковости, а именно, отличие (τὸ ἕτερον) в длину на единицу, «неравносторонним», в противоположность «равностороннему» [числу] (τῷ αὐτομήκει)[247]. Евклид, опять же не заметивший этого, и здесь упростил изменчивость и разнообразие [пифагорейского] учения, полагая, что «не-

[246] «Ведь древние из школы Пифагора и его последователи говорили об ином (ἕτερον) и инаковости как о двойке, и о таком же и тождестве как о единице, как о двух началах всего сущего, и разность этих двух [начал] отыскивалась в единице» (Никомах. *Арифметика,* II. 17, 1).

[247] Вслед за Никомахом, Ямвлих называет квадратное число «четырехугольным», а прямоугольное число, стороны которого различаются на единицу — «неравносторонним» («с разной длиной [сторон]»). Прил. αὐτομήκης («с одинаковой длиной [сторон]»), то же самое, что и «квадратное», употребляется единожды только в данном месте: очевидно, этот композит выдуман (или использован) Ямвлихом для прояснения этимологии названия «неравносторонних» чисел.

равностороннее» число получается с помощью простого перемножения двух разных чисел, и не делая разницы между ним и «продолговатым» [числом] (προμήκης)[248]. Если согласиться с ним в этом, то окажется, что в одном и том же [числе] одновременно можно обнаружить противоположные, несовместимые по природе [свойства] <75>, поскольку его утверждение представляет квадратное и «неравностороннее» [числа] одним и тем же числом, как, например, 36, 16 и многие другие [числа][249]. Это равнозначно утверждению, что нечетное и четное [числа] — одно и то же. Если эти числа по самой природе, а не по нашему мнению следуют через одно в правильном порядке и никогда не смешиваются, то таким же образом и квадратные и «неравносторонние» [числа] строго следуют природному порядку[250], поскольку и сами они были образованы и получили упорядоченность от [нечетных и четных чисел], во главе с единицей, управляющей нечетными [числами], и двойкой, [управляющей] четными.

[Об образовании квадратных чисел][251]

В самом деле, из [нечетных чисел] 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19 и т. д. путем [их] последовательного сложения получаются квадратные [числа] 1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, а из [четных чисел] 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20 [таким же образом получаются] «неравносторонние» [числа] 2, 6, 12, 20, 30, 42,

[248] Евклид дает определения только «плоскостных» и «квадратных» чисел (Евклид, VII, опр. 17, 19).

[249] Квадратные числа 36 и 16 со сторонами 6 ($6 \times 6 = 36$) и 4 ($4 \times 4 = 16$) можно представить в виде «продолговатых» чисел со сторонами 18 и 2 ($18 \times 2 = 36$) и 8 и 2 ($8 \times 2 = 16$).

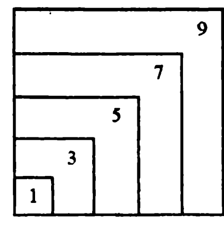
[250] В ряду натуральных чисел квадратные и неравносторонние числа чередуются: например, между неравносторонними числами 2 и 6 расположено квадратное число 4, а между квадратными числами 4 и 9 — неравностороннее число 6.

[251] См.: Никомах. *Арифметика*, II. 19, 2–4.

56, 72, 90, 110. И сторонами равно-равных [чисел][252] будут [числа], следующие по порядку за единицей; [сторонами] же неравно-неравных [чисел будут] попарные сочетания [чисел], следующих по порядку за единицей с наименьшим интервалом, а именно через единицу: при этом они должны выбираться так, чтобы стороны [получившегося в результате числа] отличались друг от друга также на единицу. При возникновении квадратных [чисел] единица привносит с собой причину [их] составления. При наложении гномонов именно она лежит в основании: без нее последовательное сложение нечетных [чисел] самих по себе не порождало бы квадратные [числа][253]. А при «кучном» сложении (ἓν ... τῇ ... ἐπισωρείᾳ)[254] следующих по порядку чисел способом так называемой «двойного бега» (κατὰ τὸν ... δίαυλον) единица представляет собой начальный и конечный пункт (ὕσπληγά τε καὶ νύσσαν) для каждого <76> сложения: от нее начинается движение вперед при возникновении каждого квадратного [числа], как от стартового пункта до поворота (μέχρι ... καμπτῆρος), [т. е.] до стороны того [квадратно-

[252] Равно-равные числа (числа со сторонами равной длины) — то же, что и квадратные: «Среди составных чисел имеются равно-равные, каковые суть четырехугольные и плоские, получающиеся от перемножения двух равных чисел (и результат есть равно-равное, или квадрат). Так 4 = 2 × 2, и 9 = 3 × 3» (Теон, 26).

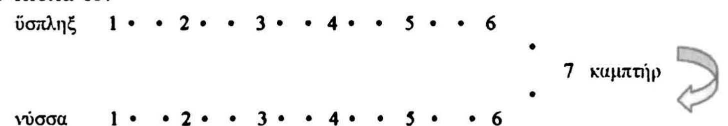
[253] Схема последовательного наложения «гномонов» (нечетных чисел, представленных геометрической фигурой в форме угольника) при образовании квадратных чисел:



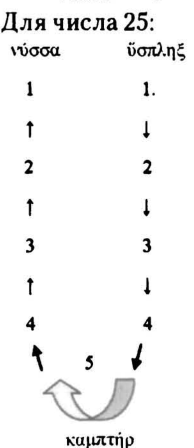
[254] Термин ἐπισωρείᾳ (*букв.* «складывание в кучу», от сущ. σωρεία: «наваливание, нагромождение» — от σωρός: «куча, груда») означает сложение каждого следующего по порядку числа с суммой предыдущих.

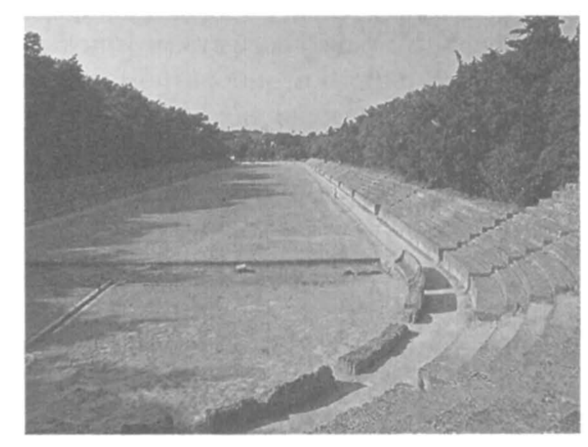
го числа], которое возникает в результате, и к ней же снова [совершается] возвращение [при обратном счете], словно к своего рода конечному столбу ристалища (ἐπί τινα νύσσαν), по исчерпании всех чисел, включая и ее [саму], кроме «поворотного» [числа], которое и будет [являться] стороной соответствующего квадрата[255]. Таким образом, каждое число, начиная движение вперед от единицы до себя самого и снова возвращаясь от самого себя обратно к единице, составит сторону квадратного [числа][256]. [Число] два [является]

[255] Метафора из античной спортивной лексики. «Двойной бег» (δίαυλος) включал в себя две дистанции: от начального пункта, где находился стартовый механизм — гисплекс (ὕσπληξ), до конца беговой дорожки, где был расположен столб для облегчения поворота — мета, или камптер (καμπτήρ), и обратно до финишного столба (νύσσα). Схема «двойного бега» для квадратного числа, для сравнения — античный стадион:
Для числа 49:



Для числа 25:





[256] «...Причиной равных, тождественных и устойчивых чисел, т. е. квадратов, является единица; и не только потому, что на нее как на гномон налагаются производные числа нечетного вида, когда они при накоплении образуют непрестанно и до бесконечности возрастающие квадраты,

стороной квадратного [числа] четыре: ведь [если сложить] 1 и два и после «поворота» снова 1, то получится квадратное [число] 4; [число] 3 [является стороной квадратного числа] 9, поскольку 1, два и три и после «поворота» 2 и 1 [составят в сумме квадратное число] 9; четвертое [число] 4 [является стороной квадратного числа] 16: ведь 1, 2, 3, 4 <и после поворота 3, 2, 1> [в сумме составят квадратное число] <16>. И если кто пожелает, может проверять сколько угодно: он обнаружит, что все [числа], предшествующие последнему числу, которое является стороной квадратного [числа] (τὸν πλευρικὸν), сложенные в прямом порядке от единицы [до этого числа] и в обратном порядке [от этого числа] до единицы, в сумме будут отличаться, и только число, являющееся стороной квадратного [числа], не покажет никакого отличия[257], заключая в себе логос начала и вместе с тем конца, а кроме того, еще и середины: начала — потому что от него [начинается] обратный отсчет до единицы, конца — потому что до него [доходит] прямой счет от единицы, а середины — потому что оно подобно поворотному пункту, устанавливающему границу между прямым и обратным счетом. Поэтому его квадрат равен всей сумме [предыдущих] чисел, <77> сложенных в прямом и обратном порядке: ведь поскольку оно одно расположено как бы в высшей точке, оно окружается, словно копьеносцами, «силами» остальных чисел по мере [их] возрастания[258].

но также и потому, что каждая сторона, обращаясь от стартовой единицы к финишной, в результате сложения прямого и обратного пути, начиная от нее самой, снова дает квадрат» (*Теологумены*, 9).

[257] Каждое из предшествующих чисел в сумме берется дважды — на «прямом» и обратном пути, и лишь «поворотное» число берется один раз.

[258] Метафора, основанная на многозначности сущ. δύναμις: «сила, мощь, могущество, власть, вооруженные силы, войска» и «квадрат числа», поддерживается многозначностью сущ. ἀκρόπολις («расположенная на возвышенности укрепленная часть города, крепость, твердыня») и δορυφορέω («быть копьеносцем, сопровождать, охранять»).

[Об образовании «неравносторонних» чисел][259]

При составлении «неравносторонних» [чисел], если необходимо изобразить последовательное сложение четных [чисел] с помощью гномонов, с очевидностью обнаружится, что только двойка может принимать на себя наложение [гномонов] и оставаться неподвижной: без нее числа с разными сторонами не возникнут[260]. Если же последовательно складывать следующие друг за другом числа тем же способом «двойного бега», то единица, которая является, по словам Филолая, как бы началом всего, — ведь разве он не говорит: «“Одно” — начало всех [вещей]»?[261] — будет так же представлять собой начальную точку и для возникновения «неравносторонних» [чисел]. Но она уже не будет конечным пунктом при возвращении назад после поворота и при обратном счете. Эту роль вместо нее возьмет на себя двойка: ведь возвращение будет именно к ней[262]. Движение вперед от единицы до двух чисел, составляющих [две] стороны [неравностороннего числа], которые будут содержать

---

[259] См.: Никомах. *Арифметика,* II. 20.

[260] Схема наложения гномонов для чисел со сторонами разной длины:

■ ■ ■ ■ ■ ■
□ □ □ □ □ ■
■ ■ ■ ■ □ ■
□ □ □ ■ □ ■
■ ■ □ ■ □ ■

[261] Цит. по изданию: Фрагменты ранних греческих философов. Часть I: От эпических теокосмогоний до возникновения атомистики. М., 1989. С. 442.

[262] «...Причиной всех неравных, т. е. гетеромекных чисел, является двойка; и не только потому, что на нее как на гномон налагаются производные числа четного вида, так что получающаяся при накоплении последовательность тоже состоит из четных чисел, но также и потому, что в том же подобии старта, поворота и финиша единица все так же представляется порождающим началом, будучи причиной тождества и вообще постоянства, распадение же и возвращение в измененном по сравнению с первыми числами порядке опирается на двойку как на материальную основу и восприемницу всякого распада» (*Теологумены,* 9–10).

в себе логос поворотных пунктов при возникновении «неравносторонних» чисел, похоже на путь от общего начала всех вещей, словно до высшей точки (ἐπ' ἀκμὴν), до этих двух поворотных пунктов, а возвращение от них представляется как бы неким разложением и упадком (παρακμή), [ведущим] к гибели. Поэтому единица справедливо будет участвовать в составлении самих «неравносторонних» [чисел] как [их] составная часть, поскольку она содержит в себе логос [этого] вида [чисел], но она уже не [будет причастна] к [их] разложению и, так сказать, гибели, которые перейдут к двойке, содержащей в себе логос материи[263]. То же самое мы видим и в мире природы: все, что подвержено возникновению, получает [свойство] возникать, существовать как «определенное нечто»[264] и существовать по отдельности как «одно» — от <78> эйдоса, а [свойство] гибнуть и не существовать [в действительности], но быть неопределенным (ἀοριστεῖν) — от материи: ведь «определенное нечто», лишившись эйдоса и формы, будет неопределенной материей, не имеющей ни количества, ни качества, из-за неопределенности и «неравенства» двойки[265]. Поэтому специальным об-

[263] Например, для неравностороннего числа 42 «поворотными числами» будут его стороны 6 и 7, а для его получения способом «двойного бега» следует сложить в «прямом» порядке числа 1, 2, 3, 4, 5, 6 и 7 и в «обратном» порядке — числа 5, 4, 3 и 2. Схема «двойного бега» для неравностороннего числа:

ὕσπληξ 1 • • 2 • • 3 • • 4 • • 5 •
6
καμπτῆρες
7
νύσσα 2 • • 3 • • 4 • • 5 •

[264] «Определенное нечто» (τόδε τι) — философский термин Аристотеля.

[265] «...Материю пифагорейцы сближают с двойкой, ведь материя — начало инаковости в природе, а двойка — в числе, и как материя сама по себе неопределенна и бесформенна, так и двойка — единственная изо всех чисел — не образует фигуры, почему, естественно, она и может называться неопределенной двоицей: ведь первая в действительности фигура создается по меньшей мере тремя углами или тремя прямыми, хотя в возможности уже единица такова» (*Теологумены*, 7)

разом видообразующей для вида «неравносторонних» [чисел], очевидно, явилась двойка, передающая их сторонам свою собственную возможность, а именно «неравенство». Ведь «неравное» [делится на] два [вида] — избыток и недостаток. А единица [образует] квадратные числа, потому они и равно-равные: ведь начало равных [чисел] — «одно» и единица, поскольку «равное» есть [отношение] «одно к одному» и «равное» равно в одном отношении (καθ' ἕνα λόγον). Итак, ясно, что все в мире состоит и возникает из эйдоса и материи, аналогично тому, как все свойства числа [возникают] из единицы и двойки. Во-первых, оба [эти] начала образуют две длины числа — а именно, четную и нечетную. Во-вторых, одно [начало образует] квадратные [числа], а второе — числа с неравными сторонами, и [при этом] их возможности не смешиваются, но каждое из них, оставаясь диаметрально противоположным [другому] (ἐναντιώταται οὖσαι), устанавливает долю своего участия [в образовании чисел] согласно собственному логосу. Ведь как теплое имеет свойство нагревать то, что находится рядом, холодное — охлаждать, а влажное — увлажнять, так и начала [всего] существующего, не смешиваясь с другими возможностями, упорядочивают все, к чему они причастны, соответственно своим возможностям. Число «один» и единица имеют свойство ограничивать, определять, придавать форму, уравнивать, сохранять и в целом объединять, а двойка — [свойство] разделять на части, делить пополам, разрушать и в целом делать неопределенным. По этой причине при возникновении «неравносторонних» [чисел], о котором говорилось выше, единица уже не будет <79> участвовать в составлении самой двойки, но сама двойка, являясь как бы началом и существуя сама по себе, является непосредственным коренным числом (πυθμήν)[266] «неравносторонних» [чисел].

[266] Термин πυθμήν (букв. «дно, основание») означает наименьшее число или пару чисел в последовательности чисел, обладающих одинаковым свойством. А. И. Щетников для перевода этого термина использует

Поэтому Платон говорит: «Если бы [начало] не существовало изначально, оно не было бы началом»[267]. Обнаруживается, что аналогичным образом и в мировых началах бог-творец (ὁ δημιουργὸς θεὸς) не порождает материю, но, получив ее вечной, формирует с помощью эйдосов и логосов, относящихся к числу, и создает мир. Единица участвует в составлении прочих «неравносторонних» [чисел], как мы сказали, только при счете в возрастающем порядке, а при обратном счете уже не [учитывается]. Таким образом, к примеру, из [чисел] один, два и три получается «неравностороннее» [число] шесть — следующее после двойки, обе стороны которого, двойка и тройка, содержат в себе логос «поворота» (καμπτήρων ... λόγον). В квадратных [числах], по причине тождества и равенства сторон, был один «поворот», являющийся стороной каждого квадратного числа; здесь же, в случае «неравносторонних» [чисел], поскольку [их] стороны должны быть разными и неравными, нужны были два «поворотных пункта», — а при обратном счете мы не можем добавить [к сумме] число меньше двух[268], потому что в основании лежит единица, которая неспособна к возвращению и разложению. Двойка является точно таким же поворотным пунктом, что и тройка, и оба [эти числа] в равной степени образуют стороны «неравностороннего» числа 6, составленного из [произведения] дважды три <или> трижды два. «Поворотные пункты» всех «неравносторонних» [чисел] следует умножать только один раз, при прямом счете, так же, как мы делали и в случае квадратных [чисел]. <80> Точно так же из [сложения чисел] 1, 2, 3, 4 и в обратном порядке — только одного [числа] 2 получается третье нерав-

следующие синонимы: «основа», «основание», «основное (отношение)», «коренные числа», «корень», «корневое отношение».

[267] У Платона иначе: «Если бы начало возникло из чего-либо, оно уже не было бы началом» (Платон. *Федр*, 245d).

[268] В рукописи ошибочно «меньшее шести» (ὑπὸ τοῦ ς′), что отмечено издателем.

ностороннее число 12, сторонами которого [являются] два поворотных пункта, 3 и 4: 12 состоит из [произведения] четырежды 3. В самом деле, из [сложения чисел] 1, 2, 3, 4, 5 и при обратном счете 3 [и] 2 получается следующее по порядку [число] 20, сторонами которого также [являются] два «поворотных пункта», рождающееся из [произведения] четырежды пять или пятью четыре, и так будет происходить до бесконечности по тому же правилу.

Итак, возникновение «неравносторонних» [чисел] может быть таким же разнообразным, как и [возникновение] квадратных [чисел]: и путем сложения, и путем «слияния» (κατ᾽ ἔγκρασιν), и способом «двойного бега», о котором было сказано выше. Путем «слияния», подобно тому как [квадратные числа] возникали из [произведения] единожды 1, дважды 2, трижды 3, четырежды 4, и сколь угодно далее, таким же образом будут возникать и «неравносторонние» [числа]: из [произведения] единожды 2, дважды 3, трижды 4, четырежды 5, и так далее, с помощью перемножения между собой двух чисел, отличающихся друг от друга на единицу. Путем сложения, подобно тому как [квадратные числа] были сначала одним нечетным [числом], затем [сложенными вместе] двумя, затем тремя, затем четырьмя, и всегда тем же образом, <так же и неравносторонние числа будут сперва одним четным числом, затем суммой двух, затем трех, затем четырех, и всегда тем же образом>, [образовываясь] уже не с помощью перемножения [двух чисел] между собой, а путем прибавления [последующих чисел] к тем, которые [были даны] изначально. Об их возникновении путем так называемого «двойного бега» было сказано немного выше. Упомянутое образование обоих видов [чисел] с помощью «слияния» называется так потому, что [число,] возникающее [в результате умножения двух чисел,] уже не может содержать в себе чистые множители по причине [их] взаимной «порчи» (διὰ τὴν σύμφθαρσιν), но [оба множителя] обнаруживаются одновременно при делении

[получившегося произведения]. Например, 6, будучи [произведением] дважды трех <81>, не раскладывается на два и три, но [их] взаимное смешение в результате дало нечто большее, чем сумма множителей: каждый из двух множителей содержится в рождающемся [числе] столько же раз, сколько единиц содержится в другом [множителе][269]. Поэтому и было сказано, что они [оба] обнаруживаются одновременно, так же, как бывает и в случае смешения жидкостей, соков, текучих и растворимых [субстанций] и тому подобного: [в смесях] невозможно различить те [составные части], которые [были] изначально, из-за того, что [их] качества взаимно уничтожаются и проявляются одновременно. Второй способ образования [неравносторонних чисел] был назван [способом] «приложения и сложения» (κατὰ ... παράθεσιν καὶ σύνθεσιν) потому, что получающиеся в результате [числа] могут раскладываться на те [числа], из которых они были составлены. Например, [число] 6, сложенное из 2 и 4, можно разложить на эти же [числа], так же как всякое количество, составляемое путем последовательного сложения (κατὰ σωρείαν) или «собирания в группы» (κατὰ συναγελασμὸν) [всех составляющих его] чисел, [можно] разделить на единичные [части]. Среди всех чисел только двойка, как мы узнали выше, дает один и тот же результат как при сложении, так и при умножении[270]. Следующие за ней числа при умножении производят больший результат, чем при сложении, а предшествующая ей единица, напротив, меньший. Именно из-за этого свойства пифагорейцы называли [двойку] «равной» (ἴσην)[271] и «справедливой»

---

[269] «Смешением» и «слиянием» называется умножение чисел, которое ниже противопоставляется «сложению».

[270] «...лишь в одной двойке имеется равенство, поскольку и при сложении, и при умножении из нее получается равное: два и два равны дважды двум. Потому ее и называют равной» (*Теологумены*, 10).

[271] Прил. ἴσος многозначно: 1) «равный, одинаковый, такой же»; 2) «беспристрастный, справедливый».

(δικαίαν)[272], и именно благодаря ему познается ее сперматическое и первообразное [начало]. Подобно тому, как единица <изначально> и сперматически содержит в себе не имеющие различий логосы числа, так же и двойка будет [обладать тем] свойством, [что] только [в ней] «смешение» и «приращение» слиты воедино и не отличаются [друг от друга]. Эта [особенность] уже не <82> будет являться принадлежностью единицы, а будет свойством двойки. [Так] и в природном мире можно обнаружить, что все семена (τὰ σπέρματα) содержат в себе неразличимые и смешанные логосы того, что возникнет из них, как если бы [эти логосы] были в возможности тем, что произойдет из них.

[О свойствах квадратных и неравносторонних чисел]

Итак, вернемся снова к началу. Поскольку квадратные [числа] — это любые [числа], умноженные на свою собственную длину (ἰδίῳ ... μήκει), а «неравносторонние» — это [числа, умноженные] не на свою, а на иную [длину] (ἑτέρῳ), то [последние] не без основания были названы «неравносторонними» (ἑτερομήκεις); в противоположность этому, соответствующим названием для квадратных [чисел] было [бы] «своесторонние» (ἰδιομήκεις)[273]. Древние называли

---

[272] Слова δίκη («право, справедливость, законность»), δίκαιος («чтущий законы, честный, справедливый, праведный»), δικαστής («судья») Аристотель паронимически связывал с наречием δίχα («надвое, пополам»): «Потому и называют правосудие “дикайон”, что это [дележ] пополам — “диха”, как бы говоря “дихайон”, и вместо “дикастес” — “дихастес”» (Аристотель. *Никомахова этика*, 1132а). Ср.: «Считают, что от этого своего дерзновения двойка первая, претерпев разделение, получила имя несчастья (δύη), выдержки и стойкости; а от разделения надвое — имя правосудия (δίκη), т. е. как бы раздвоения (δίχη)» (*Теологумены*, 13).

[273] Ямвлих объясняет внутреннюю форму композитов ἑτερομήκης (ἕτερος «другой» + μῆκος «длина») и ἰδιομήκης (ἴδιος «свой» + μῆκος «длина»). У Никомаха: «И поскольку квадраты получаются умножением чисел на их собственную длину, они имеют одинаковую длину и ширину, и в собственном смысле называются своесторонними (ἰδιομήκης) или тождественносторонними (ταυτομήκης)» (Никомах. *Арифметика*, II. 18, 3).

[квадратные числа] «тождественными» и «подобными» из-за равенства и тождества [их] сторон и углов, а «неравносторонние» [числа], наоборот — «неподобными» и «другими» (θατέρους)[274]. В последовательности [чисел] того и другого вида [квадратные числа] будут через одно нечетными и четными, потому что именно [нечетные и четные числа] являются их корнями, а все «неравносторонние» [числа будут] четными, потому что, [независимо от того,] умножается ли нечетное [число] на четное или же четное на нечетное, всякое умножение нечетного [числа] на четное порождает четное [число]. И поскольку мы дошли до этого места [нашего] сочинения, то следует знать, что этот пример будет нам полезен для [понимания] «брачного числа» (εἰς τὸν ... γαμικὸν ἀριθμόν) в *Государстве* Платона (ἐν τῇ Πλάτωνος πολιτείᾳ). В этом [сочинении Платон] говорит, что от двух благих [родителей] всегда будет происходить рождение благого (ἀγαθογονίαν), от двух противоположных [всегда родится] противоположное, а от [двух] смешанных всегда [произойдет] рождение дурного (κακογονίαν) и никогда [не будет] рождения благого[275]. Ведь от собрания и сложения нечетных [чисел] самих по себе во главе с единицей

[274] «...Квадрат участвует в природе тождественного, ведь его стороны демонстрируют одно и то же отношение, подобие и неизменность, и лежат в равенстве; а гетеромекное число участвует в природе иного, ведь как единица разнится от двойки на одну лишь единицу, так и стороны всех других гетеромекных чисел различаются между собой на одну лишь единицу» (Там же, II. 17, 3).

[275] Ямвлих ссылается на знаменитое рассуждение Платона о «совершенном числе» (*Государство*, 546b–d), получившем в истории философии наименование «платоновское», или «брачное», число; по мнению комментаторов — самое трудное место у Платона (подробнее см.: [*Adam J.*] The republic of Plato / ed. with critical notes, commentary and appendices by James Adam. Cambridge, 1929. 4th ed. Vol. 2. P. 205–206, 264–318; *Лосев А. Ф.* История античой эстетики. Софисты. Сократ. Платон. С. 377–384). Ссылка у Ямвлиха очень отдаленная; по TLG, композиты ἀγαθογονία («благорождение») и κακογονία («злорождение») и термин «брачное число» (γαμικὸς ἀριθμός), кроме данного места, больше нигде не зафиксированы.

возникали квадратные числа, получающие от них благую природу: причина этого — <83> равенство, и до него (πρὸ ταύτης) — [число] один. А из [сложения] четных [чисел] во главе с двойкой [возникали] «неравносторонние» [числа], обладающие противоположной природой, потому что [таковы их] «родители»: причина этого, опять же — неравенство, и до него — не ограниченная пределом (ἀόριστος) двойка. Если же произойдет «смешение», или, образно говоря, брак четного и нечетного [числа], то рождающиеся величины (οἱ ... ὄγκοι) [получат] природные свойства «иного» [числа, независимо от того] будут ли [их] «родители» различаться [между собой] на единицу или же на какое-то большее число: ведь получающиеся в результате [числа] будут либо «неравносторонними», либо «продолговатыми» (προμήκεις). И опять же, из «смешения» друг с другом квадратных [чисел] получаются квадратные[276], из [смешения] «неравносторонних» — «подобные» (ὅμοιοι)[277], а из смешанных [чисел будут возникать] уже не квадратные, а непременно разнородные [числа]. Как говорит божественнейший Платон, если правители и правительницы его *Государства* оставят без внимания эти [рассуждения] из-за того, что они или не обучены математике, или же обучены, но пренебрегают [полученными знаниями], то они будут смешивать брачные союзы беспорядочно, и потомки, [которые родятся]

---

[276] При перемножении четного и нечетного квадратного числа всегда получается четное квадратное число: $4 \times 9 = 36$, $9 \times 16 = 144$, $16 \times 25 = 400$ и т. д.; при перемножении двух четных квадратных чисел всегда получается четное квадратное число: $4 \times 16 = 64$ и т. д.; при перемножении двух нечетных квадратных чисел всегда получается нечетное квадратное число: $9 \times 25 = 225$ и т. д.

[277] Мысль непонятна. «Подобное» (т. е. квадратное) число получается при умножении неравностороннего числа на себя, но это верно для любого числа вообще; при перемножении соседних неравносторонних чисел всегда получаются неравносторонние: $2 \times 6 = 12$ ($12 = 3 \times 4$), $6 \times 12 = 72$ ($72 = 8 \times 9$), $12 \times 20 = 240$ ($240 = 15 \times 16$), $20 \times 30 = 600$ ($600 = 24 \times 25$) и т. д.

от этих [браков], оказавшись негодными, станут началом мятежа и раздора для всего государства[278].

[О взаимной связи квадратных и неравносторонних чисел][279]

Для того чтобы увидеть гармоничную и природную связь [чисел] того и другого вида, квадратных и «неравносторонних», — хотя и обладающих совершенно противоположной природой, — нужно расположить те и другие [числа] в параллельных рядах, начав [каждый ряд] с его собственного начала, [а именно:] квадратные [числа] — с единицы, а «неравносторонние» — с двойки, следующим образом:

1	4	9	16	25	36	49	64	81	100
2	6	12	20	30	42	56	72	90	110

Далее, следует обратить внимание вот на что. Первое из «иных» [чисел] <84> в сравнении с первым из «тождественных себе»[280] содержит коренное отношение (τὸν πυθμενικὸν λόγον) первого многократного; второе [из «иных» чисел] в сравнении со вторым [из «тождественных себе» содержит второе отношение] от корня первого сверхчастного; третье [из «иных» чисел] в сравнении с <3-м> [из «тождественных себе» содержит третье отношение] от корня второго сверхчастного; четвертое [из «иных» чисел] в сравнении с четвертым [из «тождественных себе» содержит четвертое отношение] от корня третьего сверхчастного; и сколько бы

[278] «Хотя и мудры те, кого вы воспитали как руководителей государства, однако и они ничуть не больше других людей будут способны установить путем рассуждения, основанного на ощущении, наилучшую пору плодоношения и, напротив, время бесплодия для вашего рода: этого им не постичь, и они станут рожать детей в неурочное время» (Платон. *Государство*, 546b).

[279] См.: Никомах. *Арифметика,* II. 19.

[280] «Иные числа» — неравносторонние, «тождественные себе» — квадратные. «Тождественное» (ταὐτόν) и «иное» (θάτερον) — философские категории, коррелирующие с единицей и двойкой (ср.: Платон. *Тимей*, 35a–b; *Софист*, 259a–b). Возможен вариант: «инаковые».

кто ни пожелал исследовать, он найдет то же самое [отношение], увеличивающееся в правильном порядке[281]. Разность же между всеми [числами первого вида] и всеми [числами второго вида], если рассматривать их попарно, будет [увеличиваться в каждой следующей паре] на единицу[282]. Если же рассматривать ряды сами по себе, то разностью между «подобными» [числами] будут нечетные [числа] начиная с тройки, а между «неподобными»[283] — четные [числа] начиная с четверки. И опять же, каждая разность «неподобных» [чисел], если брать их по два, будет содержать сверхчастное отношение к разности «подобных», и [между ними] всегда будут возникать отношения, соименные нечетному числу: сверхтретье, сверхпятерное, сверхсемерное, сверхдевятерное, и т. д. в той же последовательности[284].

Опять же, [число,] получившееся в результате [сложения] первого «подобного» [числа] с [находящимся] под ним «неподобным», умноженным на два, <и вторым «подобным»> [числом], «подобное»; [и число, возникающее в результате сложения второго «подобного» числа с [находящимся] под ним «неподобным», умноженным на два, и третьим квадратным числом, «подобное»]; и [число], возникающее в результате [сложения] третьего «подобного» [числа]

---

[281] Речь идет об отношениях 2 : 1, 3 : 2, 4 : 3, 5 : 4 и т. д. Отношение 2:1 — первое («корневое») многочастное, отношение 6 : 4 — второе полуторное (после «корневого» 3 : 2, то есть первого сверхчастного), отношение 12 : 9 — третье «сверхтретье» (после «корневого» 4 : 3, или второго сверхчастного), и т. д.

[282] Разность между расположенными по порядку неравносторонними (2, 6, 12, 20, 30, 42, 56, 72, 90, 110 и т. д.) и квадратными числами (1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81, 100 и т. д.) составляет соответственно 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 и т. д. (2 – 1 = 1, 6 – 4 = 2, 12 – 9 = 3 и т. д.).

[283] «Неподобными» называются неравносторонние числа.

[284] Разность между попарно взятыми квадратными числами составляет 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19 и т. д., между попарно взятыми неравносторонними — 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20 и т. д. Отношения между разностями вторых и первых составляют сверхчастные 4 : 3, 6 : 5, 8 : 7 и т. д., причем в знаменателе всегда будет нечетное число.

с [находящимся] под ним «неподобным», умноженным на два, и четвертым квадратным [числом], «подобное»; и всякий раз действуя так, чтобы конец предыдущего возникновения начинал следующее, мы будем производить все [«подобные» числа] тем же образом[285]. Если же мы начнем, наоборот, с «неподобных» [чисел], поместив их по краям, а в середине каждого сопряжения [поместим] «подобные», то все [возникающие числа] будут «неподобными» и обладающими природой «инаковости» (θατέρου)[286]. А если мы будем вставлять в середину не средние «подобные» [числа] (μὴ τοὺς μεσοταγεῖς ... ὁμοίους), а при каждом возникновении всегда следующие (τοὺς ἐφεξῆς), <85> сохраняя по краям те же «неподобные», то получатся пропущенные [в предыдущем случае] «подобные» [числа]: 16, 36, 64 и соответственные [им][287]. И все они четные, потому что «подобные» [числа], которые мы вставляем в середину, даже если они нечетные, будучи умножены на два, [в сумме] с четными «неподобными» крайними [числами] составляют четные: ведь всякое нечетное [число], умноженное на два, становит-

[285] Сумма двух последовательных квадратных чисел и помещенного между ними удвоенного неравностороннего числа всегда составляет нечетное квадратное число: 1 + 2 × 2 + 4 = 9 (32); 4 + 6 × 2 + 9 = 25 (52); 9 + 12 × 2 + 16 = 49 (72); 16 + 20 × 2 + 25 = 81 (92); 25 + 30 × 2 + 36 = 121 (112) и т. д.

[286] Очевидно, имеется в виду сложение последовательных неравносторонних чисел и находящегося между ними квадратного числа без удвоения последнего: 2 + 4 + 6 = 12; 6 +9 + 12 = 27; 12 + 16 + 20 = 48; 20 + 25 + 30 = 75 и т. д.

[287] Непонятное место, что отмечено издателем. В издании предлагается конъектура ἀνομοίους — «неподобные» — после слова «следующие», но она делает высказывание бессмысленным: как видно из следующей фразы, четные квадратные числа возникают из сложения двух последовательных неравносторонних чисел и помещенного между ними удвоенного квадратного числа: 2 + 4 × 2 + 6 = 16; 6 + 9 × 2 + 12 = 36; 12 + 16 × 2 + 20 = 64; 20 + 25 × 2 + 30 = 100; 30 + 36 × 2 + 42 = 144 и т. д. Ср.: «...во всех соединениях произведение крайних членов равно квадрату среднего; и далее, крайние члены с добавлением удвоенного среднего поочередно всегда производят квадрат» (Никомах. *Арифметика*, II. 19, 4).

ся четным. А все предыдущие [квадратные числа] были нечетными из-за того, что одно из двух «подобных» [чисел], занимающих крайнее место, всегда было нечетным, и из-за того, что [нечетные числа], будучи взятыми один раз, сохраняли нечетность.

Сопряжение гномонов [квадратных и неравносторонних чисел][288] самих по себе показывает некоторые правильно упорядоченные отношения: ведь из единожды [взятого] первого «подобного» [числа], единожды[289] [взятого] первого «неподобного» [числа] и единожды [взятого] второго «подобного» [числа] рождается отношение, обратное двукратному; из второго «подобного», единожды[290] [взятого] «неподобного», [расположенного] под ним, и следующего «подобного» — [отношение], обратное полуторному; в третьем сопряжении [возникает] сверхтретье [отношение], в четвертом — сверхчетвертное, и так далее последовательно[291]. А при возникновении «подобных» [чисел], расположенных посередине [между двумя неподобными], сочетание возникающих [чисел] обнаруживает, [что] три члена каждого сопряжения [находятся] уже не в одном и том же отношении, но в разных, однако же родственных [отношениях, представляя] опять-таки некоторую природную упорядоченность и родство двукратного отношения к полуторному, полуторного — к сверхтретьему и сверхтретьего — к сверхчетвертному. Так, в членах 2 : 4 : 6 содержится двукратное и полуторное отношение, в членах 6 : 9 : 12 — полуторное и сверхтретье,

[288] Гномонами квадратных чисел являются последовательные нечетные числа 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13 и т. д., гномонами неравносторонних — последовательные четные числа 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14 и т. д.

[289] В рукописи ошибочно «дважды» (δίς).

[290] В рукописи ошибочно «дважды» (δίς).

[291] Первое сопряжение 1 : 2 : 4 содержит отношение 1 : 2; второе сопряжение 4 : 6 : 9 содержит отношение 1 : 1½, третье сопряжение 9 : 12 : 16 содержит отношение 1 : 1⅓, четвертое сопряжение 16 : 20 : 25 содержит отношение 1 : 1¼, и т. д., при этом неравностороннее число всегда помещается между двумя квадратными.

причем название второго отношения на единицу больше, чем [название] парного [отношения]. <86> Опять же каждое «подобное» [число в сумме] с каждым «неподобным», занимающим то же место в ряду, производит треугольное [число]. И получающиеся треугольные [числа], начиная с [числа] три, всегда будут возникать через одно, а именно: 3, 10, 21, 36, 55, 78, 105 и аналогично, с пропуском образованных в правильном порядке треугольных [чисел] 6, 15, 28, 45, 66, 91 и аналогичных им. Если же мы будем складывать [числа] не только параллельно (κατὰ παράλληλον), но и с помощью чередования (κατ' ἐμπλοκὴν), как бы сплетая первое «неподобное» [число] со вторым «подобным», второе «неподобное» — с третьим «подобным», третье — с четвертым, четвертое — с пятым и всегда в той же последовательности, то будут возникать все треугольные числа по порядку начиная с тройки, включая [и] предыдущие [треугольные числа], а именно: 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55, 66, 78, 91, 105 и так далее до бесконечности.

Опять же, половины «неподобных» [чисел] самих по себе будут образовывать расположенные в правильном порядке треугольные числа начиная с единицы[292]. И всякая разность между «неподобными» и «подобными» [числами, взятыми] каждое по отдельности, будет содержать упорядоченное отношение к тем [числам], разностью которых она является. Половина [второго] «подобного» [числа] будет третью [второго] «неподобного», третья часть [третьего] «подобного» — четвертой частью [третьего] «неподобного», четвертая часть [четвертого] «подобного» — пятой частью [четвертого] «неподобного», и всегда в той же последовательности. А началом такой упорядоченности будет служить вторая пара [чисел] 4 : 6. В первой паре [чисел] 1 : 2 не будет содержаться такого [отношения] из-за того, что [число] «один» не делится на части и [из-за того, что] единица содержит логос вида

[292] Если разделить пополам неравносторонние числа 2, 6, 12, 20 и т. д., получатся треугольные числа 1, 3, 6, 10 и т. д.

и тождества. Первым [числом], способным к разделению и разложению на части, будет двойка, обладающая природой «инаковости» и содержащая в себе логос материи; но поскольку она является парной к единице, и последняя препятствует ей стать началом указанной упорядоченности долей, она <87> обнаруживается в качестве разности во втором сопряжении, будучи половиной [числа] четыре и 3-й частью [числа] 6. Более того, она сохраняет ничуть не меньшую разность и в отношении [числа] 4. И поскольку разность между тремя членами 2, 4 и 6 не различается по количеству, их отношения различаются по качеству: [разность] между [числами] 4 и 2 [составляет] двукратное отношение, а между [числами] 6 и 4 — полуторное. Само [число] 6, если сопоставить его со следующим «подобным» [числом] 9, не будет отличаться [от него] по качеству: оно сохранит [к нему] то же самое полуторное отношение, представляя собой второй член [отношения], какое [оно имело] к [числу] 4, [когда] было первым членом того же отношения; а по количеству разностей будет отличаться, поскольку [его] разность с [числом] 4 составляет двойку, а с [числом] 9 — тройку. Опять же, если сравнивать [число] 9 с [числами] 6 и 12, то отношения [этих] чисел будут разными по качеству: если [число] 9 имеет к первому [числу] полуторное отношение, то ко второму — подсверхтретье. А по количеству разность [этих чисел] не будет отличаться: ведь разность [числа 9] как с тем, так и с другим [числом] — тройка. И в целом, если взять здесь три члена таким образом, как было сказано выше, то они будут отличаться по количеству разностей, а по качеству отношений будут не различающимися [между собой]; а если они будут отличаться качеством [отношений], то не будут отличаться количеством [разностей]. Как «подобные», так и «неподобные» [числа] могут распознаваться посредством друг друга: ведь первое «неподобное» [число] состоит из дважды [взятого] первого «подобного», второе «подобное» — из дважды [взятого] первого «неподобного»,

второе «неподобное» — из одного [целого] и половины второго «подобного». Опять же, третье «неподобное» состоит из одного [целого] и одной трети третьего «подобного», так же как и четвертое «подобное» состоит из одного [целого] и одной трети <88> третьего «неподобного». Четвертое «неподобное» будет состоять из одного [целого] и одной четвертой части четвертого «подобного», так же как пятое «подобное» будет состоять из одного [целого] и одной пятой части парного [числа]. Шестое [«неподобное» будет состоять] из одного [целого] и одной шестой части [шестого «подобного»], и всегда последовательно будет происходить то же самое. При этом доля будет называться по порядковому номеру (κατὰ τὴν ποσότητα) места, во-первых, каждого из «неподобных» [чисел], сопоставляемого с занимающим то же место в ряду «подобным» [числом], из которого будет [взята] доля, а во-вторых, «неподобного» [числа], которое сравнивается со следующим по порядку «подобным».

Можно найти и много других изящных [закономерностей], самостоятельно всматриваясь в таблицу и постоянно исследуя гармоничную связь двух противоположных возможностей, «тождества» и «инаковости», проявляющихся в последовательности квадратных и «неравносторонних» чисел.

[Похвала десятке]

Возникновение квадратных чисел вышеуказанным [способом] «двойного бега» будет достойной похвалой десятке. Когда среди чисел первого разряда, которые ограничиваются самой десяткой, происходит прямой счет от единицы до [десятки] и снова от [десятки], как от некоего числа, отделяющего единицы от десятков, обратный счет до единицы, то квадратным [числом, получающимся] из <десятки> в результате сложения [всех чисел от 1 до 10 в прямом и обратном порядке,] будет число 100, которое само является сочленением (ἄρθρον), отделяющим десятки от сотен. Пи-

фагорейцы называют его единицей третьего разряда (μονὰς τριωδουμένη), так же как десятку [они называют] единицей второго разряда (δευτερωδουμένη μονὰς), а тысячу — единицей четвертого разряда (τετρωδουμένη μονάς). Стороной <89> квадратного числа 100 будет та же самая десятка, а ее квадратом [будет] сумма всех чисел, меньших, чем она, умноженных на два: ведь таким образом, [как] и было сказано, способ сложения чисел в сторону увеличения, словно от начального столба ристалища [к конечному], и в сторону уменьшения, словно от конечного столба [к начальному], уподобляется «двойному бегу». Если же мы сделаем десятку не конечным, а начальным пунктом и начнем [от нее] счет до сотни, а от той снова вернемся к десятке, то в результате сложения [чисел в прямом и обратном порядке] возникнет первое число — единица четвертого разряда, которое, в свою очередь, является сочленением, разделяющим сотни и десятки тысяч. И сотня уже не будет квадратной стороной числа «тысяча»: ведь тысяча — уже не квадратное, а кубическое число со стороной «десять». А если изобразить его в виде плоскостного «продолговатого» числа (προμηκικῶς), то его сторонами будут сотня вместе с десяткой: стало быть, ясно, что сотне будет недоставать десятки для того, чтобы стать стороной [плоскостного числа].

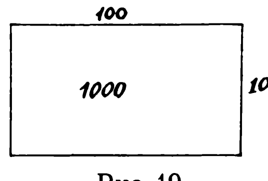


Рис. 19

Опять же, если мы начнем [счет] от сотни, используя ее в качестве начального пункта, и будем складывать в увеличивающемся порядке следующие за ней сотни до тысячи, а от той, как от поворотного столба, точно также возвратимся к сотне как к начальному пункту, то числом десятков тысяч

будет единица пятого разряда (ἡ πεντωδουμένη μονάς): ее стороной как квадратного [числа] будет сотня, а как «продолговатого» (προμήκης) — тысяча и все та же десятка[293]. Таким образом, десятка с помощью способа «двойного бега» становится стороной [плоскостного числа] сама [по себе], не нуждаясь ни в каком другом возникновении сочленений между числами, а именно, в сотне и тысяче, в то время как последним [числам] для этого <90> всегда необходима десятка. Вот почему мы посвятили ей этот энкомий.

[О свойствах квадратных чисел]

Осталось сказать и о том, сколько других совпадений (συμπτώματα) можно заметить, если с любовью к [таким] наблюдениям (κατὰ τὸ φιλοθέωρον) направить свои усилия на обнаружение свойств чисел. Так, например, всякое квадратное [число] или сразу же делится на три, или, если не делится [на три], то по крайней мере всегда [делится на] четыре; если же [на четыре] не [делится], то, отняв единицу от того [квадратного числа], которое делится на три, ты по-

[293] Схема образования единиц третьего, четвертого и пятого разряда с помощью способа «двойного бега»: ([*Nesselmann G. H. F.*] Die Algebra der Griechen / nach den Quellen bearbeitet von G.H.F. Nesselmann. Berlin, 1842. S. 240):

1 – 2 – 3 – 4 – 5 – 6 – 7 – 8 – 9 ↘
10 = 100 = 10 · 10
1 – 2 – 3 – 4 – 5 – 6 – 7 – 8 – 9 ↗

10 – 20 – 30 – 40 – 50 – 60 – 70 – 80 – 90 ↘
10 = 1000 = 100 · 10
10 – 20 – 30 – 40 – 50 – 60 – 70 – 80 – 90 ↗

100 – 200 – 300 – 400 – 500 – 600 – 700 – 800 – 900 ↘
10 = 10000 = 100 · 100 = 1000 · 10
100 – 200 – 300 – 400 – 500 – 600 – 700 – 800 – 900 ↗

лучишь [число], которое делится на четыре, а [отняв единицу] от того [квадратного числа], которое делится на четыре, [ты получишь число,] которое делится на три; а если [квадратное число не делится] ни на то, ни на другое, то [после вычитания единицы оно будет делится] на оба [эти числа]; а если [квадратное число] делится и на три, и на четыре, то после вычитания единицы оно утрачивает эту способность[294]. И всякое число, если умножить его на любое однородное [число], отличающееся [от него] на двойку в любую сторону, и прибавить [к этому произведению] единицу, производит квадратное [число][295]. <И> нечетные [числа] производят четные, а четные [производят] нечетные. И всякое

---

[294] Первый издатель трактата Ямвлиха понимает это место иначе: «Квадратное число 36 делится на *третье* квадратное число 9 (36 = 9 × 3); квадратное число 49 за вычетом единицы делится на *четвертое* квадратное число 16 (48 = 16 × 3); квадратное число 64 делится на *четвертое* квадратное число (64 = 16 × 4), но за вычетом единицы будет делиться на *третье* квадратное число (63 = 9 × 7); квадратное число 81 делится на *третье* квадратное число (81 = 9 × 9), но за вычетом единицы будет делиться на *четвертое* квадратное число (80 = 16 × 5). Число 100 не делится ни на 9, ни на 16, но является произведением двух квадратных чисел, расположенных по обеим сторонам от них, а именно, 4 и 25. Квадратное число 121 за вычетом единицы делится только на второе квадратное число 4. Квадратное число 144 со стороной 12 делится и на 9, и на 16, но за вычетом единицы не будет делится ни на одно из них» (*Tennulius S.* Notae in Iamblichi Arithmeticam. P. 188). Ср. объяснение Теона Смирнского: «Квадратам присуще то, что все они либо делятся на три, либо делятся на три после отнятия единицы; и они же либо делятся на четыре, либо делятся на четыре после отнятия единицы. Они либо после отнятия единицы делятся на три, а без отнятия делятся на 4, каково число 4; либо после отнятия единицы делятся на четыре, а без отнятия на 3, каково число 9; либо делятся и на три, и на четыре, каково число 36; либо не делятся ни на три, ни на четыре, но после отнятия единицы делятся и на три, и на четыре, каково число 25» (Теон, 35–36).

[295] Математическая формула: $a(a \pm 2) + 1 = (a \pm 1)^2$. Первый издатель трактата Ямвлиха понимает это место иначе: если перемножить между собой два четных или два нечетных квадратных числа и к стороне получившегося квадратного числа прибавить единицу, получится квадратное число, например: 4 × 16 = 64, $\sqrt{64} = 8$, 8 + 1 = 9; 16 × 36 = 576, $\sqrt{576} = 24$, 24 + 1 = 25; 9 × 25 = 225, $\sqrt{225} = 15$, 15 + 1 = 16; 25 × 49 = 1225,

число, умноженное на [число], большее, чем оно само, произведет [число], во столько же раз большее, чем его квадрат, [во сколько раз множитель больше, чем оно само,] даже если [множитель] будет сверхчастным, сверхмногочастным или же смешанным [в отношении данного числа]. Таким же образом и всякое треугольное [число], если умножить его на восемь и прибавить [к получившемуся произведению] единицу, производит квадратное [число][296], и если два квадратных [числа] умножить друг на друга, то получится квадратное [число], и если первое из пропорциональных [чисел], бóльших, чем единица, будет квадратным, то и остальные будут квадратными, и если первое из трех пропорциональных чисел будет квадратным, то и третье будет квадратным, и если квадратное [число] измеряет [другое] квадратное [число], то и его сторона будет измерять сторону второго [числа], и всякое число, являющееся произведением двух сторон последовательных квадратных [чисел] будет пропорционально их средним [геометрическим][297]. <91> И мы обнаружим множество других подобных [свойств] самостоятельно, если будем стремиться [к этому], и к тому же сможем изложить труды, составленные другими авторами.

Теперь же следует перейти к рассказу о сторонних и диагональных отношениях, которые достаточно хорошо ис-

$\sqrt{1225} = 35$, $35 + 1 = 36$ (см.: *Tennulius S.* Notae in Iamblichi Arithmeticam. P. 189).

[296] $1 \times 8 + 1 = 9$; $3 \times 8 + 1 = 25$; $6 \times 8 + 1 = 49$; $10 \times 8 + 1 = 81$ и т. д.

[297] Объяснение Никомаха: «Плоские числа всегда связываются через одно среднее, а телесные через два, образуя пропорцию. Ведь для двух последовательных квадратов отыскивается только один средний член, сохраняющий геометрическую пропорцию, так что меньший из них становится первым членом пропорции, а больший последним, — и ни одного больше. <...> К примеру, пусть 1 и 4 — плоские, и среднее пропорциональное между ними 2; или пусть это 4 и 9, два квадрата, а среднее пропорциональное между ними 6; одно и то же отношение образует большее и образуется для меньшего, и так же разность к разности. Причина заключается в том, что стороны двух квадратов дают в произведении это самое число 6» (Никомах. *Арифметика*, II. 24, 8–9).

следованы в геометрии, потому что, как представляется, в соответствии с ними упорядочиваются и образовываются [геометрические] фигуры.

[Об отношении сторон и диагонали][298]

Подобно тому, как мы поступали с [геометрическими] фигурами, перенося их отношения по подобию на числа, — ведь они становятся рациональными (ῥητὰ) в числах, — так же, рассуждая о сторонах и диагонали и следуя за природой числа, мы должны, насколько возможно, сохранять [то же] сходство[299]. [Количества] отличаются [от величин][300] тем, что в величинах, если сторона считается рациональной (λογωθείσης), диагональ будет иррациональной (ἄλογος)[301], и напротив, если диагональ будет рациональной, то сторона — иррациональной, а в количествах сторона будет находиться в рациональном отношении (ῥητὴ) к диагонали, потому что любое число всегда является рациональным, обладая этой исключительной особенностью как самое первое начало и причина рациональности (ῥητότητος)[302] всего остального. Поскольку как числа, так и величины бестелесны, и те, и другие обладают общим свойством неподвижности; особенность же числа [заключается] в том, что ему не присуща несоизмеримость, присущая величинам. Следовательно, необходимо снова вернуться к вопросу о происхождении стороннего и диагонального отношения

[298] См.: Теон, 42–45.

[299] Схолия к данному месту в рукописи: διὰ τὸ ὀρθογώνια ἰσοσκελῆ ὑποκεῖσθαι τὰ τοιαῦτα τρίγωνα — «из-за равенства углов предполагается, что такие треугольники — равносторонние».

[300] «Количество» — арифметическое понятие, «величина» — геометрическое.

[301] Прил. ἄ-λογος образовано от сущ. λόγος: «отношение» — помощью отрицательной частицы ἀ-.

[302] Слово ῥητότης — редчайшее, по TLG, встречается только дважды — в данном месте и в анонимных комментариях к *Началам* Евклида.

от единицы, поскольку, как мы уже говорили, [единица] управляет всеми логосами в числах. Для этого нужно [взять] две единицы, назвав одну [из них] стороной, а вторую — диагональю, и произвести некоторые общие прибавления, всегда одни и те же, [а именно:] <92> к стороне [нужно] прибавить диагональ, а к диагонали — две стороны, поскольку в линейных [фигурах] квадрат диагонали равен квадрату стороны, <умноженному на два>[303]. В результате [этих прибавлений] диагональ становится на единицу больше, чем сторона. Если возвести в квадратную степень первоначальную [диагональ, какой она была] до прибавления [к ней двух сторон], то квадрат единичной диагонали [будет] на единицу меньше, чем квадрат единичной стороны, умноженный на два; ведь поскольку [обе] единицы находятся в равенстве, то одна из них на единицу меньше, чем дважды взятая вторая. Если же сделать прибавления, о которых было сказано выше, то квадрат диагонали будет на единицу больше, чем удвоенный [квадрат] стороны: например, 9 и 4. Если мы снова прибавим к стороне диагональ, а к диагонали — две стороны, то получим 7 и 5, и [квадрат] диагонали становится на единицу меньше, чем удвоенный [квадрат] стороны: 49 к 25. Если снова произвести то же прибавление, то [квадрат] диагонали будет на единицу больше, чем удвоенный [квадрат] стороны: 289 к 144[304]. И если подобным об-

[303] «В прямоугольных треугольниках квадрат на стороне, стягивающей прямой угол, равен <вместе взятым> квадратам на сторонах, заключающих прямой угол» (Евклид; I, предл. 47).

[304] Если, приняв сторону и диагональ за единицу, прибавить к стороне диагональ, то получится две единицы, а если прибавить к диагонали две стороны, то получится три единицы. Возведем получившиеся числа в квадрат: $2^2 = 4$, $3^2 = 9$, что на единицу больше, чем удвоенный квадрат стороны 2: $4 \times 2 = 8$. Если далее прибавить к стороне 2 диагональ 3, то получится 5; а если прибавить к диагонали 3 две стороны, то получится 7. Если возвести эти числа в квадрат, то получится 25 и 49. На этот раз 49 на единицу меньше, чем $25 \times 2 = 50$. Если снова прибавить к стороне 5 диагональ 7, то получится 12; если возвести это число в квадрат, то получится $12^2 = 144$. К диагонали 7 прибавим, в свою оче-

разом делать прибавления согласно тому же отношению, [мы увидим], что [квадрат] диагонали будет то на единицу больше, то на единицу меньше, чем удвоенный [квадрат] стороны. Так возникают рациональные отношения между сторонами и диагоналями. Поскольку удвоенные квадраты сторон попеременно то на единицу больше, то на единицу меньше, чем квадраты диагоналей, можно представить в уме, что сумма всех диагоналей в квадратной степени будет в два раза больше, чем сумма всех сторон в квадрате. Ведь когда большее смешивается с меньшим, они уравниваются, потому что <93> равенство есть равновесие (στάσις) имеющего избыток относительно имеющего недостаток. Именно поэтому и в данном случае, если [квадрат диагонали,] на единицу больший, чем удвоенный [квадрат стороны], прибавить к [квадрату диагонали], на единицу меньшему, [чем удвоенный квадрат стороны,] то вся сумма [квадратов диагоналей] будет равна [сумме удвоенных квадратов сторон], так что квадрат диагонали всегда будет равен удвоенному квадрату стороны, как это доказывается и с помощью линейных [фигур] (ἐπὶ τῶν γραμμικῶν).

И на этом мы закончим наш рассказ о свойствах плоскостных чисел.

редь, две стороны 5: 7 + 10 = 17. Возведем это число в квадрат: $17^2 = 289$, что на на единицу больше, чем удвоенный квадрат 12: $144 \times 2 = 288$.

Первоначальная сторона и сторона + диагональ	Первоначальная диагональ и диагональ + две стороны	Удвоенный квадрат стороны	Квадрат диагонали
1	1	2	1
2	3	8	9
5	7	50	49
12	17	288	289
29	41	1682	1681
70	99	9800	9801

[IV

О ТЕЛЕСНЫХ ЧИСЛАХ]

[О разновидностях телесных чисел][305]

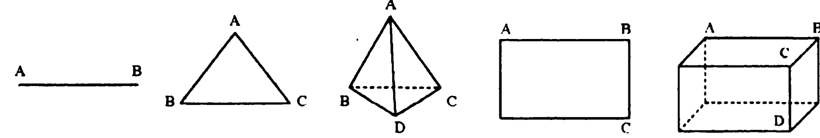
Телесным является число, получившее, помимо двух [измерений] на плоскости, еще и третье измерение (διάστημα)[306] — очевидно, вместе с добавлением четвертого предела: ведь [тело], имеющее три измерения, [ограничивается] четырьмя пределами[307], так чтобы [плоскостное число,] умноженное [на третье число] и получившее третье [измерение] (λαβόντος καὶ ληφθέντος καὶ τρίτου), в соответствии с которым оно понимается [как телесное] (καθ' ὃν λαμβάνεται), само являлось четвертым[308].

---

[305] См.: Никомах. *Арифметика,* II. 13; 14.

[306] Сущ. διάστημα — букв. «расстояние, промежуток, интервал» (от приставочного гл. δι-ίστημι: «расступаться, расходиться» — от ἵστημι: «стоять»). В переводе А. Н. Щетникова — «протяжение».

[307] Отсылка к *Государству* Платона: «...Возведение в квадратные и кубические степени, содержащие три промежутка и четыре предела (уподобление, неуподобление, рост и убыль) делает все соизмеримым и выразимым» (Платон. *Государство,* 546b–c). Комментаторы понимают «три промежутка» (τρεῖς ἀποστάσεις) как длину (AB), ширину (BC) и глубину (AD в тетраэдре, CD в параллелепипеде), а «четыре предела» (τέτταρας ... ὅρους) — как ограничивающие их точки A, B, C, D (см.: [*Adam J.*] The republic of Plato. P. 205; ср.: *Лосев А. Ф.* История античной эстетики. Софисты. Сократ. Платон. С. 379):



[308] В этой запутанной фразе, построенной на «игре» с разными формами глагола λαμβάνω («брать, принимать, получать», а также «умножать») и приставочного προσ-λαμβάνω («получать сверх того»), речь идет о третьем множителе, соответствующем третьему измерению в геометрических фигурах, добавление которого к двум множителям плоскостного числа производит четвертое — телесное число. Ср. определение Никомаха: «Отсюда легко увидеть, чтó такое телесное число и как устроены

Телесные числа бывают [следующих видов]. [1.] Имеющие равные углы (ἰσογώνιοί), одинаковые грани (ἰσοεπίπεδοι)[309] и одинаковую протяженность во всех трех измерениях (ἰσοδιάστατοι). Они берутся по сходству (καθ' ὁμοιότητα ... λαμβανόμενοι) с плоскостными [числами] и называются кубами и тераэдрами[310], причем их основание (ἡ βάσις) всегда взаимозаменяемо (μεταλαμβάνεται)[311]. [2.] Имеющие параллельные грани (παραλληλεπίπεδοι)[312] и равные углы, но неодинаковую протяженность в трех измерениях (ἀνισοδιάστατοι)[313]. Их разновидности — «плитки» (πλινθίδες) и «бруски» (δοκίδες)[314]. [3.] Имеющие неравные

последовательности равносторонних телесных чисел. Ведь если у числа к двум протяжениям, созерцаемым в плоском изображении, т. е. к длине и ширине, добавляется третье протяжение, которое одни называют глубиной, другие толщиной, иные же высотой, такое число называют телесным числом, имеющим три протяжения — длину, глубину, ширину» (Никомах. *Арифметика*, II. 13, 1); определение Теона Смирнского: «Составные [числа. — *Л. Щ.*], охватываемые двумя множителями, называются плоскими, ибо в теории они рассматриваются как имеющие два протяжения и охватываемые длиной и шириной; а если множителей три, числа называются телесными, так как в них появляется третье протяжение» (Теон, 24–25).

309 Композит ἰσοεπίπεδος (ἴσος «равный» + ἐπίπεδον «грань»), по TLG, больше нигде не зафиксирован.

310 Буквально: «четырехгранными пирамидами» (τετράεδροι πυραμίδες).

311 Любая из граней куба или правильного тетраэдра может быть принята за основание.

312 Или «параллелепипеды» (παραλληλεπίπεδος от παράλληλος «параллельный» + ἐπίπεδον «плоскость»).

313 Композит ἀνισοδιάστατος (ἄνισος «неравный» + διάστατος «протяженный, имеющий измерение»), по TLG, встречается только дважды, в данном месте.

314 Буквально «плиточки» и «брусочки» (πλινθίς и δοκίς — деминутивы от πλίνθος: «кирпич, плитка, брусок» и δοκός: «брус, бревно, балка»). В переводе А. Н. Щетникова — «плитки» и «балки». Определение Теона: «Когда две стороны равны, а третья сторона меньше этих двух, равно-равно-уменьшенные числа называются плитками. Когда две стороны равны, а третья сторона больше этих двух, равно-равно-увеличенные числа называются балками» (Теон, 41–42).

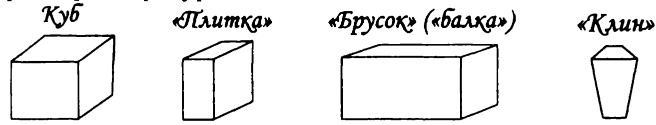
грани (ἀνισεπίπεδοι), неравные углы (ἀνισογώνιοι) и неодинаковую протяженность в трех измерениях. Они называются «осами» (σφηκίσκοι) либо, как их называют некоторые, «алтарями» (βωμίσκοι) или же «клиньями» (σφηνίσκοι)[315]: каждое имя дано по сходству [с тем или иным предметом][316]. [4.] Смешанные [числа] (οἱ μικτοὶ), у которых равны все углы, кроме одного, и все грани, кроме одной, [называемые] пирамидами (πυραμίδες)[317]. Они начинаются от [пирамиды] с треугольным основанием [и продолжают-

---

[315] Буквально «маленькими осами», «маленькими алтарями» и «клинышками» (σφηκίσκος, βωμίσκος и σφηνίσκος — деминутивы от σφήξ: «оса», βωμός: «алтарь» и σφήν: «клин»). Определение Теона: «Когда все стороны неравны, неравно-неравно-неравные числа называются алтарями» (Там же, 41).

[316] «Такие телесные фигуры называются просто разносторонними, если у них не равны все три протяжения. Впрочем, они имеют различные наименования, причем некоторые называют их “клиньями” (σφηνίσκοι), по тем разносторонним клиньям, которые используют в своей работе плотники, строители и кузнецы и другие ремесленники, и которые изготовляются заостренными с одного конца и постепенно неодинаково расширяющимися по всем протяжениям. Другие же называют их “осами” (σφηκίσκοι), потому что они похожи на тела ос, перетянутые посредине и показывающие упомянутое подобие. Отсюда получила свое имя и верхушка шлема (σφήκωμα), ведь в месте перетяжки она напоминает талию осы. Иные называют эти числа “алтарями”, потому что они подобны древним алтарям, особенно ионийским, у которых ширина не равна глубине, и обе они не равны длине, и основание не равно вершине, но все их размеры различны» (Никомах. *Арифметика*, II. 16, 2).

[317] Все термины восходят к *Определениям* Герона Александрийского: Τῶν δὲ εὐθυγράμμων στερεῶν σχημάτων *ἃ μὲν καλοῦνται πυραμίδες, ἃ δὲ κύβοι, ἃ δὲ πολύεδρα, ἃ δὲ πρίσματα, ἃ δὲ δοκίδες, ἃ δὲ πλινθίδες, ἃ δὲ σφηνίσκοι, καὶ τὰ παραπλήσια* — «Среди прямолинейных кубических фигур одни называются пирамидами, другие кубами, третьи многогранниками, четвертые призмами, пятые “брусками”, шестые “плитками”, седьмые “маленькими осами”, и тому подобное» (Heron, 98, 1. Перевод мой. — *Л. Щ.*). Виды трехмерных фигур:



ся] до бесконечности, причем основание в них уже не будет меняться, как это было в [пирамиде], основанием которой служит треугольник[318].

Среди плоскостных [чисел] кубу соответствует четырехсторонняя [фигура], <94> именуемая в собственном смысле слова «квадратом» (τὸ … τετράγωνον), «плитке» или «бруску», который некоторые называют «столбиком» (στηλίδα)[319] [соответствует] параллелограмм (τὸ… παραλληλόγραμμον), а «клину» — трапеция (τὸ τραπέζιον)[320]. Примеры равно-равных во всех отношениях кубических [чисел]: 8, 27, 64, 125, 216, получившиеся [умножением] дважды два на два, трижды три на три, четырежды четыре на четыре, пятью пять на пять и шестью шесть на шесть. При том, что все эти [числа] называются кубическими, те из них, которые при каждом возведении в степень не изменяют свое окончание, предпочтительнее будет называть «сферическими» (σφαιρικοί): они на одно измерение больше, чем «круговые» (κυκλικῶν), которые оканчиваются так же, [как и их сторона]. Это [числа] 125 со стороной пять и 216 со стороной шесть. Если их продолжать и далее возводить в степень, то они оба будут все так же оканчиваться своей собственной стороной[321]. Что

[318] В тетраэдре за основание пирамиды может быть принята любая из граней; в квадратных, пятиугольных, шестиугольных и последующих пирамидах основанием может служить только одна грань, представляющая собой соответственно квадрат, пятиугольник, шестиугольник и т. д.

[319] Редчайшее слово στηλίς (деминутив от στήλη: «столб»): по TLG, в качестве математического термина употребляется только дважды (оба раза у Ямвлиха).

[320] Букв. «маленький столик» (деминутив от τράπεζα: «стол»).

[321] Таблица степеней чисел 5 и 6:

a^1	5	6
a^2	25	36
a^3	125	216
a^4	625	1296
a^5	3125	7776
a^6	15625	46656

же касается единицы, то подобно тому, как она содержала все, что относится к плоскостным [числам], кроме «неравностороннего» отношения, точно так же она [будет содержать] и [все], что [относится] к телесным [числам].

[Единица] будет пирамидальным [числом] (πυραμιδική)[322], потому что ее можно рассматривать как вершину пирамиды любого вида, при возведении в [третью] степень (δυνάμει) заключающую в себе логос телесной точки (στερεοῦ σημείου) в каждом [телесном числе], поскольку углы всякого телесного числа, являясь [и сами] телесными, будут единицами в форме точек (μονάδες σημειώδεις), на одну степень превосходящих [точки] на плоскости. Ведь точка может быть как простой (ἁπλοῦν), если она является пределом величины в одном измерении, так и возведенной во вторую степень (διπλοῦν … δυνάμει) благодаря соединению двух линий на плоскости в одной точке, а в телесных [числах она может умножаться сама на себя] неограниченное число раз (δυνάμει ἀόριστον), начиная с утроения, ибо первое соединение трех сторон образует пирамидальный телесный угол. [Единица] будет и сферическим [числом], <95> точно так же, как была круговым [числом], поскольку она существует в трех измерениях в пределах своей собственной величины[323].

---

[322] Прил. πυραμιδικός, по TLG, встречается только в данном трактате Ямвлиха (всего три раза).

[323] «Некоторым из кубов, кроме того что они являются равно-равно-равными, присуще при умножении всегда заканчиваться на ту же [цифру], и тогда они называются сферическими или возвратными. Это происходит, когда сторона равна 5 или 6; ведь в какую бы степень я не возводил одно из этих чисел, результат всегда будет иметь то же окончание; и если число заканчивалось на 6, то и результат будет заканчиваться на 6, а если на 5, то на 5. <...> Единица также является сферической и возвратной в возможности, ведь она претерпевает то же, что сферы и круги. А они где начинаются, там и заканчиваются, совершив оборот и вернувшись назад. Так и названные числа: они одни заканчиваются тем же, что и в начале, будучи взяты равно-равными и при любом возведении в степень (αὔξησις). Приобретая два плоских протяжения, они называются

В качестве общего примера [телесных] чисел, неравных по всем трем измерениям (ἀνισοδιαστάτων)[324], можно взять [число] 60: оно состоит из [множителей] трижды четыре на пять, и, наоборот, пятью четыре на три, или же четырежды пять на три и четырежды три на пять.

Примеры параллелепипедов: «плитки», [состоящие] из равно-равного [числа], умноженного на меньшее [число] — 18, равное трижды три на два, и 48, равное четырежды четыре на три; «бруски», которые некоторые называют «столбиками», [состоящие] из равно-равного [числа], умноженного на большее [число] — 36, равное [произведению] трижды три на четыре, и 45, равное [произведению] трижды три на пять. И в [«брусках»], и в «плитках» [множителями] могут быть не только прилегающие друг к другу [числа], т. е. [числа], отличающиеся друг от друга на единицу как в бóльшую, так в меньшую сторону, но и [числа,] отстоящие друг от друга на [больший] интервал, так чтобы еще сильнее проявлялось тождество [их] формы (σχηματίσεως)[325].

круговыми: 1, 25, 36 суть 1 × 1, 5 × 5 и 6 × 6. Но если они приобретают три протяжения или умножаются большее число раз, тогда их называют сферическими телесными числами, каковы 1, 125, 216, или 1, 625, 1296» (Никомах. *Арифметика,* II. 17, 7).

[324] По TLG, композит ἀνισοδιάστατος встречается только в данном сочинении (всего три раза).

[325] «Среди тел те, которые охвачены шестью плоскими параллелограммами, называются параллелепипедами; и когда все параллелограммы прямоугольны, то и параллелепипеды тоже прямоугольны. Те из них, у которых равны все стороны, и они имеют равные длину, ширину и глубину и охвачены равными квадратами, суть кубы. Если же у них длина и ширина равны, и основание квадратно, а высота меньше, то это плитки. А если длина и ширина равны, а основание больше, то это балки. А если все размеры не равны, то такие тела называются разносторонними» (Теон, 112–113).

[О пирамидальных числах][326]

Логос пирамиды будет понятнее и легче для усвоения (εὐεφόδευτος)[327], если мы изобразим в параллельных рядах последовательность многоугольных [чисел] начиная с треугольников, как [мы делали] немного выше, а затем будем в правильном порядке группировать однородные в отношении друг друга [числа] сколь угодно долго, так чтобы вершиной в каждой группе всегда была единица, а основанием при каждом увеличении [количества углов] служили [фигуры] одинаковой формы. Например, из треугольных [чисел] 3, 6, 10, 15, 21 и т. д. будут [образовываться] пирамиды с треугольным основанием, а именно, 4, 10, 20, 35, 56; из квадратных [чисел] 4, 9, 16, 25, 36 – [пирамиды] с квадратным основанием: 5, 14, 30, 55, 91; из пятиугольных [чисел] 5, 12, 22, 35, 51 – [пирамиды] с пятиугольным основанием: 6, 18, 40, 75, 126. Так же будем поступать и <96> в отношении последующих многоугольников[328]. Подобно тому, как гномонами многоугольных [чисел] для нас служили числа, следующие за единицей, точно так же [в качестве гномонов] пирамид [мы будем брать] следующие [за единицей] многоугольные [числа] каждое по отдельности. Количество граней [пирамид] будет соответствовать количеству сторон

[326] См.: Никомах. *Арифметика*, II. 13; 14.

[327] Композит εὐεφόδευτος, по TLG, встречается только дважды (здесь и в Комментарии Прокла к *Государству* Платона).

[328] Сравнительная таблица многоугольных и пирамидальных чисел:

Треугольные числа	1	3	6	10	15	21	28	36	45
Треугольные пирамидальные числа	1	4	10	20	35	56	84	120	165
Квадратные числа	1	4	9	16	25	36	49	64	81
Квадратные пирамидальные числа	1	5	14	30	55	91	140	204	285
Пятиугольные числа	1	5	12	22	35	51	70	92	117
Пятиугольные пирамидальные числа	1	6	18	40	75	126	196	288	405
Шестиугольные числа	1	6	15	28	45	66	91	120	153
Шестиугольные пирамидальные числа	1	7	22	50	95	161	252	372	525

гномонов[329]. И так же как [многоугольные числа] в нечетных рядах (περισσοταγεῖς) были четными и нечетными два через два, а в четных рядах (ἀρτιοταγεῖς) — одно через одно, так и в случае [пирамидальных чисел] в нечетных рядах одно нечетное [число будет встречаться] через три четных, и все нечетные [пирамидальные числа] будут оканчиваться пятеркой, кроме [пирамиды] в возможности[330]: ведь они находятся на пятом по счету месте друг от друга. А в четных рядах [четные и нечетные пирамидальные числа будут расположены] два через два, при этом и здесь [те нечетные числа], которые имеют такое же окончание, что и нечетные [числа] в нечетных рядах, будут совпадать [с ними по своему месту в ряду]. И так же, как было в случае многоугольных [чисел], каждое [пирамидальное число] является суммой [пирамидального числа] иного вида, которое [расположено] над ним, и [треугольного пирамидального числа], которое [расположено] в предшествующем ряду (τῆς τῶν εἰς ἐπίπεδον ἕνα βαθμὸν ὑποβεβηκυίας): например, [квадратная пирамида] 5 [есть сумма треугольной пирамиды] 4 и [треугольной пирамиды] 1, [пятиугольная пирамида] 6 — [сумма квадратной пирамиды] 5 и [треугольной пирамиды] 1, [шестиугольная пирамида] 7 — [сумма пятиугольной пирамиды] 6 и [треугольной пирамиды] 1; и опять же [квадратная пирамида] 14 [есть сумма треугольной пирамиды] 10 и [треугольной пирамиды] 4, [пятиугольная пирамида] 18 — [сумма квадратной пирамиды] 14 и [треугольной пирамиды] 4, [шестиугольная пирамида] 22 — [сумма пятиугольной пирамиды] 18 и [треугольной пирамиды] 4. И если мы будем далее аналогичным образом последовательно присоединять [к получившимся рядам] в глубину и ширину многоугольные [фигурные числа] (ἑκάστης τῶν πολυγώνων διαγραφῆς), мы обнаружим, что каждая пирамида есть сумма [пирамиды],

[329] Гномон — многоугольное число, служащее основанием пирамиды.

[330] Т. е. единицы.

которая [расположена] над ней, и [треугольной пирамиды], которая [находится] перед той, [что над ней] (τῆς ὑπ' ἐκείνην) — вначале через нулевую [ступень], затем через один ряд, затем через два, затем через три и т. д.[331]. Аналогичным образом мы обнаружим в этой же [таблице] и другие свойства [пирамидальных чисел]. В ширину они будут разниться друг от друга своими основаниями, а в глубину, после первого столбца, образующего линию, где все [числа] равны между собой, разность [между пирамидальными числами] будет равна четверке, которая является первоначалом (στοιχεῖον) пирамид в действительности, затем [разность будет равняться] десяти, [то есть] второй пирамиде, затем — двадцати <97> [или] третьей пирамиде, и так далее в той же последовательности. В случае, если какая-либо пирамида увенчивается не единицей, а своим гномоном[332], она называется усеченной (κόλουρος)[333]. Если же [она увенчивается] не [гномоном], а следующим [за ним числом], то [она называется] дважды усеченной (δικόλουρος), и точно так же трижды усеченной, и четырежды усеченной; и [она] всегда будет последовательно называться по количеству отнимаемых гномонов[334].

---

[331] Как видно из таблицы, каждое пирамидальное число есть сумма пирамидального числа, которое расположено над ним в том же столбце, и треугольного пирамидального числа, которое расположено в предыдущем столбце. Для квадратных пирамидальных чисел это сумма двух последовательных треугольных пирамидальных чисел (с «нулевым» промежутком между рядами), для пятиугольных — сумма квадратного и треугольного чисел (расположенных в двух соседних рядах, т. е. с порядковой разницей в единицу), для шестиугольных — сумма пятиугольного и треугольного чисел (с разнице между рядами в двойку) и т. д.

[332] Здесь гномон — наименьшее пирамидальное число соответствующего вида (4 для треугольных пирамидальных чисел, 5 — для квадратных, 6 — для пятиугольных и т. д.).

[333] От κόλος: «надломленный, обрубленный» + οὐρά: «хвост».

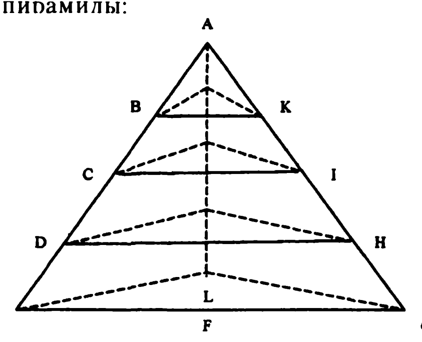
[334] Здесь гномон — разность между последовательными пирамидальными числами одного вида (3, 6, 10, 15 и т. д. для треугольных пирамидальных чисел, 4, 9, 16, 25 и т. д. для квадратных, 5, 12, 22, 35 и т. д. для пяти-

[О кубических числах][335]

Мы обнаружим у кубических [чисел] так же много особенностей, как [и перед этим] у квадратных. Если умножить каждое число начиная с единицы само на себя и [затем] — на [получившийся] результат, то возникнут правильно упорядоченные кубические [числа]. И если умножить каждое квадратное [число] по порядку начиная с четверки на каждое [линейное] число по порядку начиная с двойки, или [наоборот], умножить [числа по порядку начиная с двойки на квадратные числа по порядку начиная с четверки], точно так же возникнут правильно упорядоченные

угольных и т.д.). «...Если пирамида с любым основанием, будь оно треугольное, четырехугольное, пятиугольное и т. д., при надстраивании не дошла до единицы, она называется усеченной, потому что она оставлена без естественной вершины; ведь она завершается не в единице, первом в возможности многоугольнике, как в одной точке, но в другом, настоящем [многоугольнике], и имеет вершиной не единицу, но плоскую грань, у которой столько же углов, сколько и у основания. И если, в дополнение к тому, что она не завершается в единице, она не завершается также и в первом вслед за единицей настоящем многоугольнике, она называется дважды усеченной. И далее, если в качестве верхней грани она не имеет даже второго настоящего многоугольника, но лишь следующий за ним, она называется трижды усеченной; и даже четырежды усеченной, если не имеет следующего, и пять раз усеченной на следующем шаге, и эти наименования можно продолжать сколь угодно далее» (Никомах. *Арифметика*, II. 14, 5).

Схема усеченной пирамиды:



[335] См.: Никомах. *Арифметика*, II. 15.

кубические [числа][336]. Кроме того, поскольку нечетные [числа] обладают действием (ὁμοποιοί εἰσι)[337] и природой «тождественного», как было показано [выше], то если складывать их группами (κατ' ἐκλογὰς), всегда добавляя одно [нечетное число при каждом последующем сложении], то будут рождаться кубические [числа]. Например, [возьмем] сначала [число] 1, [которое] в возможности [является] несоставным кубом, затем [сложим] два [следующих] нечетных [числа], 3 и 5, [и получится] второе кубическое [число] 8, затем [сложим] три [следующих числа], 7, 9 [и] 11, [сумма которых составит] третье кубическое [число] — 27, затем — четыре [следующих], 13, 15, 17 и 19, [которые в сумме дадут] четвертое кубическое [число] — 64, и так далее тем же образом. Опять же, в [геометрической] прогрессии, [начинающейся с единицы], на третьем месте находятся квадратные [числа], на четвертом — кубические, а на седьмом — кубические и квадратные одновременно[338].

Всякое кубическое [число], умноженное на свою сторону, производит квадратное [число], которое будет во столь-

---

336 Получение кубических чисел из квадратных и линейных:

Квадратные числа	4	9	16	25	36	49
Линейные числа	2	3	4	5	6	7
Кубические числа	8	27	64	125	216	343

337 Буквально: «обладающее тем же действием». По данным TLG, это единственное употребление композита ὁμοποιός.

338 «Если будет сколько угодно последовательно пропорциональных чисел от единицы, то третье от единицы и [все] через одно будут квадратами, четвертое же и [все] через два <будут> кубами, седьмое же и [все] через пять одновременно квадратами и кубами» (Евклид. *Начала*, IX, предл. 8).

Геометрическая прогрессия от единицы со знаменателями 2, 3 и 4:

1	2	4	8	16	32	64
1	3	9	27	81	243	729
1	4	16	64	256	1024	4096

Числа 4, 9 и 6 — квадратные, числа 8, 27 и 64 — кубические, числа 64, 729 и 4096 — квадратные и кубические одновременно.

ко раз больше кубического [числа], во сколько раз квадрат стороны кубического [числа] будет больше самой стороны, а само квадратное [число] <98> будет стороной квадратного [числа], полученного в результате [умножения] кубического [числа] на его сторону. Опять же, подобно тому как из двух квадратных [чисел], умноженных друг на друга, получалось квадратное [число], так из двух кубических [чисел, умноженных друг на друга, получается] кубическое [число], а из кубического [числа], умноженного на себя — одновременно кубическое и квадратное[339]. Если в [геометрической] прогрессии, [начинающейся с единицы, первым числом] после единицы будет кубическое [число], то остальные [числа] также будут кубическими[340]. И если в пропорции из четырех [членов] первый [член] будет кубическим [числом], то и четвертый будет кубическим [числом][341]. И если кубическое [число] измеряет [другое] кубическое [число], то и сторона [первого числа] будет измерять сторону [второго]. И почти все свойства квадратов аналогичным образом будут наблюдаться и в кубах.

Итак, позволим обнаружить подобные свойства тем, кто любит самостоятельные занятия прекрасным (τοῖς δι' αὑτῶν φιλοκαλήσουσι), и перейдем к разделу о пропорциях.

---

[339] Например, $8 \times 27 = 216$ ($\sqrt[3]{216} = 6$); $8 \times 8 = 64$ ($\sqrt[2]{64} = 8$, $\sqrt[3]{64} = 4$); $27 \times 27 = 729$ ($\sqrt[2]{729} = 27$, $\sqrt[3]{729} = 9$).

[340] Возьмем прогрессию 1, 8, 64, 512, 4096... и т. д. Поскольку за единицей следует кубическое число 8, то и остальные члены прогрессии являются кубическими числами со сторонами 4, 8, 16... и т. д.

[341] Например, в пропорции 8, 12, 18, 27 все члены находятся в полуторном отношении. Поскольку первый член — кубическое число, то и четвертый будет кубическим.

[V]

[О ПРОПОРЦИЯХ]

[Определение пропорции][342]

Пропорция (ἡ ... ἀναλογία) есть подобие и тождество (ὁμοιότης καὶ ταυτότης) [двух или] более отношений (λόγων)[343]. Поскольку [слово] λόγος [употребляется] в различных значениях[344], в предыдущих [главах] мы пояснили, что означает «пропорциональное отношение» (λόγος ὁ κατ' ἀναλογίαν): это связь (σχέσις) двух однородных членов друг с другом[345]. Мы говорим об однородных [членах], потому что подобает сравнивать то, что принадлежит к одному и тому же роду, например, мину — с талантом, поскольку они при-

[342] См.: Теон, 73–74, 82.

[343] «Пропорция есть подобие или тождество нескольких отношений, или же подобие отношений в нескольких членах, когда первый член ко второму имеет то же отношение, что и второй к третьему, или другой к другому» (Там же, 82).

[344] «Перепатетики говорят о логосе во многих значениях: это и устная речь, как говорят новые писатели, и внутренняя речь без звука и голоса; и пропорция (ἀναλογία), когда сказано, что имеется отношение (λόγος) одного к другому; и объяснение элементов; и прославление достойных, когда мы называем кого-то прославленным или бесславным; и «меняльная речь», как в книгах Демосфена и Лисия; и определение и обозначение вещей; и силлогизм и наведение; и Ливийские басни и мифы; и пословицы и поговорки; и видовой логос, и семенной, и многие другие. Платон же говорит о логосе в четырех смыслах: это размышление без голоса; мысль, изреченная в звуке; объяснение элементов Вселенной; и это пропорция» (Там же, 72–73). Многозначность сущ. λόγος обусловлена многозначностью производящего глагола λέγω: 1) «собирать»; 2) «считать, подсчитывать»; 3) «говорить». С первым значением связаны: «число, группа, категория», со вторым — «счет, исчисление», «отношение (чисел)», с третьим — «слово, речь» и т. д.

[345] «Отношение есть некоторая зависимость (σχέσις) двух однородных величин по количеству» (Евклид, V, опр. 3); «Отношение возникает, когда два однородных члена пропорции образуют некоторую связь (σχέσις) друг с другом» (Теон, 73).

надлежат к общему роду «вес» (τὸ βάρος), а линию — с плоскостью или телесной [фигурой] (γραμμὴν πρὸς ἐπιφάνειαν ἢ στερεόν), поскольку они принадлежат к общему роду «величина» (τὸ μέγεθος)[346]. Существуют роды, которые сравниваются по силе (κατὰ δύναμιν)[347] и по массе (κατὰ ὄγκον), а также некоторые другие. Что касается неоднородных [понятий], [то] невозможно узнать, как они соотносятся друг с другом. Например, [невозможно узнать, как относится] пехий к котиле [или] «белое» — к хенику[348].

Поскольку [разделенное] количество и число [разделенного] количества (ποσοῦ ὁ ἀριθμός) принадлежат к одному роду, возникает сравнение отношений (λόγων ἡ σύγκρισις) в числе, которое будет представлять собой некоторое

[346] Схолия в рукописи: *συνεκδρομικῶς νῦν ὁ φιλόσοφος λέγει καὶ δεῖ ἀσφαλῶς ἀκοῦσαι τοῦ λόγου· οὐ γὰρ ἁπλῶς τὰ ὁμογενῆ δεῖ συγκρίνειν, οὐδὲ γὰρ γραμμὴν πρὸς ἐπιφάνειαν συγκρίνομεν, ἀλλὰ δεῖ τὰ ὑπὸ τὸ αὐτὸ προσεχὲς γένος συγκρίνειν, οἷον ἐπίπεδον ἐπιφάνειαν πρὸς κωνικὴν ἐπιφάνειαν ἢ σφαιρικήν, ὡς καὶ Ἀρχιμήδης ἐποίησε* — «философ здесь говорит приближенно, и следует воспринимать это высказывание с осторожностью: нужно сравнивать не просто однородные [понятия], и мы не сравниваем линию с плоскостью, но следует сравнивать то, что относится к одному и тому же подходящему роду, например, плоскую поверхность с конической или сферической, как поступал, в частности, Архимед» (*Scholia in Iamblichum*, 98. 18).

[347] Возможно, речь идет о функции (δύναμις) звука (см. подробнее: Птолемей, II. 5).

[348] Пример заимствован у Теона Смирнского, который, в свою очередь, ссылается на Адраста: «Адраст говорит, что неоднородные вещи не могут иметь отношения друг к другу. Локоть и мина, хойникс и ќотюла, белое и сладкое или горячее являются несравнимыми и несопоставимыми» (Теон, 73). Пехий (πῆχυς «локоть») — мера длины (около 46 см); котила (κοτύλη «чашка») — мера жидкостей и сыпучих тел (0,274 л); хеник (хеникс, хойник, хойникс, хиник, хиникс, *греч.* χοῖνιξ) — мера сыпучих тел, преимущественно хлеба (около 1,1 л). Вопреки мысли Адраста, две последних меры сопоставимы: Ὁ χοῖνιξ ἔχει κοτύλας τρεῖς — «хеник вмещает три котилы» (Pseudo-Galenus. *De ponderibus et mensuris*, LVII. 23, перевод мой — *Л. Щ.*; см. подробнее: *Tennulius S.* Notae in Iamblichi Arithmeticam. P. 198).

отношение (λόγος) <99> и ту или иную связь между [числами][349].

[О различии между интервалом и отношением][350]

Если [сравниваемые] члены будут [находиться] в равенстве [между собой], то это [будет] отношением равного к равному, поскольку равенство не различается [по количеству][351]; а [если они находятся] в неравенстве, то [это будет отношением] по разности (κατὰ διαφοράν). [В последнем случае] и интервал (διάστημα) будет не тем же самым (οὐ ταὐτὸ), и отношение [будет] двояким (διττὸς)[352]. Поскольку «неравное» представляет собой не один, а два [вида отношений][353], то интервал будет одинаковым (ταὐτόν), а отношения — различными. Так, отношения два к одному и один к двум — двукратное и половинное, [хотя] интервал [между этими числами] один и тот же. Стало быть, отношение и интервал — это разные [понятия][354]. При большем количе-

[349] «Отношение возникает, когда два однородных члена пропорции образуют некоторую связь друг с другом: к примеру, двукратное или трехкратное» (Теон, 73).

[350] См.: Там же, 81–82.

[351] «...Равные члены не заключают между собой интервала, однако состоят друг к другу в отношении равенства» (Там же, 81).

[352] В рукописи испорченное место, издатель предполагает лакуну после διττὸς: «двоякий». В случае равенства между членами отношения интервал между ними отсутствует (например, 2 = 2), а отношение первого члена ко второму то же, что и второго к первому; если же члены отношения не равны между собой, их отношение друг к другу меняется в зависимости от их порядка (например, 2 : 1 или 1 : 2, см. ниже).

[353] «Неравное» подразделяется на «большее» и «меньшее».

[354] Слово «интервал» (διάστημα) может употребляться как синоним слова «отношение» (λόγος), однако в ряде случаев эти термины расходятся в значении: «Одни называют интервалом *отношение, взаимосвязь* сопоставляемых друг с другом членов. Тут безразлично, говорить ли о сверхтретных, полуторных и т. п. отношениях или интервалах (под интервалами Деметрий тоже разумеет смысловые [отношения], а не пространственные). Считать ли интервалом отношение равных членов — не уточняется. Другие называют интервалом *различие* однородных, сопо-

стве членов часто [бывает так], что отношение [между ними] одно и то же, а интервалы разные, например, 4 : 6 : 9. А о том, что отношение неравенства существует в десяти родах [связей], и что в пяти антецедентах (προλόγοις) это [отношение] большего [к меньшему], а в стольких же консеквентах (ὑπολόγοις) — [отношение] меньшего [к большему], а также [о том,] что все [отношения] происходят из равенства, мы узнали выше, в разделе о связях [между числами]. Существует также некое [отношение], которое [Платон] называет «отношением числа к числу» (ἀριθμοῦ πρὸς ἀριθμὸν λόγος), из-за того, что оно не принадлежит ни к одному из десяти родов [связей между числами], как будет показано [ниже], в [главе] о гармонических [отношениях] (ἐν τοῖς ἁρμονικοῖς): это отношение «леймы» (ὁ τοῦ λείμματος λόγος) с членами 256 к 243[355].

ставимых друг с другом членов. Тут интервал отличается от отношения и возникает только при различных членах. Интервал есть различие: при различных числах это количественный избыток; при различных [пространственных] величинах это избыток по размеру; в качествах — избыток сообразно усилению различия; в том, что различается по положению, интервал — это пространственное расстояние; в движущихся [предметах] — расстояние в зависимости от различия их скорости. И в остальных однородных, сопоставимых [друг с другом предметах] интервал есть [еще что-то] иное» (Порфирий, 94–95).

[355] Имя Платона у Ямвлиха не названо, но оно есть в соответствующем пассаже у Теона Смирнского: «Аристоксен сказал, что она [кварта. — *Л. Щ.*] состоит из двух тонов и совершенного полутона, а Платон — что она состоит из двух тонов и безымянной леймы. О лейме он сказал, что этот интервал характеризуется отношением 256 к 243 и разностью 13» (Теон, 67). Лейма, или лимма (*греч.* λεῖμμα «оставшаяся часть, остаток»), или «совершенный полутон» — диатонический полутон пифагорейской гаммы, меньший, чем половина тона, который получается путем последовательных делений квинты (3:2) и кварты (4:3) следующим образом: $\frac{3}{2}:\frac{4}{3}=\frac{9}{8}; \frac{4}{3}:\frac{9}{8}=\frac{32}{27}; \frac{32}{27}:\frac{9}{8}=\frac{256}{243}$. Вычисление леймы, восходящее к пифагорейской традиции, описано у Платона (см.: Платон. *Тимей* 36a–b; комментарий к этому месту: *Лосев А. Ф.* История античной эстетики. Софисты. Сократ. Платон. М., 2000. С. 722–722). См. также: Теон, 86–87.

[О «связанном» и разделенном отношении][356]

Итак, поскольку отношения в числах именно таковы, пропорция будет представлять собой соединение (σύλληψις) не менее, чем в трех членах [двух или] более тождественных отношений[357]. Говорится, что отношение «связано» (λόγος συνῆφθαι), когда средний член [пропорции] является общим, находясь в [одном и том же] отношении к каждому из двух крайних [членов]: ведь общий член отношения связывает (συνάπτει) [пропорцию] воедино[358]. Когда [пропорция]

---

[356] См.: Никомах. *Арифметика,* II. 21; ср.: Боэций. *Арифметика,* II. 40.

[357] «Пропорция в собственном смысле представляет собой связывание (σύλληψις) двух или более отношений, а в общем смысле — двух или более сопряжений, даже если они подчинены не одному и тому же отношению, но разности или чему-нибудь другому. Отношение есть сопряжение двух членов между собой, а пропорция есть соединение отношений, так что наименьшее количество членов, из которых она составляется, равно трем, хотя она может быть и более длинной, подчиненной одному отношению или одной разности. К примеру, 1 к 2 есть отношение двух членов, а именно двукратное, и 2 к 4 есть другое подобное отношение; а пропорция есть 1, 2, 4, соединение отношений из трех членов, между которыми наблюдается одно и то же отношение друг к другу» (Никомах. *Арифметика,* II. 21, 2–3); ср.: «Пропорция — это связывание или объединение двух, трех или четырех отношений. Общее определение таково: пропорция — это отношение двух или более отношений, пусть даже они заключены не в одинаковых количествах и разностях (разность — это количественная величина между числами). Отношение — это некая связь двух чисел между собой и как бы их гармоничное сочетание; то, что производится из нанизывания таких [чисел], пропорционально. Итак, из соединения отношений возникает пропорция» (Боэций. *Арифметика,* II. 40, 2–3).

[358] «И если один и тот же неизменный член сравнивается с каждым из соседних, будь то с бо́льшим и последующим или с меньшим и предыдущим, такая пропорция называется непрерывной (συνημμένη); к примеру, такова пропорция 1, 2, 4 по качеству: ведь как 4 к 2, так и 2 к 1; и обратно, как 1 к 2, так и 2 к 4. А пример по количеству будет 1, 2, 3: ведь насколько 3 превышает 2, настолько 2 превышает 1; и наоборот, насколько 1 уступает 2, настолько 2 уступает 3» (Никомах. *Арифметика,* II. 21, 5); ср.: «Поскольку один и тот же член сочетается с двумя окружающими его членами, из которых для одного он вождь, а для другого спутник, то такая пропорция называется непрерывной (как, например, 1:2:4). В та-

не имеет общего члена, говорится, что отношения «разделены» (διεζεῦχθαι)[359]. Это бывает в случае, [если пропорция состоит] из четырех членов, поэтому представляется, что «пропорциональность» (τὸ ἀνάλογον) отличается от пропорции (τῆς ἀναλογίας): <100> пропорциональность может существовать [как в связанных, так] и в разделенных

ких пропорциях наблюдается равенство отношений (как 4 относится к 2, так и 2 к 1; и как 1 к 2, так и 2 к 4)» (Боэций. *Арифметика,* II. 40, 6). Никомах использует для названия пропорции с общим средним членом причастие *συνημμένη* (от гл. *συνάπτω*: «связывать, соединять, сочетать», *pass.* «быть связанным, примыкающим, непрерывным»), Ямвлих актуализирует внутреннюю форму этого же глагола с помощью повтора разных форм (συνῆφθαι: «связано»; *συνάπτει*: «связывает»).

[359] «Если же один член соответствует меньшему члену и становится его бо́льшим и последующим, а другой, но не тот же самый член, соответствует большему члену и становится его меньшим и предыдущим, то пропорция с такими средними членами называется не непрерывной, но раздельной (διεζευγμένη). Пример по качеству будет 1, 2, 4, 8: здесь 2 к 1 как 8 к 4, и обратно 1 к 2 как 4 к 8, и перестановкой 1 к 4 как 2 к 8, а также 4 к 1 как 8 к 2. А пример по количеству будет 1, 2, 3, 4: здесь 1 уступает 2 как 3 уступает 4; и 4 превышает 3 как 2 превышает 1; и перестановкой, 3 превышает 1 как 4 превышает 2; и 1 уступает 3 как 2 уступает 4» (Никомах. *Арифметика,* II. 21, 6); ср.: «Пропорция есть приравнивание (ἰσότης) отношений и состоит не менее чем из четырех членов. Ясно, таким образом, что из четырех членов состоит прерывная (διῃρημένη) пропорция. Но и непрерывная (*συνεχής*) тоже. Ведь в ней одним членом пользуются как двумя и повторяют его дважды, например А относится к В, как В относится к Г. Значит, В повторено дважды, а следовательно, если В дважды и поставить, членов пропорции будет четыре» (Аристотель. *Никомахова этика*, 1131а); «Пропорция бывает либо непрерывной, либо разъединенной. Непрерывная — та, что мы обсуждали выше: одно и то же среднее число ставится и ниже большего числа, и выше меньшего. Когда же даны два средних, то такая пропорция называется разъединенной, как, например, в геометрической пропорции 1 : 2 : 3 : 6. Здесь, как 2 относится к 1, так 6 к 3; такая пропорция именуется разъединенной. Отсюда следует, что непрерывная пропорция обретается минимум в трех членах, а разъединенная — минимум в четырех. Непрерывная пропорция может быть выражена, конечно, в четырех и более членах, если, к примеру, она образуется так: 1 : 2 : 4 : 8 : 16. Но это будут уже не два отношения, а больше; отношений всегда на единицу меньше, чем членов, образующих пропорцию» (Боэций. *Музыка,* II. 13, 1–4).

(διεζευγμένοις) членах, в то время как пропорцией в строгом смысле слова считаются [связанные члены], имеющие общий [для них] член. Если составляется пропорция (τῆς ἀναλογίας) из трех членов, то первый член должен относиться ко второму так же, как второй [относится] к третьему, и наоборот, из-за чего [пропорция] и получила такое название[360]: ведь принимается, что члены [пропорции] находятся в одном и том же отношении (ἀνὰ ... τὸν αὐτὸν λόγον) [друг к другу][361]. Их разности также будут [находиться] в том же отношении [между собой]. И если отношение [основано] на равенстве, то ясно, что и пропорция [будет основана на равенстве]. Самая первая (στοιχειωδεστάτη) [пропорция] — это [пропорция] из единиц, так чтобы существовала пропорциональная единица (ἀναλογικὴ μονὰς); затем [следует пропорция] из двоек, [затем] третья [пропорция] — из троек, и т. д. последовательно. Из этих [пропорций] по трем правилам, о которых говорилось выше, возникают правильно упорядоченные пропорции, [основанные] на неравенстве[362].

[О видах пропорций][363]

Прежде всего следует заметить, что древние называли пропорцией (ἀναλογίαν) в собственном смысле слова [только] геометрическое [«среднее»], а уже в более общем [смысле] — и все остальные «средние» (τὰς ... μεσότητας) в целом[364]. О том, что название [«пропорция»] было право-

---

[360] Сущ. ἀνα-λογία образовано от слова λόγος с помощью приставки ἀνα- «по, сообразно».

[361] «Величины же, имеющие то же отношение, пусть называются пропорциональными» (Евклид, V, опр. 6).

[362] Речь идет о правилах, с помощью которых из непрерывной пропорции $a : b : c$ получается новая непрерывная пропорция $a : (a + b) : (a + 2b + c)$, а с перестановкой членов — новая непрерывная пропорция $c : (b + c) : (a + 2b + c)$. См. подробнее: Никомах. *Арифметика*, I. 23, 8.

[363] Там же, II. 22, 1; ср.: Боэций. *Арифметика*, II. 41, 1–2.

[364] «Адраст утверждает, что пропорцией в собственном смысле называется лишь геометрическое "среднее", идущее первым, и остальные от

мерно сведено к геометрической [пропорции], будет сказано в трактате о [геометрии]. В древности, у Пифагора и у последующих математиков, было только три «средних»: арифметическое, геометрическое и третье по порядку, некогда именуемое «противоположным» (ὑπεναντία), а [затем] переименованное учениками Архита и Гиппаса в «гармоническое» (ἁρμονική): как обнаружилось, это последнее содержит отношения «гармонического» и «созвучного» (κατὰ τὸ ἡρμοσμένον καὶ ἐμμελὲς). [Гармоническое «среднее»] первоначально называлось «противоположным», поскольку оно было противоположно арифметическому, <101> как будет показано [ниже]. Когда более поздние математики, ученики Евдокса, открыли вдобавок к этому еще три «средних», они, сменив название, стали называть «противоположным» главным образом четвертое [«среднее»], из-за того что и оно в определенном отношении противоположно гармоническому [«среднему»], о чем будет сказано [ниже], а два других [«средних»] назвали просто по порядку пятым и шестым. Древние [математики] и их последователи считали, что можно составить именно столько «средних», т. е. 6; более поздние обнаружили вдобавок к этому еще четыре, придумав, как их составить из членов и интервалов [уже имеющихся «средних»].

[Об арифметическом «среднем»][365]

Итак, первое [«среднее»] — арифметическое: когда средний из [трех] членов расположен на <одинаковом> расстоянии (διάστημα) от каждого из крайних и превышает [меньший из них] и уступает [большему] (ὑπερέχῃ καὶ ὑπερέχηται) на одно и то же число, но его отношение к крайним [членам] неодинаково: он находится в большем [отношении] к

него зависят, а оно от них — нет, как будет показано. Прочие же “средние” называются пропорциями в обобщенном смысле» (Теон, 106). Слово «среднее» (ἡ μεσότης) синонимично слову «пропорция».

[365] См.: Никомах. *Арифметика,* II. 23.

наименьшему члену и в меньшем — <к наибольшему>, причем это связанные [отношения] разного рода (συνεχεῖς δὲ τούτους ἑτερογενῶς)[366].

Примером может служить последовательность чисел начиная с единицы: если взять три любых члена, следующих или друг за другом, или через один, или через два, или через три, или же через четыре, или [с любым промежутком], какой пожелаешь, средний член в каждой выборке [будет] превышать наименьший и уступать наибольшему на одно и то же число: например, 1 : 2 : 3, или 1 : 3 : 5, или же 2 : 4 : 6.

[Арифметическое «среднее»] рождается из равенства следующим образом. Первый [производный член будет] равен первому [исходному], второй [производный] — сумме первого и второго [исходных], третий — <102> сумме первого, второго и третьего[367]. [Или] иначе: первый [произ-

[366] Если первое отношение будет двукратным, то второе всегда будет полуторным; если первое отношение будет трехкратным, то второе — сверхдвухчастным третьих долей; если первое отношение будет четырехкратным, то второе — сверхтрехчастным четвертых долей, и так далее (см. об этом ниже).

[367] Первый способ в объяснении Боэция: «Первый [производный член] делаем равным первому [исходному], второй [производный] — сумме первого и второго [исходных], третий — сумме первого, второго и третьего. Покажем на таком примере: даны три единицы; первый член делаем равным первому, т. е. единице; второй — первому и второму, т. е. двойке; третий — первому, второму и третьему, т. е. тройке. Получается такая диспозиция [чисел]:

1	1	1
1	2	3

Дальше, пусть даны три одинаковые двойки: 2 2 2. Первый [член] делаем равным первому, т. е. 2, второй — сумме первого и второго, т. е. 4, третий — сумме первого, второго и третьего, т. е. 6. Получается такая диспозиция:

2	2	2
2	4	6

водный член составляется] из [суммы] первого и второго [исходных], второй [производный] — из [суммы] первого и двух вторых [исходных], третий — из [суммы] первого, двух вторых <и> третьего[368].

Дальше то же самое делаем с тройкой:

3	3	3
3	6	9

В этих [арифметических пропорциях] следует отметить, что если в качестве [меры] начального равенства была установлена единица, то единица будет и в разностях чисел; в промежутке между самими этими числами не находится ни одного числа. Если мера равенства — двойка, то разность составляет два, и всегда между членами находится одно промежуточное [натуральное] число. Если же тройка, то такая же и разность, а между числами [пропорции] находятся два промежуточных натуральных числа, и т. д.» (Боэций. *Музыка,* II. 15, 3–6).

[368] Второй способ в объяснении Боэция: «Возьмем три равных члена; первый [производный] член делаем равным сумме первого и второго [исходных], второй [производный] — сумме первого и двух вторых [исходных], третий — сумме первого, двух вторых и третьего. Если даны три единицы, то первый член будет равен сумме первого и второго, т. е. 2; второй же — сумме первого и двух вторых, т. е. 3; третий — сумме первого, двух вторых и третьего, т. е. 4:

1	1	1
2	3	4

Разность членов в полученной арифметической пропорции равна единице, ведь между двойкой и единицей и между тройкой и двойкой выпадает единица. Никакого натурального числа в промежутке между ними нет: после единицы сразу идет двойка, а после двойки — естественно тройка. То же дальше и в числе два. Пусть даны три двойки; первый член делаем равным сумме первого и второго, т. е. 4, второй — первого и двух вторых, т. е. 6, третий же — первого, двух вторых и третьего, т. е. 8:

2	2	2
4	6	8

Здесь разность [членов] равна двойке, а в промежутке между ними выпадает одно натуральное число, ведь между числами 4 и 6 располагается натуральное число 5, а между 6 и 8 — число 7. Если начало равенства тройка, то разность [членов] составит 3, а [количество натуральных] чисел в промежутке всегда будет на единицу меньше. То же обнаруживается и в случае с четверкой и пятеркой» (Там же, II. 15, 7–9).

ВОЗНИКНОВЕНИЕ СРЕДНЕГО АРИФМЕТИЧЕСКОГО

1	1	1
1	2	3
1	3	5
1	4	7

Рис. 20

При этом из [равенства] единиц с помощью предыдущего метода возникает [«среднее»] с нулевым интервалом между членами, из [равенства] двоек — [«среднее»] с интервалом через один, из [равенства] троек — с интервалом через два, из [равенства] четверок — с интервалом через три, и т. д. аналогично. И если первое отношение будет двукратным, то второе всегда [будет] полуторным, а [отношение] крайних [членов] — трехкратным. Если же [первое отношение будет] трехкратным, то [второе] — сверхдвухчастным третьих долей (ἐπιδιμερὴς τρίτων), а [отношение] крайних [членов] — пятикратным. И если [первое отношение будет] четырехкратным, то [второе] — сверхтрехчастным четвертых долей (ἐπιτριμερὴς τετάρτων), а [отношение] крайних [членов] — семикратным, и так далее соответственно. Особенность этого «среднего» [в том], что средний член находится в отношении, обратном двукратному, к сумме двух крайних. И опять же, каждый член находится в том же отношении к самому себе, что и разность к разности (ἡ ὑπεροχὴ πρὸς τὴν ὑπεροχήν): это означает, что разность между членами одинакова. И если брать сочетания из трех членов начиная с единицы, то [в сумме] они будут составлять вторые из многоугольных [чисел] в действительности, каждое из которых будет превышать [предыдущее] на тройку: из [сочетания] 1, 2, 3 получается второе треугольное [число] в действительности 6, из [сочетания] 1, 3, 5 — второе квад-

ратное [число] в действительности 9, из [сочетания] 3, 4, 5 — второе пятиугольное [число] в действительности 12, и т. д. соответственно. А если выбирать члены через один начиная с единицы, то многоугольники будут начинаться уже не с треугольника, но начальное место (ἡ ἀφήγησις) перейдет к квадратному [числу]: первым будет 9, которое [получается] из сочетания 1, 3, 5, и возникающие далее [числа] будут иметь некоторое упорядоченное (οὐκ ἄτακτον) отношение [друг к другу]. Если осуществлять выборку с интервалом в двойку, <103> так чтобы получилось [сочетание] 1 : 4 : 7, то в начале будет находиться пятиугольное [число] 12; если с интервалом в тройку, то из [сочетания] 1 : 5 : 9 [получится] шестиугольное [число] 15, и таким же образом сколь угодно далее, аналогично возникновению самих многоугольников. Поскольку из [членов арифметического «среднего»], которые [следуют друг за другом] с нулевым интервалом, получались треугольные [числа], первое составление многоугольных [чисел] будет начинаться с треугольного [числа] 6; поскольку из [членов], которые [следуют] через один, получались квадратные [числа], на первом месте во втором составлении стоит квадратное [число] 9; далее, [поскольку из членов арифметического «среднего»], которые [следуют друг за другом] через два, [получались] пятиугольные [числа], [третье составление многоугольных чисел будет начинать пятиугольное число 12], и это будет [происходить] последовательно во всех случаях. И поскольку первое сочетание [трех чисел], следующих за единицей с нулевым интервалом, [в сумме] составляет шестерку, первая [арифметическая пропорция] 1 : 2 : 3 будет образовывать следующие за ней [арифметические пропорции], [и] все они — если не брать ни одного общего члена [дважды] и не пропускать [ни одного числа], но после [сочетания] 1 : 2 : 3 взять [сочетание] 4 : 5 : 6, затем 7 : 8 : 9 и так далее соответственно — будут [в сумме] шестерками, при условии, что десятка всегда будет занимать место единицы, т. е. будет сводиться

к единице[369]. Ведь подобным образом пифагорейцы, как мы [уже] говорили [выше], называли [десятку] единицей второго порядка, так же как сотню — единицей третьего порядка, а тысячу — единицей четвертого порядка. [Сочетание чисел] 4, 5, 6 в сумме дает число 15: если свести десятку к единице и прибавить ее к пяти, получится шестерка. Опять же, [сочетание чисел] 7, 8, 9 в сумме дает число 24: если я [возьму] из него [число] 20, сведу [его] к двум единицам и добавлю [их] к 4, я снова получу шестерку. Опять же, сложив 10, 11 [и] 12, я получаю 33, из которых 30 есть тройка [второго порядка]; добавив ее к трем, я точно так же получу шестерку, и это <104> будет [происходить] подобным же образом постоянно. Первая шестерка, являясь видобразующей и первоначальной (εἰδοποιὸς καὶ στοιχεῖον) для следующих за ней, не содержит возведения десятки к единице; вторая получит замену одной единицы, третья — [замену] двух [единиц], четвертая — трех, пятая — четырех, и т. д. соответственно. И сколько десяток заменяется, столько же девяток будет отнято из целой суммы (ἐκ τοῦ ὅλου συστήματος), так что остаток всегда будет составлять шестерку. Поскольку в [числе] 15 заменяется одна десятка, то после вычитания [из него] одной девятки я получу в остатке шестерку. И поскольку в [числе] 24 заменяется две десятки, то после вычитания [из него] двух девяток в остатке снова окажется шестерка, и это будет происходить всегда.

[369] Если сложить числа 1, 2 и 3, в сумме получится 6. То же число получится путем суммирования каждой последующей группы из трех последовательных чисел без пропусков, если вместо десятков всегда брать соответствующие им единицы, т. е. рассматривать десятки как единицы более высокого порядка. Иными словами: если сложить три последовательных числа, самое большое из которых можно разделить на 3, затем сложить цифры получившейся суммы, затем сложить цифры этой суммы цифр и т. д., то в конце концов в сумме получится 6, например: 997 + 998 + 999 = 2994; 2 + 9 + 9 + 4 = 24; 2 + 4 = 6 (см. подробнее: [*Nesselmann G. H. F.*] Die Algebra der Griechen. S. 241–242).

В арифметическом «среднем» можно обнаружить намного больше изящных свойств, но мы их ныне умышленно пропустим, так как стремимся к тому, чтобы *Введение* было соразмерным. Именно [арифметическое «среднее»] Платон назвал «серединой, имеющей равный по числу недостаток и равный же избыток»[370].

[О геометрическом «среднем»][371]

Второе «среднее» — геометрическое, которое и называется «пропорцией» (ἀναλογία) в собственном смысле слова. Члены [геометрического «среднего»] находятся между собой в одном и том же отношении, поскольку отличаются друг от друга пропорционально (ἀνὰ τὸν αὐτὸν λόγον)[372], а разности [членов] относятся друг к другу так же, как и [сами] члены [в любом направлении], либо от наименьшего к наибольшему через общий [средний член], либо наоборот [от наибольшего к наименьшему]. Причина [этого] — в том, что разность между членами [геометрического «среднего»] будет не одной и той же, как [это было] в предыдущем [случае].

Пропорциональность (τὸ ἀνάλογον) может возникать также и в четырех разделенных членах. Чтобы привести здесь соответствующее платоновское [высказывание] для [данной] пропорции, <105> процитируем [следующие слова]: «Ибо, когда из трех чисел — как кубических, так и квадратных — при любом среднем числе первое так относится к среднему, как среднее к последнему, и соответственно последнее к среднему, как среднее к первому, тогда при перемещении средних чисел на первое и последнее место, а последнего и первого, напротив, на средние места выяснится,

---

[370] См.: Платон. *Тимей*, 36а.

[371] См.: Никомах. *Арифметика*, II. 24.

[372] «Числа будут пропорциональны, когда первое от второго, а третье от четвертого будут или равнократными, или той же частью, или теми же частями» (Евклид, VII, опр. 21).

что отношение необходимо остается прежним, а коль скоро это так, значит, все эти числа образуют между собой единство»[373]. И еще до Платона то же самое об этой [пропорции] поняли пифагорейцы. Действительно, Тимей Локрский в [трактате] *О природе космоса и души* (Περὶ φύσεως κόσμω καὶ ψυχᾶς)[374] — как говорят, этим [трактатом] пользовался Платон при составлении [диалога] *Тимей*, в связи с чем [диалог] и получил такое название[375] — в частности, Тимон, составивший *Силлы* (τοὺς σίλλους)[376], говорит так:

Много он серебра за малую книжицу отдал,
Каковой вдохновясь, немедля засел за *Тимея*[377] —

[373] Платон. *Тимей*, 31с–32а.

[374] Форма ψυχᾶς – дорическая.

[375] Сочинение *О природе космоса и души* представляет собой псевдоэпиграф, составленный на дорическом диалекте с примесью эолического и ионического диалектов анонимным автором предположительно в конце I в. н. э. на основе сокращенного изложения («эпитомы») платоновского *Тимея*, по мнению А. С. Афонасина, скорее всего, в Александрии в I в. до н. э. Впервые упоминается как сочинение Тимея Локрского в *Руководстве по гармонике* Никомаха (первая половина II в. н. э.). Вопрос об историчности Тимея из Локр и о времени его жизни остается открытым (см. подробнее: *Афонасин А. С.* Трактат Тимея Локрского «О природе космоса и души». Предисловие // Пифагорейская традиция. СПб., 2014. С. 114–138).

[376] Силл (*греч.* σίλλος) – шуточно-сатирическое стихотворение, памфлет.

[377] Авл Геллий (ок. 130 – ок. 170) свидетельствует: «Едкий Тимон написал злоречивейшую книгу под названием "Силлы". В этой книге он оскорбительным образом утверждает, что философ Платон за огромную цену купил книгу пифагорейской философской школы и создал на ее основе знаменитый диалог *Тимей*. Стихи Тимона по этому поводу таковы:

И ты, Платон, имел стремление к познанию
За много серебра купивши небольшую книжицу
И, лучшее оттуда взяв, ты смог *Тимея* написать»
(Авл Геллий, III. 17, 4).

[так вот, Тимей Локрский] говорит следующее: «Когда же любые три члена [пропорции], а также интервалы между ними, находятся в одном и том же отношении друг к другу, тогда, как мы видим, средний член, согласно порядку Справедливости (Δίκας)[378], относится к первому так же, как третий к среднему, и наоборот, при перестановке [членов пропорции]»[379].

Геометрическая пропорция — это [пропорция] непрерывного количества, т. е. величины, <106> отличающаяся равными и подобными отношениями [между членами]. [Если] арифметическая [пропорция] — это [пропорция] разделенного количества, отличающаяся не [равными] отношениями, а равными числами разностей [между членами], поскольку в ней различаются отношения [между членами], в то время как интервалы [между ними] остаются теми же самыми, — [то] в геометрической [пропорции], наоборот, отношения [между членами] одни и те же, а разности [между ними] неодинаковые. [Геометрическая пропорция], так же, [как и арифметическая], рождается из [отношения] равенства по трем правилам связей [между числами]. Здесь три члена пропорциональны в соответствии с [геометрическим] «средним» следующим образом: наибольший [член относится] к среднему так же, [как] средний [относится] к наименьшему и разность между наибольшим и средним [членами] — к [разности] между средним и наименьшим. Особенность [геометрической пропорции] — в том, что произведение крайних [членов] равно [квадрату] среднего,

---

[378] Δίκη — «право, справедливость» (~ *лат.* jus) — считалось принадлежностью геометрической пропорции, которая в связи с этим уподоблялась демократической форме правления: «Геометрическое “среднее” подобно как бы народному (т. е. демократическому) государству, где все равны, ибо оно образуется — будь то большие или меньшие члены — в равной пропорции для всех, и между всеми [членами] есть некое равенство середины, сохраняющей равноправие (jus) в отношениях» (Боэций. *Арифметика,* II. 45, 1).

[379] Псевдо-Тимей, 208.

если [пропорция содержит] три [члена] или вообще нечетное число [членов]; если же [в пропорции] четыре [члена] или вообще четное число [членов], то произведение крайних [членов] будет равно произведению средних. В [геометрической пропорции] взаимное увеличение членов происходит с помощью умножения (κατ' ἔγκρασιν), в то время как в арифметической — с помощью сложения, потому что таковы разделенное количество и множество, которыми специально занимается арифметика, как мы говорили в начале [настоящего] *Введения*.

Мы найдем очень много примеров [геометрической пропорции] в разнообразных многократных пропорциональных последовательностях, тогда как в сверхчастных и сверхмногочастных [последовательностях] она будет [встречаться] все реже по мере возрастания знаменателя. Очевидная причина [этого] — в том, что способность быть умноженным присуща всякому числу, а [способность] делиться на части — не всякому: [так], напополам [делятся] те [числа], что [следуют] через одно, на три части — те, что [следуют] через два, на четыре — те, что [следуют] через три, на пять — те, что [следуют] через четыре, и т. д., и чем больше увеличивается количество долей, тем реже будут [встречаться] такие числа. Если [сверхчастные и сверхмногочастные] отношения <107> будут встречаться все реже и реже в связи с [все большей и большей] редкостью чисел, содержащих в себе часть, в соответствии с которой из сверхчастного будут возникать сверхмногочастные [отношения], то намного реже будут возникать [сверхчастные и сверхмногочастные] пропорции, из-за добавления третьего члена: к примеру, если [число] содержит средний член и еще половину какого-либо [числа], то само оно не обязательно делится пополам; и если [число] содержит некое число и его третью часть, то само оно не [обязательно] делится на три, и точно так же в отношении последующих частей. Для возникновения пропорции необходимо, чтобы члены, содержащие коренные

числа отношений, были умножены друг на друга (ἀλλήλους πολυπλασιάσαι): сами [коренные числа] будут обнаруживаться в разностях [между членами] пропорции.

Чтобы привести некий общий пример базовых пропорций (πυθμενικῶν ἀναλογιῶν) со всеми видами сверхчастного [отношения] начиная с полуторного, а также [пропорций] с первым многократным, а именно двукратным [отношением], нужно и в этом случае расположить в ряд «тождественные» и «иные» [числа] (ταὐτούς τε καὶ ἑτέρους), [начав] и те и другие с их собственного начала, и сочетать их [друг с другом] путем взаимного чередования (κατ' ἐμπλοκὴν), так чтобы в каждом сопряжении было по три члена и [каждое] предыдущее [сопряжение] последовательно являлось началом следующего. В соответствии с непрерывной (ἀδιάζευκτον) выборкой каждые три члена начиная с единицы будут представлять пример искомого[380].

[О гармоническом «среднем»][381]

Третье «среднее» — так называемое «гармоническое» (ἁρμονική): когда [в последовательности] из трех неравных членов разность бóльших [членов], т. е. разность между наибольшим и средним [членом], относится к разности меньших, т. е. к разности между средним и наименьшим [членом] так же, как наибольший член [относится] к наименьшему. Это [«среднее»] — иное по сравнению с [двумя] предыдущими, <108> потому что [в нем] средний член превышает [меньший] из крайних и уступает [большему] не на одно и то же число и находится к ним не в одинаковом отношении.

[380] «Тождественными» и «иными» названы квадратные и неравносторонние числа, из чередования которых состоит геометрическая прогрессия (1, 2, 4, 6, 9, 12, 16, 20, 25, 30...). Любые три последовательные числа из этого ряда начиная с единицы, взятые так, чтобы последний член предыдущей выборки являлся первым членом следующей, будут составлять геометрическую пропорцию (1 : 2 = 2 : 4; 4 : 6 = 6 : 9; 9 : 12 = 12 : 16).

[381] См.: Никомах. *Арифметика,* II. 25; 26; ср.: Боэций. *Музыка,* II. 16.

Его корни — 2 : 3 : 6 или 3 : 4 : 6. Путем их умножения или же превращения в сверхчастные (κατὰ … ἐπιμοριασμόν)[382], если только они [это] допускают, можно образовать множество других [пропорций]. [Гармоническое] «среднее» некоторые называют «неподвижным» (ἑστηκυῖαν), потому что оно обнаруживается только в вышеназванных коренных членах, словно бы неподвижных и первообразных, в то время как в арифметическом и геометрическом [«среднем»] можно составлять безграничное количество сопряжений. Кроме того, крайние члены в обоих базовых [сопряжениях] находятся в двукратном и трехкратном отношении друг к другу, и [в таком же отношении находятся] разности между наибольшими и средними членами к разностям между средними и наименьшими. Гармоническим [это] «среднее» названо потому, что в нем сперматическим образом можно увидеть отношения в гармонических созвучиях (ἐν ἁρμονίᾳ). Например, в [сопряжении] 3 : 4 : 6 можно наблюдать так называемое созвучие кварты (τὸ διὰ τεσσάρων … σύμφωνον), которое является наименьшим из музыкальных интервалов[383] и содержится в меньших членах 3 : 4, [находящихся между собой] в сверхтретьем отношении. Следующее за квартой [созвучие] квинты [можно увидеть] в бо́льших членах 6 : 4, [находящихся] в полуторном отношении. [Созвучие] октавы (τὸ … διὰ πασῶν), которое является сочетанием обоих предыдущих, можно наблюдать в крайних [членах], а именно 6 : 3, [находящихся между собой] в двукратном отношении. И еще: подобным же образом разность между 6 и 4 находится в двукратном отношении к разности 4 и 3, в соответствии с созвучием октавы. Произведение крайних членов, <109> [а именно] 18, находящееся в сверхвосьмерном отношении

[382] По данным TLG, производное сущ. ἐπιμοριασμός (от *ἐπιμοριάζομαι «становиться сверхчастным» от ἐπιμόριος «сверхчастный» от μόριον «доля»), кроме данного места, больше нигде не встречается.

[383] «Платон говорит, что первым созвучием является кварта: ведь через нее находятся и остальные» (Теон, 66).

(ἐν ἐπογδόῳ λόγῳ) к квадрату среднего [члена] 16, содержит тоновый интервал (τὸ τονιαῖον διάστημα)[384]. Отношение этого интервала не могло появиться в изначальных членах 3 : 4 : 6, потому что ни один из них не делится на восемь, в соответствии с чем какой-либо другой [член] мог бы быть сверхвосьмерным в отношении него. Опять же, квадрат наибольшего [члена] находится в трехкратном отношении [к произведению наименьшего и среднего членов], а трехкратное отношение содержит созвучие октавы и квинты; квадрат наибольшего [члена] будет иметь четырехкратное отношение к квадрату наименьшего, а [четырехкратное отношение] содержит созвучие двойной октавы.

Вернемся снова к началу. Произведение наименьшего и среднего [членов] равно 12, [произведение] того же самого [наименьшего] и наибольшего [членов] равно 18, а [произведение] среднего и наибольшего равно 24. Отношения 24 : 18 и 12 : 9 являются сверхтретьими и содержат [созвучие] кварты. [Отношения] 18 : 12, 24 : 16 и 36 : 24 являются полуторными и [содержат созвучие] квинты. [Отношение] 36 : 12 является трехкратным и составляет октаву и квинту. [Отношение] 36 : 9 является четырехкратным и составляет двойную октаву. [Отношение] 18 : 16 является сверхвосьмерным и составляет тоновый интервал, как было сказано выше[385].

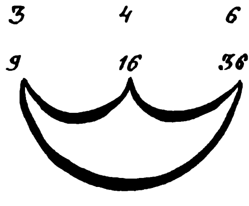


Рис. 21

[384] Тоновый интервал – интервал между квинтой и квартой (см.: Там же), который определяется как отношение кварты, т. е. $\frac{3}{4}$, и квинты, т. е. $\frac{2}{3}$, а именно, $\frac{3}{4}:\frac{2}{3}=\frac{9}{8}=\frac{18}{16}$.

[385] См.: Теон, 85–86.

Второе базовое «среднее» 2 : 3 : 6 уже сразу содержит трехкратное отношение как крайних [членов] друг к другу, так и разностей [между наибольшим и средним и средним и наименьшим членами] опять же друг к другу. В этом отношении обнаруживается <110> смешанное созвучие октавы и квинты, которое не существовало в предыдущем «среднем» 3 : 4 : 6. Если мы будем возводить в квадрат и умножать друг на друга как члены [пропорции], так и [их] разности, а также [умножать разности] еще и на члены, то у нас будет возникать [еще] больше отношений [гармонических] созвучий, как сможет самостоятельно увидеть тот, кто приложит [к этому] старания. Относительно этого «среднего» также подобает привести подходящее [высказывание] Платона: гармоническим является «среднее», «которое превышает крайние члены и уступает им на одну и ту же часть»[386], что не свойственно [никакому] другому [«среднему»]. В [сопряжении] 2 : 3 : 6 средний член превышает [меньший] из крайних и уступает [большему] на одну и ту же [их] часть, а именно на [их] половину: он превышает наименьший член [на его половину] и уступает наибольшему [на его половину]. В [пропорции] 3 : 4 : 6 средний член опять же превышает [меньший из] крайних [членов] 3 и уступает [большему] 6 на одну и ту же третью часть: он [больше 3] на единицу и [меньше 6] на двойку.

[О различиях между гармоническим и арифметическим «средним»]

Пифагорейцы считали [гармоническое] «среднее» противоположным арифметическому, где средний [член] уступает [большему] из крайних и превышает [меньший] не на [часть] крайних [членов], но на свою собственную часть, и не на одну и ту же [часть, но на разные части]. [В арифметическом «среднем» средний член] превышает [меньший из

[386] Ср.: *Платон*. Тимей, 36а.

крайних] и уступает [большему] на одно и то же число или же на единицу, в то время как в гармонической — не на одно и то же.

Поскольку некоторые предпочитают придерживаться мнения, что [гармоническое «среднее»] противоположно обоим [предыдущим], арифметическому и геометрическому, а мы утверждали, что оно в некотором отношении противоположно только арифметическому [«среднему»], предположим, [что] первое [утверждение верно]. Из этого будет следовать, что геометрическое [«среднее»] будет [представляется] в какой-то степени смешанным и средним в отношении (μεσότητος λόγον ἔχειν) как к арифметическому, так и к гармоническому, <111> которые всегда будут крайними [в отношении него], поскольку оно соединит в себе особенности того и другого. Ведь отличительным свойством гармонического [«среднего»] было то, что средний член превышает [меньший из крайних] и уступает [большему] на одну и ту же часть самих крайних [членов] по качеству, но не по количеству, и никогда [не отличается от них на часть] среднего [члена], а в арифметическом [«среднем»], напротив, [средний член отличается от крайних в большую и меньшую сторону] уже не [на часть] крайних [членов], но [на часть самого] среднего [члена], одинаковую по количеству. Что касается геометрического [«среднего»], то [в нем] та часть, на которую средний член превышает [меньший из крайних] и уступает [большему], является [частью] не только крайних [членов] и не только среднего [члена], но [одновременно] и [частью] среднего [члена], и [частью] крайних [членов]: один из крайних [членов] он будет превышать на свою часть, а другому члену будет уступать на часть его самого, [причем эта] часть будет одной и той же по качеству, но не по количеству, как и в гармонической пропорции. Нередко [средний член может отличаться от крайних] и на большее число частей, опять же одинаковых по качеству. Стало быть, [геометрическое «среднее»] будет иметь нечто общее с

гармоническим в том, что [в нем] часть [на которую средний член отличается от крайних] будет одной и той же не только по качеству, но уже по количеству, и в этом отношении гармоническое [«среднее»] не будет противоположно ему. Опять же, в арифметическом [«среднем»] в бо́льших членах наблюдались меньшие отношения, а в меньших — бо́льшие, в гармоническом, наоборот, бо́льшие [отношения наблюдаются] в больших [членах], а меньшие — в меньших[387], а в геометрическом, которое является словно бы «средним» между ними, отношения [между бо́льшими и меньшими членами] — не меньшие и не большие, но равные. Поэтому правильно было бы говорить, что гармоническое [«среднее»] противоположно одному только арифметическому, но не геометрическому.

[О возникновении гармонического «среднего»][388]

Особенностью гармонического [«среднего»] является то, что [в нем] произведение среднего [члена] и суммы крайних [членов] равно произведению крайних [членов], умноженному на два[389]. По этим правилам оно рождается <112> опять же из равенства: сперва из единиц, <затем — из двоек>, затем — из троек, и т. д. Первое [производное число со-

---

[387] В арифметической пропорции 2 : 3 : 4 отношения между большими членами 3 : 4, а между меньшими — 2 : 3; $\frac{3}{4} > \frac{2}{3}$. В гармонической пропорции 2 : 3 : 6 отношения между большими членами 3 : 6, а между меньшими — 2 : 3; $\frac{3}{6} < \frac{2}{3}$.

[388] Ср.: Боэций. *Музыка,* II. 15, 12–14.

[389] Таблица отношений в гармоническом «среднем» (см.: Боэций. *Арифметика,* II. 47):

36

9

3 4 6

18

Сумма крайних членов (3 + 6 = 9), умноженная на средний член (9 × 4 = 36), равна произведению крайних членов (3 × 6 = 18), умноженному на два (18 × 2 = 36).

ставляется] из первого и второго [исходного], второе — из первого [и] двух вторых, третье — из первого, двух вторых [и] трех третьих. В этом случае в возникающем [«среднем»] крайние члены и [их] разности [со средним членом] будут находиться в трехкратном отношении. А чтобы они [находились] в двукратном [отношении], первое [производное число составляется] из первого и двух вторых [исходных], второе — из двух первых и двух вторых, третье — из одного первого, двух вторых и двух третьих. По указанным правилам из равенства в единицах будут [составляться] два базовых «средних»: 2 : 3 : 6 и 3 : 4 : 6, [из равенства] в двойках — <двукратные, из равенства в тройках> — трехкратные [«средние»] и т. д.[390] Из [особенностей] всех возникающих образований могут быть поняты особенности гармонического [«среднего»].

[О трех «средних» в сравнении друг с другом][391]

Подобно тому, как в монохорде (ἐπὶ τοῦ κανόνος)[392], когда крепления [струны] (τῶν ἐξάψεων) остаются на своем

[390] Возникновение гармонического «среднего» первого и второго вида из трех единиц, трех двоек и трех троек:

1	1	1
2	3	6
3	4	6

2	2	2
4	6	12
6	8	12

3	3	3
6	9	18
9	12	18

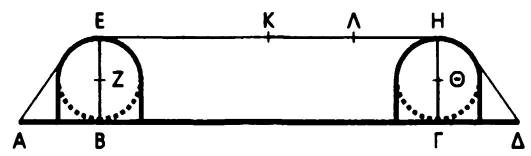
[391] См.: Никомах. *Арифметика,* II. 27.

[392] Монохорд, у пифагорейцев называемый «каноном» (см.: Никомах. *Гармоника,* 4) — приспособление, служащее для точного построения интервалов. Изобретение монохорда приписывается Пифагору. Монохорд состоит из основания (κανών — деревянный брусок) АВГΔ, на котором

месте, а передвигающаяся перемычка (ὁ ὑπαγωγεὺς) производит разнообразные созвучия, — тем же способом, если даны два [крайних] члена, [неважно,] четные или нечетные, которые остаются [одними и теми же], можно составить самые разные «средние»: либо арифметическое, либо геометрическое, либо противоположное арифметическому, т. е. гармоническое. Вот, смотри: если взять четные члены 40 и 10 и поместить между ними в качестве среднего члена 25, то получится арифметическое «среднее», которое будет обладать всеми [соответствующими] особенностями; [если же поместить между этими членами] 20, [то получится] геометрическое [«среднее»] со своими особенностями; а [если поместить между ними] 16, [то получится] гармоническое [«среднее»] с подобающими ему свойствами. <113> Если взять нечетные члены 45 и 5 и поместить между ними тот же самый [средний член] 25, то он составит арифметическое [«среднее»]: причина [этого] — в том, что избыток, который получил наибольший [член в отношении] к <среднему>,

---

между двумя порожками, образующими сферические поверхности EZB и HΘΓ, закреплена натянутая струна AEHΔ с рабочей частью EH. С помощью линейки отмечается середина струны K и середина ее половины Λ. Между порожками помещается подвижная подставка, чуть более высокая, чем порожки, прижимающая струну снизу, перемещение которой фиксирует звучащую часть струны (см.: Птолемей, I. 8).



У пифагорейцев монохорд служил пособием для демонстрации соответствия числовых отношений определенным музыкальным интервалам. Подробное описание монохорда содержится в *Гармонике* Клавдия Птолемея и в комментариях Порфирия. Наиболее общие пифагорейские принципы деления монохорда (интервал как отношение двух чисел, сложение и вычитание интервалов) изложены в трактате *Деление канона* Псевдо-Евклида (эллинистическая компиляция, возможно, составленная по материалам не дошедшего до нас сочинения Архита Тарентского).

тот же самый, что и недостаток, который был отнят у наименьшего, так что и здесь средний [член] будет иметь одну и ту же разность, бóльшую или меньшую [по сравнению с крайними членами]: ведь это было особенностью арифметического [«среднего»]. Если же поместить [между вышеуказанными числами число] 15, то получится геометрическое [«среднее»], а [если] 9 — гармоническое.

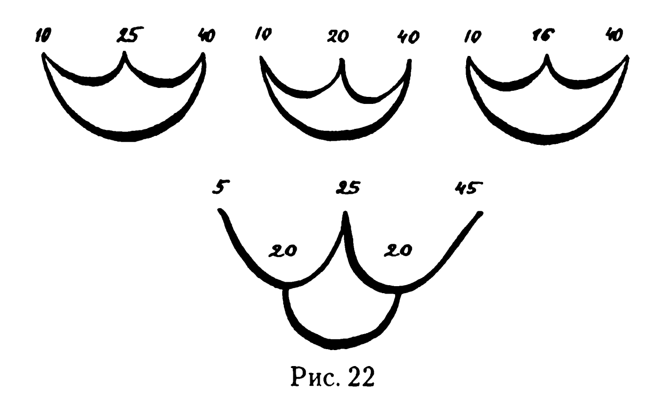


Рис. 22

Ни среди нечетных, ни среди четных [чисел] невозможно найти числа, меньшие, чем предложенные выше, которые в качестве крайних [членов] заключали бы в себе [все] три «средних»: [именно] они будут коренными и наименьшими.

Древние [математики] удостаивали внимания только эти три «средних», отличающиеся друг от друга и обладающие сами по себе особенностями, о которых говорилось выше. [Эти «средние»] они применяли и к устройству вселенной (τῇ κοσμικῇ συστάσει), и к [музыкальной] гармонии, как мы покажем в других [сочинениях].

[О четвертом «среднем»][393]

Кроме этих [трех «средних»] традиция, [дошедшая] от Архита и Гиппаса, считает заслуживающими [упоминания] еще три. Первое из них и четвертое [по общему счету],

[393] См.: Никомах. *Арифметика,* II. 28, 3.

если учитывать три изначальных [«средних»], как мы [уже] говорили, получило специальное наименование «противоположного», из-за того, что оно в некотором отношении противоположно гармоническому [«среднему»], благодаря наблюдаемым в нем отношениям [гармонических] созвучий. Так вот, четвертое «среднее» таково: как наибольший из трех членов относится к наименьшему, так разность наименьших членов будет относиться к разности наибольших. Оно называется противоположным гармоническому [«среднему»] потому, что в том антецедентом была разность наибольших членов, а в этом — [разность] наименьших. Что касается [самих] крайних [членов], <114> то они являются одними и теми же и в том, и в другом [«среднем»], соответственно коренным [пропорциям] и их многократным.

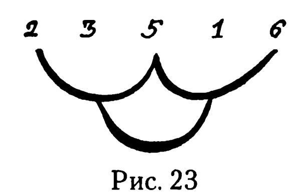


Рис. 23

Примерами [четвертого «среднего»] будут 2 : 5 : 6 [и] 3 : 5 : 6, а его отличительным свойством — то, что произведение бóльших членов кратно произведению меньших[394]. [В этом «среднем»] средний член превышает [меньший] и уступает [большему] не на одну и ту же часть, как в гармоническом [«среднем»], и не на часть себя самого, как в арифметическом [«среднем»], и не на [часть] себя самого и [часть] одного из крайних [членов] вместе, как в геометрическом [«среднем»]: в данном случае разность [между членами] будет обладать определенным своеобразием. [Это «среднее»] также рождается из равенства, сначала в единицах, затем в двойках и тройках, и далее последовательно: первое [произ-

394 Произведение бóльших членов 5 × 6 = 30 кратно произведению меньших 2 × 5 = 10 и 2 × 3 = 15.

водное число составляется] из первого и второго [исходного], второе — из первого, двух вторых и двух третьих, третье — одного первого, двух вторых [и] трех третьих. Таким образом будет возникать [«среднее»], крайние [члены] которого находятся в трехкратном отношении. Для того чтобы возникло [«среднее»] с крайними [членами] в двухкратном отношении, нужно составить первое [производное число] из [исходных] первого [и] дважды взятого второго, второе — из первого, дважды взятого второго [и] дважды взятого третьего, а третье — из единожды взятого первого, дважды взятого второго [и] трижды взятого третьего. Вышеуказанные первоначальные [«средние»] будут возникать из равенства, [состоящего] из единиц, их двухкратные — из [равенства,] состоящего из двоек, трехкратные — из [равенства,] состоящего из троек, и т. д. последовательно.

[О пятом «среднем»][395]

Пятое [«среднее»] также в некотором отношении противоположно геометрическому, но из-за того, что наименование [«противоположного»] уже получило предыдущее «среднее», оно было названо просто «пятым». В нем средний из трех членов [относится] к наименьшему так же, как разность [меньших членов] — к разности бо́льших, например, 2 : 4 : 5. Оно противоположно геометрическому [«среднему»] потому, что там <115> разность бо́льших членов была кратной [разности] меньших, а здесь, наоборот, разность меньших [кратна разности] больших — впрочем, в том же отношении, что и сами [меньшие] члены, о которых идет речь[396]. Его особенность — в том, что квадрат среднего [члена] в два раза больше, чем произведение наименьшего и среднего, а кроме того, произведение наибольших членов [в два раза больше], чем произведение крайних. Его многократные

[395] См.: Никомах. *Арифметика,* II. 28, 4.

[396] Разность меньших членов 4 – 2 = 2 кратна разности больших 5 – 4 = 1 в том же отношении 2 : 1, что и меньшие члены 4 : 2.

будут иметь те же самые привходящие свойства. Рождается же оно из трех равных членов: первый член — из [исходных] первого и второго, средний — из двух первых и двух вторых, наибольший — из первого, двух вторых [и] двух третьих.

[О шестом «среднем»][397]

Шестое [«среднее»] — когда наибольший из трех членов относится к среднему так же, как разность меньших [членов относится] к [разности] бóльших. Оно противоположно геометрическому [«среднему»] по тем же самым причинам, что и предыдущее. Пример — 1 : 4 : 6. Здесь антецедентом также является разность меньших членов[398], — в то время как в геометрическом [«среднем»] антецедентом является [отношение] бóльших членов друг к другу, — и разности [между меньшими и большими членами] находятся между собой в полуторном [отношении]. Таковы будут отношения, представляющие особенность <этого> «среднего». Квадрат наибольшего [члена] 6 находится в полуторном [отношении] к произведению бóльших членов, и в том же [отношении произведение бóльших членов] находится к квадрату среднего [члена].

Оно также будет рождаться из трех членов, [находящихся] в равенстве, следующим образом: первый [член] равен первому [исходному], второй — двум первым и двум вторым, третий — единожды взятому первому, дважды взятому второму и трижды взятому третьему. Таким образом, первоначальное [«среднее»] происходит от единиц, а его многократные — от двоек, троек и последующих равенств. <116>

Мы рассказали о трех «средних», следующих за [тремя] первыми [«средними»] — теми, которые использовались со времени Платона до Эратосфена и были впервые открыты,

---

[397] См.: Никомах. *Арифметика*, II. 28, 5.

[398] Имеется в виду антецедент в отношении 3 : 2. Разность меньших членов 4 – 1 = 3, а разность бóльших 6 – 4 = 2; в отношении разностей 3 : 2 антецедент равен разности меньших членов 4 и 1.

как мы уже говорили, математиками Архитом и Гиппасом. Не стоит пропускать и те четыре, что были искусно придуманы более поздними [математиками], последователями пифагорейцев Мионида и Эвфранора: это означало бы не любить прекрасное. Но не стоит и уделять им слишком много внимания, поскольку они не представляют собой ничего примечательного и не отличаются [тем] разнообразием, что предыдущие [шесть]. Поэтому следует рассмотреть их вкратце, не нарушая соразмерности [всей] книги. Назовем их все вместе таким образом: седьмое, восьмое, девятое и десятое.

[О седьмом «среднем»][399]

Седьмое [«среднее»] — когда наибольший [член] относится к наименьшему так же, как их разность [относится] к разности наименьших [членов], например, 6 : 8 : 9.

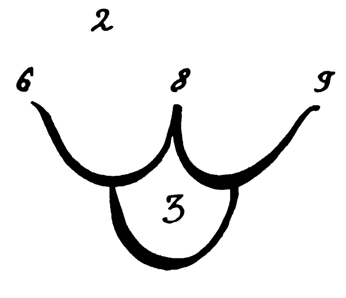


Рис. 24

Оно рождается из четвертого [«среднего»] 3 : 5 : 6. Я получаю наибольший [член седьмого «среднего»], сложив друг с другом крайние [члены четвертого «среднего»], средний [член седьмого «среднего»] — [сложив друг с другом] наименьший и средний [члены четвертого], а наибольший [член четвертого «среднего» делаю] наименьшим [членом седьмого]. Его привходящее свойство — то, что продолговатое

[399] См.: Никомах. *Арифметика,* II. 28, 7.

число, [получившееся в результате] умножения бóльших членов друг на друга, относится к [числу, получившемуся в результате] перемножения между собой меньших [членов], так же, как наибольший член относится к меньшему и разность крайних [членов] — к [разности] меньших.

[О восьмом «среднем»][400]

Восьмое [«среднее»] наблюдается [в том случае], когда наибольший [член] относится к наименьшему так же, как их разность — к [разности] между наибольшим и <117> средним [членом], в отличие от предыдущего [«среднего»], например, 6 : 7 : 9.

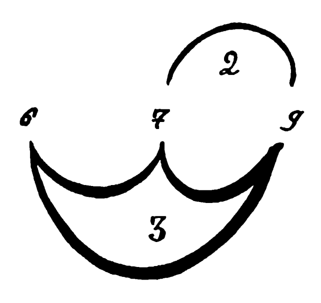


Рис. 25

Оно рождается из пятого [«среднего»] 2 : 4 : 5. Я получаю наибольший [член этого «среднего»], сложив друг с другом бóльшие члены [пятого «среднего»], средний — [сложив друг с другом крайние члены пятого «среднего»], а наименьший — опять же сложив друг с другом меньшие [члены пятого «среднего»]. Его привходящее свойство — то, что наибольший [член] относится к наименьшему так же, как произведение бóльших [членов] относится к произведению меньших.

[400] Там же, II. 28, 8.

[О девятом «среднем»][401]

Девятое [«среднее»] — когда средний член относится к наименьшему так же, так разность крайних [членов относится] к [разности] меньших, например, 4 : 6 : 7.

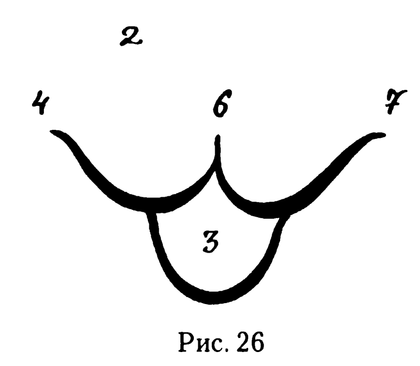


Рис. 26

Его отличительная особенность — в том, что произведение бо́льших [членов] относится к произведению крайних так же, как средний [член относится] к наименьшему и разность крайних [членов] — к разности меньших. Мы получим это [«среднее»] из шестого [«среднего»] 1 : 4 : 6. Наибольший член этого [«среднего»] я получаю, сложив друг с другом крайние [члены шестого «среднего»], средним делаю наибольший [член шестого «среднего»], а наименьшим — средний [член шестого «среднего»].

Итак, три «средних» от седьмого [до девятого] будут возникать по порядку от трех предыдущих [«средних»]: четвертого, пятого и шестого.

[О десятом «среднем»][402]

Последнее из всех — десятое [«среднее»]: когда средний [член] относится к наименьшему так же, как <разность

[401] Там же, II. 28, 9.

[402] Там же, II. 28, 10.

крайних членов относится к разности> между наибольшим и средним [членом], например, 3 : 5 : 8.

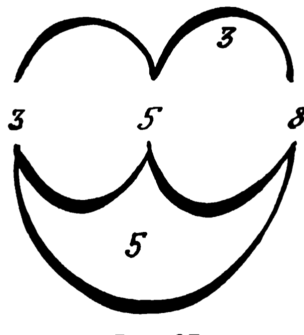


Рис. 27

Его отличительная особенность [состоит] в том, что в нем можно наблюдать сверхмногочастное отношение и оно содержит коренные числа (πυθμένειν) [сверхмногочастного][403], но не многократного или сверхчастного [отношения]. А привходящим свойством является то, что <118> «продолговатое» число, [получающееся в результате] умножения меньших членов друг на друга, равно произведению вышеуказанных разностей[404]: причина этого — в том, что [перемножаемые] числа — одни и те же. Десятое [«среднее»] рождается из гармонического [«среднего»] 2 : 3 : 6, которое предшествует трем упомянутым выше [«средним»], расположенным между [тремя первыми и четырьмя последними], — так что прилегающие друг к другу [седьмое, восьмое, девятое и десятое «средние»] возникают из прилегающих друг к другу, пусть и не в правильном порядке, [четвертого,

[403] Отношение 5 : 3 — первое (коренное) сверхдвухчастное третьих долей, отношение 8 : 5 — первое сверхтрехчастное пятых долей. Глагол πυθμένω: «являться базовым отношением» (от сущ. πυθμήν: «коренное число»), — по данным TLG, кроме данного места, больше нигде не встречается.

[404] Т. е. разности крайних членов и разности между наибольшим и средним членом.

пятого, шестого и третьего]. Я получаю наибольший [член десятого «среднего»], сложив друг с другом крайние [члены гармонического «среднего»], средний [член] — [сложив друг с другом] наименьшие [члены гармонического «среднего»], а средний [член гармонического «среднего»] сохраняю в качестве наименьшего [члена десятого «среднего»].

Итак, поскольку всего нам явилось десять «средних»[405], то и это [обстоятельство] не случайно будет энкомием десятке, — помимо того, что нет [такого] совершенного отношения, которое не содержалось бы [в десятке][406], но она, словно некое вместилище (δεχάδα), принимает в себя (ἀναδέχεσθαι)[407] отношения всего существующего: по этой причине древние называли ее «мирозданием» (πᾶν), «целым» (ὅλον) и «небом»[408], как мы попытаемся показать в

[405] Десять «средних»:

Арифметическое	Первое	1	2	3
Геометрическое	Второе	1	2	4
Гармоническое	Третье	3	4	6
Противоположное гармоническому	Четвертое	3	5	6
Противоположное геометрическому	Пятое	2	4	5
Второе противоположное геометрическому	Шестое	1	4	6
Первое из четырех дополнительных	Седьмое	6	8	9
Второе из четырех дополнительных	Восьмое	6	7	9
Третье из четырех дополнительных	Девятое	4	6	7
Четвертое из четырех дополнительных	Десятое	3	5	8

[406] «...В 10 имеются все отношения — равенства, большего, меньшего, сверхчастного и прочих видов, а также линейные, плоскостные и объемные числа» (*Теологумены*, 84)

[407] Паронимическое сущ. δεχάς (от δέχομαι: «принимать, получать») было придумано пифагорейцами для объяснения свойств десятки (δεκάς): «Ввиду того, что она есть совершеннейший предел числа, десятка есть как бы вместилище (δεχάς), подобно тому как небо — вместилище вселенной, и ее называли небесной, а среди Муз — Уранией» (Там же, 80). У Ямвлиха сущ. δεχάς поддерживается следующим далее глаголом ἀνα-δέχομαι: «принимать в себя».

[408] «Она вбирает в себя семенным образом все числа — телесные и плоские, четные, нечетные и четно- нечетные, и всевозможные совершенные,

посвященной ей главе, когда будем рассказывать об эпантемах всех других чисел от единицы до [десятки] по отдельности непосредственно после этого *Введения*[409].

[О происхождении музыкальной пропорции][410]

Теперь нужно сказать о самой совершенной пропорции, которая существует в четырех членах и в специальном значении называется «музыкальной» (μουσικῆς) из-за того, что она самым ясным образом содержит в себе музыкальные отношения гармонических созвучий. Как говорят, она была изобретена вавилонянами и впервые попала к грекам через Пифагора. В самом деле, можно обнаружить, что ее использовали многие пифагорейцы, например, Аристей Кротонский, Тимей Локрский, <119> Филолай, Архит из Тарента и многие другие. После этого [ее использовал] Платон в *Тимее*, который говорит следующее: «После этого он стал заполнять образовавшиеся двойные и тройные промежутки (διαστήματα), отсекая от той же смеси все новые доли и помещая их между прежними долями таким образом, чтобы в каждом промежутке было по два средних члена, из которых один превышал бы наименьший из крайних членов на такую же его часть, на какую часть превышал бы его наибольший, а другой превышал бы наименьший крайний член и уступал наибольшему на одинаковое число; а [образовавшиеся] полуторные и сверхтретьи промежутки он заполнил остатком (τῷ … λείμματι) сверхвосьмерного

первичные и несоставные, равные и неравные по десяти сопряжениям, диагональные, сферические и круговые <...> Поэтому все от неба до земли и в целом, и по частям согласовано ее отношениями, будучи устроено сообразно с ней. Поэтому пифагорейцы в своем богословии называли десятку иногда космосом, иногда небом, иногда всем <...> поскольку по десятке упорядочена вселенная в целом и космос по частям» (Там же, 79).

[409] Об этом рассказывается в сочинении *Теологумены арифметики*.

[410] См.: Никомах. *Арифметика*, II. 25; 29, 1.

[промежутка]»[411], — и так далее, что станет ясным после объяснения (μετὰ τὴν ... παράδοσιν) этой пропорции.

[О музыкальных созвучиях]

Пропорция, называемая «музыкальной», состоит из четырех членов — двух крайних и двух средних, причем отношения средних членов к крайним взаимно чередуются (ἐμπεπλέχθαι), составляя [интервалы] (διεστώσας)[412] в соответствии с гармоническими созвучиями. Поскольку созвучия в музыке возникают в гармонии, когда два или более звучащих не в унисон звука воспринимаются слухом соединенно (ἑνοειδῶς) от одного удара [по струнам], наименьшее и первое воспринимаемое слухом созвучие — это интервал кварты (τὸ διὰ τεσσάρων)[413]: на таком расстоянии друг от друга расположены охватывающие его струны. Этот [интер-

[411] Платон. *Тимей*, 36а; ср.: Никомах. *Гармоника*, 8. Конец цитаты у Никомаха и Ямвлиха передан неточно. В *Тимее*: «Благодаря этим скрепам возникли новые промежутки, по 3/2, 4/3 и 9/8, внутри прежних промежутков. Тогда он заполнил все промежутки по 4/3 промежутками по 9/8, оставляя от каждого промежутка частицу такой протяженности, чтобы числа, разделенные этими оставшимися промежутками, всякий раз относились друг к другу как 256 к 243» (Платон. *Тимей*, 36а–b). Приведен пример музыкальной пропорции с членами 6, 8, 9, 12 (см.: Никомах. *Арифметика*, II. 29, 3, и в данном издании ниже, с. 328). Двойные промежутки существуют между членами 6 : 8 и 8 : 9; 8 : 12 и 8 : 6; 6 : 12 и 9 : 6, разности которых находятся в двукратном отношении друг к другу 2 : 1; 4 : 2; 6 : 3 и образуют арифметическое «среднее» 1 : 2 : 3 или 2 : 3 : 4 и гармоническое «среднее» 3 : 4 : 6. Тройные промежутки существуют между членами 6 : 9 и 8 : 9; 6 : 12 и 6 : 8, разности которых находятся в трехкратном отношении друг к другу 3 : 1; 6 : 2 и образуют арифметическое «среднее» 1 : 2 : 3 и гармоническое «среднее» 2 : 3 : 6 (*Samuelis Tennulii* Notae in Iamblichi Arithmeticam. P. 204–205). Полуторные и сверхтретьи промежутки — это интервалы квинты и кварты , сверхвосьмерной промежуток — тоновый интервал . Остаток сверхвосьмерного интервала — это «леймма», остающаяся в остатке после «заполнения» кварты тоновым интервалом, т. е. последовательного деления $\frac{4}{3}:\frac{9}{8}:\frac{9}{8}=\frac{256}{243}$. См.: Теон, 67–70.

[412] В рукописи ошибочно διεστώσαις.

[413] Буквально: «через четыре (струны)».

вал] находится в сверхтретьем отношении, а если добавить одну струну, [получается] следующий целый интервал, <120> который по этой причине называется квинтой (διὰ πέντε)[414]; он находится в полуторном отношении. Разность между этим [интервалом] и предыдущим представляет собой интервал, который охватывается добавленной пятой струной: это тоновый [интервал], находящийся в сверхвосьмерном отношении, так что квинта будет превышать кварту на тон, а полуторное отношение [будет превышать] сверхтретье на сверхвосьмерной [интервал]. Это несоставные интервалы, и они обнаружены просто в созвучиях, а из них составляются бóльшие [интервалы], которые производят уже более полное (κατακορεστέραν) согласие звуков. Первый [из них] — так называемая октава (τὸ διὰ πασῶν)[415], составленная из обоих предыдущих интервалов. [Этот интервал] назван так потому, что он заключает в себе все струны, которые образуют простые созвучия. Он находится в двукратном отношении, поскольку двукратное [отношение] есть сочетание (σύστημά) всякого сверхтретьего и полуторного [отношения]. Опять же из этого двукратного [отношения] и одного из тех, что [были даны] вначале, [составляются] <октава вместе с квартой и октава вместе квинтой>. Пифагорейцы не считали так называемую «октаву вместе с квартой» [гармоническим] созвучием, из-за того, что оно не содержит ни многократного, ни сверхчастного, ни даже сверхмногочастного [отношения]: они относили его к смешанным связям, как 8 : 3, потому что 6 : 3 — двукратное [отношение], а 8 : 6 — сверхтрехчастное. Однако в настоящее время, в согласии с мнением новейших [математиков], этот [интервал] также пусть будет считаться созвучным, <121> для ясности того, что будет [сказано] далее. После него опять же [следует] созвучный [интервал] октавы вместе с квинтой. Он находится

[414] Буквально: «через пять (струн)».

[415] Буквально: «через все (струны)».

в трехкратном отношении, поскольку трехкратное отношение состоит из двукратного и полуторного: ведь 6 : 3 — это двукратный [интервал], а 9 к 6 — полуторный, а [вместе] они находятся в трехкратном отношении к 3. Будучи сложен с самим собой, двукратный [интервал] составляет созвучный [интервал] двойной октавы, находящийся в четырехкратном отношении: ведь двукратное отношение, взятое дважды, есть четырехкратное. Если, в свою очередь, присоединить к двойной октаве простые интервалы, которые [были даны] вначале, то возникнут 5 еще бóльших созвучий; мы намеренно здесь их пропускаем, потому что более уместно будет дать их систематическое изложение в самом *Введении в музыку* (ἐν ... τῇ Μουσικῇ εἰσαγωγῇ).

[Об открытии Пифагора][416]

Как гоьорят, Пифагор первым измерил натяжения и ослабления струн, происходящие в соответствии с описанными выше отношениями. [Рассказывают следующее]. Проходя мимо кузницы и услышав согласное звучание, [которое раздавалось] от ударов молотков, он измерил вес [молотков] сравнительно друг с другом и обнаружил, <что они соизмеримы> [по весу] и [находятся] в вышеуказанных отношениях [между собой]. Будучи гениально одарен от природы, он распознал эти отношения и применил их к разнообразным материалам. Так, струны одинаковой толщины соизмерялись друг с другом с помощью [их] укорачивания, и наоборот, [струны] одинаковой длины [соизмерялись друг с другом] с помощью [их] пропорционального утолщения, а если они не различались ни по [толщине], ни по [длине], как описано выше, то они различным образом соизмерялись друг с другом с помощью одного только натяжения, <122> при этом они часто исследовались по двум и трем названным параметрам. И было уже легче применить

[416] См.: Никомах. *Гармоника,* 6. Наиболее подробно эта история изложена у Боэция (см.: Боэций. *Музыка,* I. 10; 11).

аналогию (τὸ ἀνάλογον) к свирелям и флейтам и вообще к духовым инструментам в целом. Здесь также, сообразно струнным инструментам, дли́ны и полости, соизмеряемые согласно вышеуказанным отношениям, производили созвучия, при этом широкие и длинные флейты соответствовали толстой, длинной и слабо натянутой струне, а узкие и короткие — тонкой, сильно натянутой и короткой [струне][417]. Причины, по которым это происходило, мы проясним в своем месте во *Введении в музыку*. А теперь следует кратко рассмотреть вышеуказанные отношения на примере чисел.

[О составлении музыкальной пропорции][418]

Итак, чтобы составить сверхтретье отношение, необходимо [взять] число, делящееся на три: ведь его сверхтретье всегда будет делиться на два, чтобы [находиться] в полуторном [отношении] к изначально данному [числу], умноженному на два, как это имеет место в случае 6 : 8 : 12. Или опять же, чтобы получить полуторное отношение, нужно [взять] число, делящееся на два, чтобы его полуторное, с необходимостью делящееся на три, находилось в сверхтретьем отношении к какому-то другому члену, который, в свою очередь, будет кратным изначально данному [числу], как это имеет место в случае 6 : 9 : 12. Если мы сохраним крайние члены постоянными, поскольку они одни и те же в обоих «средних» — я говорю о [числах] 6 и 12, а оба средних [члена] поместим между ними, то получится музыкальная пропорция из четырех членов, о которой говорилось выше, а именно 6 : 8 : 9 : 12. Первым в ней мы поставили число 6, поскольку оно было первым, <123> способным делиться одновременно и на три, и на два. Таким образом, мы получили возможность произвести из него указанные отношения, [а именно:] сверхтретье 8 к полуторному 12, которое, в свою

[417] См. об этом подробнее: Порфирий, 119–121.

[418] См.: Никомах. *Арифметика*, II. 29, 2.

очередь, будет двухкратным к данному изначально [числу] 6, или, опять же, полуторное 9 к сверхтретьему 12, которое снова будет двухкратным к данному изначально [числу]. Это и есть взаимное чередование (ἡ … ἐμπλοκὴ) отношений средних [членов] к крайним, о котором мы говорили выше. А что на первое место необходимо было поместить число 6 для составления отношений, мы можем увидеть из следующего. Единица не подходила [для этого], поскольку она является субстационально неделимой (ἀμερὴς ὑπόκειται) и не делится ни на два, ни на три; двойка также [не подходит], потому что она делится на два, но не делится на три; так же как и тройка, которая не делится на два, но делится на три, четверка, подобная двойке в том, что она не делится на три, и пятерка, схожая с единицей тем, что не делится ни на два, ни на три. Итак, первым и наименьшим [числом], которое будет пригодно для того, чтобы составить [указанные] отношения, будет 6, поскольку оно является произведением двух первых чисел, составляющих [его] половину и третью часть, а именно 2 и 3.

[О свойствах музыкальной пропорции]

В самом деле, отношение 8 : 6 является сверхтретьим [и таким образом] будет содержать созвучие кварты. Отношение 12 : 8, будучи полуторным, содержит [созвучие] квинты, а то же 12 в отношении к изначально данному [числу] 6 будет двукратным [и таким образом] <будет содержать> созвучие <октавы>, составленное из кварты и квинты. И опять же, отношение 9 : 6, являясь полуторным, будет содержать [созвучие] квинты, отношение 12 : 9, будучи сверхтретьим — [созвучие] кварты, а [12] в отношении к изначально данному [числу] 6 — снова созвучие октавы. Разность между квинтой и квартой, [а именно] тоновый <124> интервал, будет содержаться в средних [членах] 9 : 8, которые находятся в сверхвосьмерном отношении, потому что полуторное отношение превосходит сверхтретье на

сверхвосьмерной [интервал], как было сказано [выше]. Разность бóльших членов 12 и 9 будет содержать полуторное отношение <к разности> [меньших] 8 и 6, т. е. [отношение] созвучия квинты. Если произвести взаимную перестановку (κατ' ἐμπλοκὴν), то разность 12 и 8 к разности 9 и 6 будет содержать сверхтретье отношение, т. е. [отношение] созвучия кварты. Двукратное отношение [будет содержать] разность 8 и 6 к разности 8 и 9 и разность 12 и 8 к разности 8 и 6, а также разность 12 и 6 к разности 9 и 6. В каждом из этих сопряжений содержится двукратное отношение созвучия октавы. Трехкратное отношение в созвучии октавы и квинты будет содержать разность 9 и 6 к разности 9 и 8 и разность 12 и 6 к разности 8 и 6. Четырехкратное отношение созвучия двойной октавы — разность 12 и 8 к разности 9 и 8. Можно найти еще больше отношений созвучных интервалов, если умножить каждый из данных четырех членов на себя и [их все] — друг на друга и на разность между ними и, кроме того, [умножить] также и сами разности на себя и друг на друга, как может убедиться каждый, кто любит красоту [математических расчетов], произведя [эти действия] самостоятельно.

[О музыкальном «среднем»][419]

В свою очередь, музыкальное «среднее» есть такое, когда [в пропорции] из четырех членов <125> наибольший [член] относится к ближайшему к нему [среднему] так же, как меньший из средних [членов относится] к наименьшему, а [тот же] наибольший к наименьшему из средних — как больший из средних к наименьшему. Его привходящим свойством является то, что «продолговатое» произведение крайних [членов] равно «неравностороннему» произведению средних. [Это] единственное [«среднее»], [которое] содержит в себе три первых [по порядку] «средних». Арифметическое

[419] Там же, II. 29, 3.

[«среднее» содержится] в членах 12 : 9 : 6, поскольку средний [член] <превышает> [меньший из крайних] и уступает [большему] на одинаковое число. Гармоническое — в членах 12 : 8 : 6, поскольку [средний превышает меньший из крайних и уступает большему] на одну и ту же часть самих крайних членов. Геометрическое [«среднее» существует] в раздельной [пропорции] (ἐν διαζεύξει), поскольку 12 : 8 равно 9 : 6, так что тождество отношений воспроизводится с помощью 4 членов.

И на этом мы пока завершим наше *Введение*, [изложенное] по Никомаху пифагорейцу, а после, когда ты уже приобретешь навыки добиваться понимания (ἕξιν παρακολουθητικὴν), если позволит бог, представим тебе то же самое *Введение в арифметику* (τὴν Ἀριθμητικὴν εἰσαγωγὴν) в более полном виде.

А все остальные [свойства], которые обнаруживаются (ἐπανθεῖ) в числах от единицы до десятки, мы изложим в отдельном трактате, расположив [их] по порядку в соответствии с [их] природным, нравственным и, самое главное, богословским [значением] так, чтобы благодаря этому для тебя было более легким и простым изучение (ἡ παράδοσις) следующих трех *Введений*, а именно: *в музыку* (μουσικῆς), *в геометрию* (γεωμετρικῆς) и *в сферику* (σφαιρικῆς).



СОДЕРЖАНИЕ

Том 1. ФИЛОСОФИЯ ЧИСЛА

Ямвлих

СОБРАНИЕ ТВОРЕНИЙ В 4 ТОМАХ

Том 1. ФИЛОСОФИЯ ЧИСЛА

Перевод, примечания,
вступительная статья *Л. И. Щеголевой*

Составитель *Т. Г. Сидаш*
Редактор *С. Д. Сапожникова*

Верстка: *Е. Ю. Кузьменок*

Подписано в печать 13.03.2020. Формат $60\times90^{1}/_{16}$.
Объем 21 печ. л.
Печать офсетная. Тираж 500 экз. Заказ 7312

АО «Первая Образцовая типография»
Филиал «Чеховский Печатный Двор»
142300, Московская область, г. Чехов, ул. Полиграфистов, д. 1
Сайт: www.chpd.ru E-mail: sales@chpd.ru
8 (496) 726-54-10